Filozofia Nauki, ISSN 1230-6894
Rok XXV, 2017, Nr 4(100), s. 87-114

MAREK PORWOLIK*

AKSJOMATYCZNE UJĘCIA GENIDENTYCZNOŚCI WEDŁUG ZDZISŁAWA AUGUSTYNKA
CZĘŚĆ II. DEFINICJE WARUNKOWE

Abstract

THE AXIOMATIC APPROACH TO GENIDENTITY ACCORDING TO ZDZISŁAW AUGUSTYNEK
PART II. CONDITIONAL DEFINITIONS

The results obtained by Zdzisław Augustynek and Mariusz Grygianiec can be supplemented or even corrected in some places. This fact motivated me to analyze systems AS1, AS2, and AS3 once again. The results are presented in two articles. The aim of Part I (Porwolik 2017) was to present the set-theoretic approach to the analysis of Augustynek's systems and to use the presented method to compare the three systems. Part II (this paper) is devoted to conditional definitions describing relations present in the systems. In one of his works, Augustynek posed a number of questions regarding the possibility of formulating conditional definitions of a certain type, which might refer to the notions included in his axioms. He did not answer all of these questions, and my aim is to complete this task. Apart from that, I analyze the problem of reducing Augustynek's systems to conditional definitions containing the necessary condition and the sufficient condition of a selected notion from these systems. At the same time, I prove that Augustynek's systems can be reduced to certain conditional definitions (that they are equivalent to them), including the ones containing two conditions of genidentity: the sufficient condition and the necessary condition. I also argue that in AS2 it is possible, with the use of normal (equivalence) definitions, to define two relations: logical identity (I) and logical difference (I^*). For the other relations a definition of this type does not exist in the analyzed systems.

Keywords: genidentity, identity, Augustynek, algebra of sets, Venn diagrams, components, conditional definitions, necessary condition, sufficient condition

Trwanie przedmiotów w czasie — lub ogólniej trwanie przedmiotów podlegających zmianom — opisuje się za pomocą pojęcia *identyczności genetycznej* (*genidentyczności*). Zagadnieniu temu wiele swoich prac poświęcił Zdzi-

* Instytut Filozofii, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego, ul. Wóycickiego 1/3, 01-938 Warszawa, m.porwolik@uksw.edu.pl.

sław Augustynek (1981, 1984, 1996, 1997a, b), a komentarzami opatrzył je Mariusz Grygianiec (2005a, b, 2007, 2011a, b, 2016). Pojęcie to Augustynek próbował doprecyzować za pomocą definicji aksjomatycznych wyrażonych w języku algebry zbiorów. Tak powstały układy aksjomatów wyznaczające zbiory tez zwane przez niego *systemami*[1]. Augustynek zaproponował trzy takie systemy, które, nawiązując do terminologii użytej w jego pracach, nazywać będziemy AS1, AS2 i AS3[2]. W poszczególnych aksjomatach oprócz terminu *genidentyczność* (G) występują również: identyczność logiczna (I), quasi-równoczesność (R), quasi-kolokacja (L), powiązanie kauzalne (H). Reprezentują one relacje dwuargumentowe, których polem jest zbiór zdarzeń S. W aksjomatach użyto ponadto symboli dopełnień tych relacji, którymi są odpowiednio: różność genetyczna (G^*), różność logiczna (I^*), absolutna separacja czasowa (R^*), absolutna separacja przestrzenna (L^*), dopełnienie powiązania kauzalnego (H^*)[3].

Artykuł jest kontynuacją pracy, w której analizowałem ujęcia genidentyczności zaproponowane przez Augustynka (Porwolik 2017). Obecnie skupię się na pewnej kwestii szczegółowej. W tekście *Wspólna podstawa czasu i przestrzeni* (1997a) Augustynek postawił kilka pytań dotyczących możliwości sformułowania definicji warunkowych, które dotyczyłyby pojęć występujących w jego systemach. Nie na wszystkie te pytania sam odpowiedział. Uczynię to w tej pracy i w ten sposób uzupełnię jego badania. Kolejnym celem będzie rozpatrzenie kwestii sprowadzenia systemów AS1, AS2 i AS3 do definicji warunkowych zawierających warunek konieczny i warunek wystarczający zachodzenia wybranej przez nas relacji. Wykażę, że układy aksjomatów proponowane przez Augustynka są sprowadzalne do pewnych definicji warunkowych (są im równoważne), w tym także do tych, które zawierają dwa warunki genidentyczności — jej warunek wystarczający i jej warunek konieczny. Z punktu widzenia teorii definicji dostrzeżenie w pewnych układach zależności definicji tego typu wydaje się przedsięwzięciem wartościowym.

Przed przystąpieniem do omawiania kwestii dotyczących wspomnianych definicji warto przypomnieć te spośród wyników z poprzedniej pracy (Porwolik 2017), które są obecnie niezbędne.

---

[1] Augustynek nie wskazywał wprost na to, jaką teorię formalną rozszerzał przez dołączenie do niej wspomnianych aksjomatów.

[2] W dalszej części pracy wyrażenia AS1, AS2, AS3 będą symbolizowały poszczególne systemy albo zbiory ich tez, albo układy aksjomatów specyficznych podanych przez Augustynka. Kontekst użycia będzie rozstrzygał o ich sposobie rozumienia.

[3] Z uwagi na zachowanie zbieżności z oznaczeniami używanymi przez Grygiańca, dla dopełnień rozpatrywanych przez nas relacji używać będziemy symbolu *.

Augustynek wymienia następujące aksjomaty charakteryzujące genidentyczność[4] w poszczególnych systemach.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS1, zaproponowane przez Augustynka (AS1):

(A1) $I \subset G \cap R \cap L$ (A2) $G \cap R \subset L$ (A3) $G \cap R^* \subset H$ (A4) $H \subset R^*$.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2, zaproponowane przez Augustynka (AS2):

(A1′) $I \subset G \cap R \cap L$ (A2′) $G \cap R \subset I$ (A3′) $G \cap I^* \subset H$ (A4′) $H \subset R^*$.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS3, zaproponowane przez Augustynka (AS3):

(A1#) $I \subset G \cap R$ (A2#) $G \cap R \subset L$ (A3#) $G \cap H \subset R^*$ (A4#) $G \cap R^* \subset H$.

Aksjomaty te sformułowane są w języku algebry zbiorów. Ponieważ polem każdej występującej w nich relacji jest zbiór zdarzeń S, przyjmuję, że każda z nich jest podzbiorem zbioru $X = S \times S$. Systemy Augustynka traktuję więc jako rozszerzenia teorii zbiorów Zermela–Fraenkla o odpowiednie aksjomaty wskazane wprost przez Augustynka, a także aksjomat A0 oraz definicje DG*, DH*, DI*, DR*, DL*, przyjmowane przez niego domyślnie.

(A0) $G \subset X \wedge H \subset X \wedge I \subset X \wedge L \subset X \wedge R \subset X$

(DG*) $G^* = (X \backslash G)$

(DH*) $H^* = (X \backslash H)$

(DI*) $I^* = (X \backslash I)$

(DR*) $R^* = (X \backslash R)$

(DL*) $L^* = (X \backslash L)$.

Będę również korzystać z faktu, że następujące rodziny zbiorów spełniają powyższe aksjomaty.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS1 tworzą:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 22, 30}; G = {7, 18, 22, 30}; H = {3, 7, 12, 18};
I = {30}; L = {5, 12, 16, 18, 22, 30}; R = {6, 16, 22, 30}.

[4] Grygianiec, analizując systemy Augustynka, zapisuje je w języku rachunku predykatów.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS2 tworzą:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 30}; G = {7, 18, 30}; H = {3, 7, 12, 18}; I = {30};
L = {5, 12, 16, 18, 30}; R = {6, 16, 30}.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS3 tworzą:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 18, 22, 25, 30}; G = {7, 18, 22, 30};
H = {3, 7, 12, 13, 18, 25}; I = {30}; L = {5, 12, 16, 18, 22, 25, 30};
R = {6, 13, 16, 22, 25, 30}.

Przytoczone aksjomaty wyrażają zależności między pewnymi podzbiorami zbioru *X*, którym w naszym przypadku jest zbiór $S \times S$. Ponieważ twierdzeniem algebry zbiorów jest:

(T⊂) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B' = \varnothing$.

powyższe aksjomaty możemy sprowadzić do zależności mówiących o pustości pewnych podzbiorów przestrzeni *X*. Graficznie można to przedstawić za pomocą diagramów Venna dla pięciu zbiorów[5]. Zauważmy również, że podzbiory, o których orzeka się, że są puste, możemy wyrazić w postaci pewnej sumy składowych rodziny {*G*, *H*, *I*, *L*, *R*} rozpatrywanej przestrzeni *X*[6].

1. DEFINICJE WARUNKOWE TYPU *A* I TYPU *B* — UWAGI AUGUSTYNKA

Augustynek (1997a) zastanawia się nad kwestią istnienia definicji warunkowych dla pojęć rozpatrywanych w swoich systemach. Mówi przy tym o dwóch następujących typach definicji warunkowych dla pewnej relacji *K*[7].

---

[5] Zob. Dodatek.

[6] Zob. Dodatek. Podstawowe wiadomości dotyczące składowych można znaleźć w następujących pozycjach: Kuratowski, Mostowski 1978: 37-42, Guzicki, Zakrzewski 2005: 241-253.

[7] Schematy te w prezentowanej tu postaci zostały sformułowane na podstawie przykładów podanych przez Augustynka i dokonanej przez niego ich analizy. Pisze on, że definicje typu *A* tworzyć mają dwa jednostronne zdania redukcyjne, definicje typu *B* — jedno obustronne zdanie redukcyjne. Faktycznie w definicjach typu *A* Augustynek rozważa tylko te jednostronne zdania redukcyjne, w których z lewej strony inkluzji w iloczynie znajduje się relacja i jej dopełnienie (*M* i *M**), a nie dwie dowolne relacje. Augustynek nie rozpatruje tu również kwestii, które z terminów występujących w definicji są teoretyczne, a które obserwacyjne, co jest istotne w teorii definicji redukcyjnych (por. Grobler 2006: 157-160).

Typ A:

Dla pewnych parami różnych M i K ze zbioru $\{G, H, I, L, R\}$ oraz N i P ze zbioru $\{G, H, I, L, R, G^*, H^*, I^*, L^*, R^*\}$ mamy:

(DA1) $\begin{cases} M \cap N \subset K \\ M^* \cap P \subset K^* \end{cases}$ lub (DA2) $\begin{cases} M^* \cap N \subset K \\ M \cap P \subset K^* \end{cases}$.

Typ B:

Dla pewnych parami różnych K i P ze zbioru $\{G, H, I, L, R\}$ oraz M ze zbioru $\{G, H, I, L, R, G^*, H^*, I^*, L^*, R^*\}$ mamy:

(DB1) $M \subset (K^* \cup P^*) \cap (K \cup P)$ lub (DB2) $M \subset (K^* \cup P) \cap (K \cup P^*)$.

Definicja typu A podaje pewien warunek wystarczający dla K (jest nim: $M \cap N \subset K$ lub $M^* \cap N \subset K$) oraz pewien warunek konieczny dla K (jest nim: $K \subset M \cup P^*$ — gdyż: $M^* \cap P \subset K^*$, lub $K \subset M^* \cup P^*$ — gdyż: $M \cap P \subset K^*$). Jest ona rodzajem definicji cząstkowej (częściowej) wówczas, gdy $M \cap N \neq M \cup P^*$, w przypadku schematu DA1 i gdy $M^* \cap N \neq M^* \cup P^*$, w przypadku DA2.

Jeżeli chodzi o definicję typu B, mowa w niej, że M zawiera się w różnicy symetrycznej K i P lub K i P^*. Tezą algebry zbiorów jest bowiem następująca zależność:

(TΔ) $(A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Zauważmy ponadto, że warunki występujące w definicji typu B są równoważne następującym:

(DB1′) $M \subset (K^* \cap P) \cup (K \cap P^*)$,

(DB2′) $M \subset (K^* \cap P^*) \cup (K \cap P)$.

Z tej racji, dla uproszczenia analiz, przez definicję typu B będę również rozumieć tę, która zamiast warunków DB1 lub DB2 będzie zawierała warunki DB1′ lub DB2′.

Jeżeli chodzi o wzajemne relacje między definicjami wymienionych typów, jest tak, że każda definicja typu B jest również definicją typu A. Zależność odwrotna zachodzi pod warunkiem, że dla danej definicji typu A: $N = P^*$.

Na marginesie zauważmy, że w przypadku każdego z rozpatrywanych typów definicji, jeżeli istnieje definicja warunkowa danego typu dla K, to istnieje także taka definicja dla K^*. Wynika to wprost z określenia tych typów definicji.

Odnośnie do definicji typu A i definicji typu B, w kontekście interesującej go dziedziny, Augustynek czyni następujące trzy uwagi, które opatruję krótkimi komentarzami.

UWAGA 1.

Augustynek zauważa, że dla relacji separacji czasowej R^* istnieją definicje obydwu typów. Powołuje się tu na zależności A3# i A4# — trzeci i czwarty aksjomat systemu AS3 — oraz na zależność oznaczaną przeze mnie w poprzedniej pracy przez K1.

Typ A:

$$\begin{cases} G^* \cap L \subset R^*, & \text{bo} \quad G^* \cap L \subset R^* \quad \text{(K1)} \\ G \cap H^* \subset R, & \text{bo} \quad G \cap R^* \subset H \quad \text{(A4\#)} \end{cases}$$

Typ B:

$$G \subset (H^* \cup R^*) \cap (R \cup H), \quad \text{bo} \quad G \cap H \subset R^* \quad \text{(A3\#)}$$
$$\text{i} \quad G \cap R^* \subset H \quad \text{(A4\#)}$$

KOMENTARZ: Zauważmy, że chociaż są to definicje warunkowe wskazanych typów, to z uwagi na niesprzeczność tych systemów nie da się w nich wyprowadzić przytoczonej definicji typu A. Jest tak, ponieważ zależność K1 nie jest tezą żadnego spośród systemów AS1, AS2 i AS3, (por. Porwolik 2017). W przeciwieństwie do niej przytoczona tu definicja typu B, którą we wcześniejszych analizach oznaczałem jako T1#, jest tezą każdego z systemów. Augustynek faktów tych nigdzie nie odnotowuje.

UWAGA 2.

W przypadku separacji przestrzennej L^* Augustynek podaje definicję pierwszego typu. Odnosi się tu do zależności oznaczanych przeze mnie wcześniej jako K2 i A2#. Ta ostatnia zależność jest drugim aksjomatem systemu AS3.

Typ A:

$$\begin{cases} G^* \cap R \subset L^*, & \text{bo} \quad G^* \cap R \subset L^* \quad \text{(K2)} \\ G \cap R \subset L, & \text{bo} \quad G \cap R \subset L \quad \text{(A2\#)} \end{cases}$$

KOMENTARZ: Tak jak w przypadku podanej wcześniej definicji separacji czasowej (typu A), powyższej definicji nie da się przyporządkować żadnemu z systemów Augustynka. Zależność K2 nie jest bowiem tezą żadnego z rozpatrywanych przez nas systemów. Faktu tego Augustynek również nie zauważa.

UWAGA 3.

We wspomnianym artykule Augustynek stwierdza ponadto:

> Mimo wielu prób nie udało mi się skonstruować (ze znanych relacji fizycznych) definicji warunkowej typu *B* (tj. składającej się z obustronnego zdania redukcyjnego) dla relacji $\bar{L}$, czyli definicji o postaci:
>
> $$\bigwedge x \bigwedge y\ [\mathrm{Axy} \rightarrow [\mathrm{Bxy} \equiv \bar{L}\mathrm{xy}]].$$
>
> Prawdopodobnie takiej definicji nie ma i fakt ten stanowi jeszcze jedną różnicę między przestrzenią fizyczną a czasem, bo — jak widzieliśmy wyżej — definicja typu *B* dla relacji $\bar{R}$ istnieje (Augustynek 1997a: 54)[8].

KOMENTARZ: Należy albo taką definicję znaleźć, np. na gruncie systemów Augustynka, albo wykazać, że nie da się tego dokonać.

W związku z przedstawionymi tu uwagami Augustynka nasuwa się pytanie, czy definicje warunkowe typu *A* i definicje warunkowe typu *B* da się sformułować na gruncie któregoś z jego systemów dla innych relacji niż R^* i L^*. Postaram się odpowiedzieć na to pytanie w dalszej części pracy.

2. WARUNKI KONIECZNE DLA POSZCZEGÓLNYCH RELACJI

Przed udzieleniem odpowiedzi na pytania związane z przytoczonymi uwagami Augustynka określmy warunki konieczne i wystarczające dla relacji występujących w poszczególnych systemach. Ułatwi to dalsze analizy.

Można tego dokonać na różne sposoby. Jednym z nich jest „odczytanie” ich z diagramów Venna. Warunek konieczny będzie wówczas mówił o zawieraniu się odpowiedniego zbioru w pewnym nadzbiorze, który będzie należał do ciała zbiorów generowanego przez rodzinę $\{G, H, I, L, R\}$ pomniejszoną o zbiór, dla którego szukamy warunku koniecznego. Oczywiście wartościowe jest tu znalezienie najmniejszego (w sensie inkluzji) takiego nadzbioru.

W bardziej formalny sposób można to zrobić, korzystając z tego, że cała rozpatrywana przez nas przestrzeń X jest sumą wszystkich składowych $\{S_i\}_{i\in I}$, generowanych przez rodzinę $\{G, H, I, L, R\}$.

Przykładowo, jeżeli chodzi o warunek konieczny dla genidentyczności (G) otrzymujemy najpierw, że:

$$G = G \cap X = G \cap \bigcup_{i\in I} S_i.$$

---

[8] Augustynek używa innego oznaczenia dla dopełnień relacji.

W powyższej sumie wystarczy uwzględnić składowe, w których nie występuje G^* (iloczyn składowej, w której jest G^*, ze zbiorem G jest zbiorem pustym), a w nich te, które nie są puste na mocy aksjomatów danego systemu. W przypadku systemu AS1 chodzi zatem o składowe nr: 7, 18, 22 i 30. Otrzymujemy więc:

$$G = (G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*) \cup (G \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R) \cup (G \cap H^* \cap I \cap L \cap R) = (G \cap H \cap I^* \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap L \cap R) \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R).$$

Zauważmy również, że jest to najmniejszy nadzbiór dla G należący do ciała generowanego przez rodzinę $\{H, I, L, R\}$. Gdyby bowiem istniał jakiś zbiór A należący do tego ciała taki, że $G \subset A$ i $A \subsetneq (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$, byłby on podzbiorem właściwym zbioru $(H \cap I^* \cap L \cap R^*) \cup (H \cap I^* \cap L^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R) \cup (H^* \cap I^* \cap L \cap R)$, tzn. byłby sumą maksymalnie trzech z czterech wskazanych składowych z rozpatrywanego tu ciała zbiorów. Z drugiej strony, gdyby tezą systemu AS1 była zależność $G \subset A$, wówczas spełniona byłaby ona przez przytoczoną na początku rodzinę zbiorów spełniających aksjomaty systemu AS1. Dla tej rodziny mamy jednak:

$$G = \{7, 18, 22, 30\}$$

$$(H \cap I^* \cap L \cap R^*) = \{12, 18\}$$

$$(H \cap I^* \cap L^* \cap R^*) = \{3, 7\}$$

$$(H^* \cap I \cap L \cap R) = \{30\}$$

$$(H^* \cap I^* \cap L \cap R) = \{16, 22\}.$$

Zauważmy, że zbiór G ma z każdą z tych składowych jedynie po jednym wspólnym elemencie. Ponieważ zbiór A ma być sumą maksymalnie trzech z nich, zbiór G nie może być jego podzbiorem. Tym samym wykazane zostało, że na gruncie systemu AS1 zbiór $(H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$ jest najmniejszym nadzbiorem zbioru G z ciała zbiorów generowanego przez rodzinę $\{H, I, L, R\}$.

Postępując w ten sam sposób, otrzymuje się minimalne warunki konieczne dla poszczególnych relacji występujących w omawianych systemach.

Tw. 1. Minimalne warunki konieczne dla relacji występujących w systemie AS1 to:

(WKG) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$

(WKH) $H \subset I^* \cap R^*$

(WKI) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(WKL) $L \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap R)$

(WKR) $R \subset (G \cap H^* \cap L) \cup (G^* \cap H^* \cap I^*)$

(WKG*) $G^* \subset (I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$

(WKH*) $H^* \subset (G^* \cap I^*) \cup (G \cap L \cap R)$

(WKI*) $I^* \subset (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*) \cup (G \cap H^* \cap L \cap R)$

(WKL*) $L^* \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*)$

(WKR*) $R^* \subset (G \cap H^* \cap I) \cup (G^* \cap I^*)$.

Tw. 2. Minimalne warunki konieczne dla relacji występujących w systemie AS2 to:

(WK'G) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R)$

(WK'H) $H \subset I^* \cap R^*$

(WK'I) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(WK'L) $L \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap I \cap R)$

(WK'R) $R \subset (G \cap H^* \cap L) \cup (G^* \cap H^* \cap I^*)$

(WK'G*) $G^* \subset (I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$

(WK'H*) $H^* \subset (G^* \cap I^*) \cup (G \cap I \cap L \cap R)$

(WK'I*) $I^* \subset (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*)$

(WK'L*) $L^* \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*)$

(WK'R*) $R^* \subset (G \cap H^* \cap I) \cup (G^* \cap I^*)$.

Tw. 3. Minimalne warunki konieczne dla relacji występujących w systemie AS3 to:

(WK*G) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$

(WK*H) $H \subset (I^* \cap R^*) \cup (G^* \cap I^* \cap R)$

(WK*I) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(WK*L) $L \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap R) \cup (G^* \cap H \cap I^* \cap R)$

(WK*R) $R \subset (G \cap H^* \cap L) \cup (G^* \cap I^*)$

(WK*G*) $G^* \subset I^*$

(WK*H*) $H^* \subset (G^* \cap I^*) \cup (G \cap L \cap R)$

(WK*I*) $I^* \subset (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*) \cup (G \cap H^* \cap L \cap R) \cup (G^* \cap H \cap R)$

(WK*L*) $L^* \subset (G^* \cap H^* \cap I^*) \cup (H \cap I^* \cap R^*) \cup (G^* \cap H \cap I^* \cap R)$

(WK*R*) $R^* \subset (G \cap H^* \cap I) \cup (G^* \cap I^*)$.

Sformułowane wyżej twierdzenia mają — moim zdaniem — ogromną wartość filozoficzną. Charakteryzują bowiem relacje występujące w systemach Augustynka, wskazując konsekwencje zachodzenia tych relacji w poszczególnych aksjomatycznych ujęciach genidentyczności.

3. WARUNKI WYSTARCZAJĄCE DLA POSZCZEGÓLNYCH RELACJI

Jeżeli chodzi o warunki wystarczające, można je również odczytać z diagramów Venna. Zależności te będą mówiły o pewnych podzbiorach rozpatrywanych zbiorów. W tym przypadku interesujące będą największe takie podzbiory, które należą do ciała zbiorów generowanego przez rodzinę $\{G, H, I, L, R\}$ pomniejszoną o zbiór, dla którego szukamy warunku wystarczającego.

Możemy również znaleźć te warunki, korzystając z warunków koniecznych określonych w poprzednim paragrafie oraz posługując się następującą tezą algebry zbiorów:

(T⊂′) $A' \subset B \Leftrightarrow B' \subset A$.

Na przykład, by znaleźć na gruncie systemu AS1 warunek wystarczający dla G, korzystamy z tego, że $G^* \subset (I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$. Otrzymujemy wówczas, że: $((I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R))' \subset G$. Skoro zaś:

$$((I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R))' = (I^* \cap R^*)' \cap (H^* \cap I^* \cap R)' = (I \cup R) \cap (H \cup I \cup R^*) = (I \cap H) \cup (I \cap I) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap I) \cup (R \cap R^*) = I \cup (H \cap R)$$

ostatecznie otrzymujemy, że: $I \cup (H \cap R) \subset G$.

Analogicznie do przypadku warunków koniecznych możemy wykazać, że jest to maksymalny (w sensie inkluzji) warunek wystarczający dla G, tzn. zbiór $I \cup (H \cap R)$ jest maksymalnym podzbiorem zbioru G, należącym do ciała generowanego przez rodzinę $\{H, I, L, R\}$. Po pierwsze, możemy uzasadnić to tym, że zbiór $(I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$ jest najmniejszym zbiorem z rozpatrywanego przez nas ciała zbiorów zawierającym zbiór G^*, a zatem jego dopełnienie jest największym zbiorem z tego ciała zawartym w G. Możemy to również uzasadnić bezpośrednio, próbując rozszerzyć zbiór $I \cup (H \cap R)$ o dodatkowe składowe z rozpatrywanego przez nas ciała zbiorów i wykazując, że utworzone w ten sposób zależności nie są tezami systemu AS1. Tak jak w przypadku warunków koniecznych, korzystamy tu z podanej wcześniej rodziny zbiorów spełniających aksjomaty systemu AS1.

Tw. 4. Maksymalne warunki wystarczające dla relacji występujących w systemie AS1 to:

(WWG) $I \cup (H \cap R) \subset G$

(WWH) $(G \cap L^*) \cup (G \cap R^*) \cup (I \cap G^*) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \subset H$

(WWI) $(H \cap R) \cup (G \cap H^* \cap L^*) \cup (G \cap H^* \cap R^*) \cup (G \cap L^* \cap R) \subset I$

(WWL) $I \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \cup (H \cap R) \subset L$

(WWR) $I \cup (G \cap H^*) \subset R$

(WWG*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \subset G^*$

(WWH*) $I \cup R \subset H^*$

(WWI*) $G^* \cup H \cup L^* \cup R^* \subset I^*$

(WWL*) $(I \cap H) \cup (H \cap R) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap R^*) \subset L^*$

(WWR*) $H \cup (G \cap L^*) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap L^*) \subset R^*$.

Tw. 5. Maksymalne warunki wystarczające dla relacji występujących w systemie AS2 to:

(WW'G) $I \cup (H \cap R) \subset G$

(WW'H) $(G \cap L^*) \cup (G \cap R^*) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (G \cap I^*) \subset H$

(WW'I) $(H \cap R) \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \subset I$

(WW'L) $I \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \cup (H \cap R) \subset L$

(WW'R) $I \cup (G \cap H^*) \subset R$

(WW'G*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \cup (H^* \cap I^*) \cup (I^* \cap R) \subset G^*$

(WW'H*) $I \cup R \subset H^*$

(WW'I*) $G^* \cup H \cup L^* \cup R^* \subset I^*$

(WW′L*) $(I \cap H) \cup (H \cap R) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap I^*) \cup (G \cap I^* \cap R) \subset L^*$

(WW′R*) $H \cup (G \cap L^*) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap L^*) \subset R^*$.

Tw. 6. Maksymalne warunki wystarczające dla relacji występujących w systemie AS3 to:

(WW*G) $I \subset G$

(WW*H) $(G \cap L^*) \cup (G \cap R^*) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \subset H$

(WW*I) $(G \cap H \cap R) \cup (G \cap H^* \cap L^*) \cup (G \cap H^* \cap R^*) \cup (G \cap L^* \cap R) \subset I$

(WW*L) $I \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \subset L$

(WW*R) $I \cup (G \cap H^*) \subset R$

(WW*G*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \subset G^*$

(WW*H*) $I \cup (G \cap R) \subset H^*$

(WW*I*) $G^* \cup H \cup L^* \cup R^* \subset I^*$

(WW*L*) $(I \cap H) \cup (G \cap H \cap R) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap R^*) \cup (G \cap H^* \cap R^*) \subset L^*$

(WW*R*) $(G \cap H) \cup (G \cap L^*) \cup (G^* \cap I) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap H) \subset R^*$.

Zauważmy na koniec, że w podanych warunkach po lewej stronie inkluzji w pewnych przypadkach wśród składników sumy otrzymaliśmy zbiór, który w danym systemie jest zbiorem pustym. Tak jest np. w przypadku warunku koniecznego dla G w systemie AS1. Zbiorem pustym w tym systemie jest bowiem zbiór $(H \cap R)$. Oczywiście, moglibyśmy wyeliminować takie puste zbiory z zależności. Warunki te w takiej postaci pozwalają jednak redukować aksjomatyki poszczególnych systemów do pewnych warunków koniecznych lub wystarczających. Podanie warunków wystarczających jest, podobnie jak podanie warunków koniecznych, ważnym z filozoficznego punktu widzenia sposobem charakterystyki tych relacji.

4. DEFINICJE TYPU *A* W SYSTEMACH AUGUSTYNKA

We wspomnianym artykule Augustynek podaje dwa przykłady definicji typu *A*. Są to następujące definicje:

(D1) $$\begin{cases} G^* \cap L \subset R^* \\ G \cap H^* \subset R \end{cases}$$

oraz

(D2) $$\begin{cases} G^* \cap R \subset L^* \\ G \cap R \subset L \end{cases}.$$

Zauważmy najpierw, że w przypadku definicji D1 z uwagi na warunki WWR, WW′R i WW*R zależność $G \cap H^* \subset R$ jest tezą każdego z trzech systemów Augustynka. Podobnie, w przypadku definicji D2 zależność $G \cap R \subset L$ z uwagi na warunki WWL, WW′L i WW*L jest tezą każdego z tych systemów. Nie są jednak tezami tych systemów zależności $G^* \cap L \subset R^*$ oraz $G^* \cap R \subset L^*$. By to wykazać, wystarczy posłużyć się wskazanymi wcześniej rodzinami zbiorów, które spełniają aksjomaty poszczególnych systemów. Otrzymujemy bowiem odnośnie do $G^* \cap L \subset R^*$:

w przypadku AS1: $\{5, 12, 16\} \not\subset \{1, 3, 5, 7, 12, 18\}$

w przypadku AS2: $\{5, 12, 16\} \not\subset \{1, 3, 5, 7, 12, 18\}$

w przypadku AS3: $\{5, 12, 16, 25\} \not\subset \{1, 3, 5, 7, 12, 18\}$,

a odnośnie do $G^* \cap R \subset L^*$:

w przypadku AS1: $\{6, 16\} \not\subset \{1, 3, 6, 7\}$

w przypadku AS2: $\{6, 16\} \not\subset \{1, 3, 6, 7\}$

w przypadku AS3: $\{6, 13, 16, 25\} \not\subset \{1, 3, 6, 7, 13\}$.

To, że $G^* \cap L \subset R^*$ oraz $G^* \cap R \subset L^*$ nie są tezami żadnego z rozpatrywanych systemów możemy również uzasadnić, odwołując się do zależności między zbiorami tez poszczególnych systemów: AS3 $\subsetneq$ AS1 $\subsetneq$ AS2 i wykazując jak wyżej, że nie są one tezami systemu AS2[9]. Otrzymujemy więc:

Tw. 7. D1 $\notin$ AS1, D1 $\notin$ AS2, D1 $\notin$ AS3

Tw. 8. D2 $\notin$ AS1, D2 $\notin$ AS2, D2 $\notin$ AS3

Mimo że definicje D1 i D2 podane przez Augustynka wiążą terminy występujące w jego systemach, to nie przynależą do żadnego z nich. Spróbujmy więc odpowiedzieć na pytanie, czy da się sformułować definicje typu *A* w tych systemach i dla jakich relacji.

---

[9] Zależności między poszczególnymi systemami omówiono w (Porwolik 2017).

Dla poszczególnych systemów definicje tego typu tworzymy, korzystając z warunków wystarczających dla danych relacji i ich dopełnień. Przykładowo, innymi definicjami typu *A* dla R^* są:

w AS1, AS2 i AS3

(D3) $$\begin{cases} G^* \cap I \subset R^* \\ G \cap H^* \subset R \end{cases},$$

a w AS1 i AS2

(D4) $$\begin{cases} I^* \cap H \subset R^* \\ I \cap L \subset R \end{cases}.$$

Wynika to wprost z przytoczonych wcześniej warunków wystarczających dla relacji występujących w poszczególnych systemach. Oczywiście, można też z góry narzucić, by w definicjach tego typu pomijać ten przypadek, gdy wiemy, że zbiór po lewej stronie jednej z inkluzji jest zbiorem pustym w danym systemie. Ten dodatkowy warunek oznaczmy przez WN. Warunek ten spełnia definicja D4, gdyż tezami poszczególnych systemów nie są następujące zależności: $I^* \cap H = \varnothing$ i $I \cap L = \varnothing$. Aby to wykazać, wystarczy jak wcześniej posłużyć się przykładami zbiorów spełniających poszczególne aksjomatyki. Natomiast w przypadku definicji D3, chociaż $G \cap H^* = \varnothing$ z tych samych względów nie jest tezą rozpatrywanych systemów, to jest nią jednak (odpowiednio z aksjomatów A1, A1′ i A1#) zależność $G^* \cap I = \varnothing$. Podobnie wykazuje się, że definicja D4 nie jest tezą AS3.

Poczynione tu uwagi można ująć w twierdzenia:

Tw. 9. D3 $\in$ AS1, D3 $\in$ AS2, D3 $\in$ AS3, D3 nie spełnia warunku WN.

Tw. 10. D4 $\in$ AS1, D4 $\in$ AS2, D4 $\notin$ AS3, D4 spełnia warunek WN.

Postępując według tej metody, w danym systemie możemy wskazywać maksymalne zbiory definicji typu *A* dla danego pojęcia. Interesujące będą przy tym takie z nich, w których po lewej stronie odpowiednich inkluzji znajdą się zbiory, które mogą być niepuste. W przypadku genidentyczności *G* i systemu AS1 jedynymi definicjami warunkowymi typu *A* o takiej postaci są następujące definicje:

(D5) $$\begin{cases} R \cap L^* \subset G^* \\ I \cap L \subset G \end{cases},$$

(D6) $$\begin{cases} H^* \cap L^* \subset G^* \\ I \cap L \subset G \end{cases},$$

(D7) $\begin{cases} H^* \cap R^* \subset G^* \\ I \cap R \subset G \end{cases}.$

Aby to wykazać, wystarczy rozważyć wszystkie przekroje dwóch zbiorów (poza zbiorami G i G*) ze wskazanej wcześniej rodziny zbiorów spełniających aksjomaty systemu AS1. Następnie rozpatrujemy tylko te z nich, które są niepuste oraz zawierają się w zbiorze G lub G*. W przypadku zbioru G jedynymi jego niepustymi podzbiorami spośród przekrojów zadanego rodzaju są: I ∩ L, I ∩ R i I ∩ H*, a w przypadku G*: R ∩ L*, H* ∩ L* i H* ∩ R*. Mając do dyspozycji te właśnie przekroje, można utworzyć jedynie te definicje, które wskazałem wyżej w definicjach D5-D7. W ten sposób wyeliminowane zostały inne zależności mogące być kandydatami na definicje typu *A* spełniające warunek WN. Zależności, które pozostały, uzasadniamy na gruncie systemu AS1, odwołując się np. do warunków wystarczających dla *G* i *G**, które podałem wcześniej.

Ostatecznie otrzymujemy więc twierdzenie:

Tw. 11. Jedynymi definicjami typu *A* dla *G* spełniającymi warunek WN są w systemie AS1 zależności: D5, D6 i D7.

W ten sam sposób możemy wskazywać wszystkie definicje typu *A* o warunku WN dla relacji występujących w poszczególnych systemach Augustynka. Aby nie mnożyć w tym miejscu twierdzeń odnośnie do rozpatrywanych przez Augustynka definicji typu *A*, bieżące analizy zakończę tu na Tw. 11. Ściśle mówiąc, takich twierdzeń jest jeszcze 14 (mamy pięć relacji i trzy systemy). W tym miejscu wskazałem metodę ich formułowania i uzasadniania, co wydaje się najcenniejsze.

5. DEFINICJE TYPU *B* W SYSTEMACH AUGUSTYNKA

Przykładem definicji typu *B*, do której odnosi się Augustynek w przytoczonych na początku uwagach jest następująca warunkowa definicja absolutnej separacji czasowej:

(D8) $G \subset (H^* \cup R^*) \cap (R \cup H).$

Jest ona równoważna następującej zależności:

(D8′) $G \subset (H^* \cap R) \cup (H \cap R^*).$

Augustynek nie wskazuje jednak systemu, którego ta definicja jest tezą. Niemniej, biorąc pod uwagę warunki WKG, WK′G i WK*G, można powiedzieć, że jest to teza każdego z rozważanych systemów aksjomatycznych. Zatem otrzymujemy, że:

Tw. 12. D8 $\in$ AS1, D8 $\in$ AS2, D8 $\in$ AS3.

Augustynek stawia pytanie, czy istnieje definicja tego typu dla absolutnej separacji przestrzennej L^*. W swojej pracy stwierdza, że „prawdopodobnie takiej definicji nie ma”. Do rozstrzygnięcia tej kwestii przydatne będą warunki konieczne dla poszczególnych relacji w danych systemach. Jeżeli chodzi o absolutną separację czasową L^*, szukamy więc zależności postaci:

$$A \subset (B^* \cap L) \cup (B \cap L^*) \quad \text{lub} \quad A \subset (B \cap L) \cup (B^* \cap L^*),$$

dla pewnych A i B takich, że B i A lub A^* należą do zbioru $\{G, H, I, R\}$.

Możemy próbować rozstrzygnąć to, szukając w diagramach Venna takich dwóch zbiorów, że jeden z nich będzie się zawierał w różnicy symetrycznej drugiego z tych zbiorów i zbioru L^*. Zależność tę możemy również spróbować odnaleźć wśród warunków koniecznych dla poszczególnych relacji. Śledząc te warunki w danych systemach, możemy zauważyć, że takie definicje dla absolutnej separacji czasowej L^* możemy utworzyć jedynie w przypadku warunków WKI, WK′I oraz WK*I. Otrzymujemy zatem:

(D9) $I \subset (H^* \cap L) \cup (H \cap L^*)$, bo (WKI), (WK′I), (WK*I)

(D10) $I \subset (G \cap L) \cup (G^* \cap L^*)$, bo (WKI), (WK′I), (WK*I)

(D11) $I \subset (R \cap L) \cup (R^* \cap L^*)$, bo (WKI), (WK′I), (WK*I).

Wszystkie trzy powyższe definicje należą do każdego z systemów Augustynka. Otrzymujemy więc następujące twierdzenie:

Tw. 13. {D9, D10, D11} $\subset$ AS1, {D9, D10, D11} $\subset$ AS2, {D9, D10, D11} $\subset$ AS3.

Sprawdzając wszystkie pozostałe możliwe kombinacje relacji w schemacie definicji typu B, można wykazać, że poza podanymi nie ma innych definicji typu B dla absolutnej separacji czasowej L^*.

Oczywiście, można zastanawiać się nad wartością poznawczą przytoczonych definicji. W ich uzasadnieniu powoływałem się bowiem na warunki konieczne, w których po prawej stronie inkluzji występował jedynie jeden składnik. Dodawałem do niego kolejny. Można powiedzieć, że w sposób dość sztuczny modyfikowałem warunki konieczne, by otrzymać pożądaną postać inkluzji. Wskazana przez Augustynka definicja nie posiada takich „słabości” i wydaje się pod tym względem wyjątkowa. Występujący bowiem w definicji D8′ zbiór po lewej stronie inkluzji nie jest podzbiorem jednego ze składników sumy zbiorów występujących po jej prawej stronie. Ten dodatkowy warunek dla definicji typu B oznaczymy przez WN′. Spełniony jest on przez definicję D8′. Analizując warunki konieczne dla poszczególnych relacji, można wykazać, że nie jest to jedyna spełniająca ten warunek definicja typu B dla R^*. W systemie AS2 otrzymujemy bowiem:

(D12) $G \subset (I \cap R) \cup (I^* \cap R^*)$, bo (WK′I).

Jest tak, ponieważ w żadnym warunku koniecznym, poza wskazanymi, prawa strona inkluzji nie jest podzbiorem zbioru postaci: $(K^* \cap R) \cup (K \cap R^*)$, dla którego spełniony byłby dodatkowo warunek WN′, gdzie K lub K^* jest elementem zbioru $\{G, H, I, L\}$. Definicje tego typu dla R^*, które nie spełniałyby tego warunku, można konstruować w oparciu o następujące warunki konieczne: WKH, WKI, WK′H, WK′I i WK*I.

Na koniec, odnosząc się do treści Uwagi 3 podanej przez Augustynka możemy powiedzieć, że choć mylił się on co do istnienia definicji typu B dla L^*, to jednak żadna z nich nie spełnia dodatkowego warunku WN′.

Tw. 14. Jedynymi definicjami typu B dla R^*, spełniającymi warunek WN′ są w systemach AS1 i AS3 definicja D8′, a w systemie AS2 definicje D8′ i D12.

Tw. 15. Jedynymi definicjami typu B dla L^* są w systemach AS1 i AS2 definicje: D9, D10 i D11, a w systemie AS3: D9, D10 i D11. Żadna z nich nie spełnia warunku WN′.

Korzystając z kolejnych warunków wystarczających, można rozpatrywać kwestię istnienia na gruncie poszczególnych systemów definicji typu B dla kolejnych relacji. Wskazana metoda pozwala na formułowanie twierdzeń na ten temat. Zauważmy, że przytoczone definicje są definicjami typu B nie tylko dla L^*, lecz także dla L oraz H i H^* (D9), G i G^* (D10), R i R^* (D11).

6. WARUNKI KONIECZNE I WARUNKI WYSTARCZAJĄCE W ROLI AKSJOMATÓW

Wskazując warunki konieczne i warunki wystarczające, można tworzyć kolejne układy aksjomatów specyficznych, które są równoważne tym oryginalnie zaproponowanym przez Augustynka. W tym celu wystarczy przestrzegać zasady, by w danym systemie zbiory, których warunki konieczne rozpatrujemy, zawierały wszystkie składowe, o których pustości orzeka się w tym systemie. Wynika to z obserwacji, że aksjomaty poszczególnych rozpatrywanych tu systemów orzekają o pustości pewnych składowych. Aksjomatyki równoważne wyjściowym muszą zawierać tę samą informację. W poprzedniej pracy wskazałem przykładowe aksjomatyki tego typu (por. Porwolik 2017). Dla systemów AS1 i AS2 zawierają one warunki konieczne dla I, G i R, a dla systemu AS3 tylko dla I i G.

Ponieważ rozpatrywaną tu przestrzeń można traktować jako sumę dowolnej rozważanej relacji i jej dopełnienia, układami aksjomatów równoważnymi tym podanym przez Augustynka są pary warunków koniecznych dla dowolnej występującej w niej relacji oraz dla jej dopełnienia. W ten sposób otrzymujemy po pięć nowych aksjomatyk dla każdego z systemów. W przypadku warunków koniecznych dla G i G^* mamy przykładowo:

Tw. 16. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS1 z warunkami koniecznymi dla G i G^* (G_KAS1):

(WKG) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$

(WKG*) $G^* \subset (I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$.

Tw. 17 Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 z warunkami koniecznymi dla G i G^* (G_KAS2):

(WK′G) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R)$

(WK′G*) $G^* \subset (I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I^* \cap R)$.

Tw. 18. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS3 z warunkami koniecznymi dla G i G^* (G_KAS3):

(WK*G) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$

(WK*G*) $G^* \subset I^*$.

Zauważmy, że ze wskazanych aksjomatów wprost wynika, że AS3 $\subsetneq$ AS1 $\subsetneq$ AS2. Ponadto, sformułowane wyżej twierdzenia są filozoficznie interesujące m.in. z tego powodu, że sprowadzają one poszczególne systemy Augustynka do pary warunków koniecznych dla identyczności genetycznej oraz różności genetycznej i wskazują, że różnice między prezentowanymi w poszczególnych systemach ujęciami dają się sprowadzić do różnic w tych warunkach. Z tych samych powodów co w przypadku warunków koniecznych dla danej relacji i jej dopełnienia, przykładowymi nowymi układami aksjomatów specyficznych są również odpowiednie pary warunków wystarczających (warunek konieczny dla danej relacji jest równoważny pewnemu warunkowi wystarczającemu dla jej dopełnienia i *vice versa*).

Tw. 19. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS1 z warunkami wystarczającymi dla G i G^* (G_WAS1):

(WWG) $I \cup (H \cap R) \subset G$

(WWG*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \subset G^*$.

Tw. 20. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 z warunkami wystarczającymi dla G i G^* (G_WAS2):

(WW′G) $I \cup (H \cap R) \subset G$

(WW′G*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \cup (H^* \cap I^*) \cup (I^* \cap R) \subset G^*$.

Tw. 21. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS3 z warunkami wystarczającymi dla G i G^* (G_WAS3):

(WW*G) $I \subset G$

(WW*G*) $(H^* \cap L^*) \cup (H^* \cap R^*) \cup (I \cap H) \cup (I \cap L^*) \cup (I \cap R^*) \cup (R \cap H) \cup (R \cap L^*) \subset G^*$.

Tu również można wprost z aksjomatów zidentyfikować zależności między systemami.

Interesujące wydaje się ponadto sprowadzenie aksjomatów specyficznych jedynie do warunków koniecznych i wystarczających dla pewnej relacji. Wówczas mamy do czynienia niejako z aproksymacją danej relacji za pomocą pozostałych.

W przypadku genidentyczności otrzymujemy:

Tw. 22. Aksjomat specyficzny dla systemu AS1 z warunkiem koniecznym i wystarczającym dla G (G_{KW}AS1):

(WKWG) $I \cup (H \cap R) \subset G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$.

Tw. 23. Aksjomat specyficzny dla systemu AS2 z warunkiem koniecznym i wystarczającym dla G (G_{KW}AS2):

(WKW′G) $I \cup (H \cap R) \subset G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R)$.

Tw. 24. Aksjomat specyficzny dla systemu AS3 z warunkiem koniecznym i wystarczającym dla G (G_{KW}AS3):

(WKW*G) $I \subset G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$.

Zauważmy również, że w przypadku poszczególnych systemów mamy:

$I \cup (H \cap R) \neq (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$,
bo $\{30\} \neq \{3, 7, 12, 16, 18, 22, 30\}$

$I \cup (H \cap R) \neq (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R)$,
bo $\{30\} \neq \{3, 7, 12, 18, 30\}$

$I \neq (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$,
bo $\{30\} \neq \{3, 7, 12, 16, 18, 22, 30\}$.

Otrzymujemy zatem, że każda z przytoczonych tu definicji genidentyczności zawierająca warunek konieczny i warunek wystarczający jest definicją częściową, tzn. nie da się jej sprowadzić do równości (nadzbiór i podzbiór dla G w rozpatrywanych warunkach są różne od siebie). Ponieważ układy aksjomatów: G_KAS1, G_WAS1 i G_{KW}AS1; G_KAS2, G_WAS2 i G_{KW}AS2; G_KAS3, G_WAS3 i G_{KW}AS3 są równoważne oryginalnie zaproponowanym przez Augustynka, otrzymujemy następujące twierdzenie.

Tw. 25. Każdy z układów aksjomatów specyficznych: G_KAS1, G_KAS2, G_KAS3, G_WAS1, G_WAS2, G_WAS3, G_{KW}AS1, G_{KW}AS2, G_{KW}AS3 stanowi definicję częściową dla G w odpowiednim systemie.

Tu również wprost z aksjomatów możemy orzec o wzajemnych zależnościach między systemami Augustynka. Zauważmy ponadto (widać to również wprost z ostatniej aksjomatyki), że zbiór $(H \cap R)$ jest zbiorem pustym zarówno w AS1, jak i w AS2. Możemy więc stwierdzić, że systemy AS1 i AS3 nie różnią się od siebie pod względem bezpośredniej charakterystyki samej genidentyczności. Różnią się natomiast, jeżeli chodzi o rozumienie przyczynowości H i quasi-równoczesności R, a to jedynie pośrednio wpływa na rozumienie samej genidentyczności. W systemach AS1 i AS2 w stosunku do AS3 mamy dodatkowo tezę, że nie istnieją zdarzenia zarazem powiązane relacją przyczynowości i quasi-równoczesne. Aksjomaty specyficzne dla AS1 tworzy zatem aksjomat specyficzny dla AS3, będący warunkiem koniecznym i wystarczającym dla G (WKW*G) wraz z zależnością: $(H \cap R) = \emptyset$. Między systemami AS1 i AS3 a systemem AS2 zachodzi natomiast istotna różnica, jeżeli chodzi o rozumienie genidentyczności G. Chociaż we wszystkich systemach warunek wystarczający jest sprowadzany do identyczności logicznej I, to jednak AS2 doprecyzowuje jej warunek konieczny. Podsumowując, możemy powiedzieć, że systemy Augustynka nie różnią się, jeżeli chodzi o warunek wystarczający dla genidentyczności (jest nim zawsze identyczność logiczna), natomiast różnią się, jeżeli chodzi o jej warunek konieczny i kwestię istnienia zdarzeń zarazem powiązanych relacją przyczynowości i quasi-równoczesności. W systemie AS2 z warunku koniecznego dla genidentyczności da się wyprowadzić warunki konieczne dla niej występujące w AS1 i AS3.

W podobny sposób można tworzyć aksjomatyki, w których będą występowały warunki konieczne i warunki wystarczające dla pozostałych relacji. Możemy zapytać, czy w każdym przypadku stanowią one definicje częściowe. W tym celu należy porównywać te warunki i rozstrzygać, czy występująca w nich inkluzja faktycznie jest równością. W celu negatywnej weryfikacji wystarczy posłużyć się przykładami zbiorów spełniających aksjomaty poszczególnych systemów i wykazać, że rozpatrywana równość nie jest tezą danego systemu. Okazuje się, że jedynie w jednym z omawianych tu systemów, dokładnie w systemie AS2, takie dwie definicje da się sformułować. Dotyczą one identyczności logicznej (I) i różności logicznej (I^*). Aby to wykazać, przytoczmy kolejno aksjomatyki systemu AS2 zawierające warunek konieczny i wystarczający dla tych relacji.

Tw. 26. Aksjomat specyficzny dla systemu AS2 z warunkiem koniecznym i wystarczającym dla I ($I_{KW}AS2$):

(WKW′I) $(H \cap R) \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \subset I \subset G \cap H^* \cap L \cap R.$

Tw. 27. Aksjomat specyficzny dla systemu AS2 z warunkiem koniecznym i wystarczającym dla I^* ($I^*_{KW}AS2$):

(WKW′I*) $G^* \cup H \cup L^* \cup R^* \subset I^* \subset (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*).$

Z Tw. 26 otrzymujemy, że w systemie AS2 można równościowo zdefiniować identyczność logiczną w następujący sposób:

(D13) $I = G \cap H^* \cap L \cap R,$ bo (WKW′I).

Jest tak, gdyż nadzbiór dla I występujący w warunku (WKW′I) jest również, na mocy twierdzeń algebry zbiorów, podzbiorem pewnego podzbioru zbioru I z tego warunku (w naszym przypadku drugiego i trzeciego spośród jego składników). Zauważmy, że taka definicja równościowa identyczności logicznej nie istnieje w systemach AS1 i AS3. Aby wykazać, że w warunkach WKWI i WKW*I nie można z inkluzji przejść do równości, wystarczy rozpatrzeć przykładowe zbiory spełniające poszczególne aksjomatyki.

W podobny sposób z Tw. 27 otrzymujemy, że tezą systemu AS2 jest następująca zależność:

(D14) $I^* = (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*),$ bo (WKW′I*).

Ostatecznie można sformułować twierdzenie.

Tw. 28. Spośród rozpatrywanych systemów definicję równościową dla rozważanych relacji da się podać jedynie w systemie AS2. Istnieje ona dla identyczności logicznej (I) oraz dla różności logicznej (I^*). Są to definicje: D13 i D14.

Zauważmy również, że w związku z tym twierdzeniem w systemach Augustynka wszelkie inne definicje zawierające warunki konieczne i/lub warunki wystarczające dla rozpatrywanych przez nas relacji muszą być definicjami częściowymi. W szczególności otrzymujemy, że:

Tw. 29. Definicje: D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12 są definicjami częściowymi.

Dzięki Tw. 28 możemy w systemie AS2 określić relację identyczności logicznej oraz relację różności logicznej przez podanie ich definicji równościowej. W związku z Tw. 26 i Tw. 27 definicje te mogą być traktowane jako jeden z aksjomatów specyficznych dla tego systemu.

Tw. 30. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 z definicją równościową dla I (I_+AS2):

(D13) $I = G \cap H^* \cap L \cap R$

(WI+) $(H \cap R) \cup (G \cap H^*) \cup (G \cap R) \subset G \cap H^* \cap L \cap R$.

Tw. 31. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 z definicją równościową dla I^* (I^*_+AS2):

(D14) $I^* = (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*)$

(WI*+) $G^* \cup H \cup L^* \cup R^* \subset (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*)$.

Ponieważ z definicji D13 wynika warunek konieczny dla I (WK′I), z definicji D14 warunek konieczny dla I^* (WK′I*), a para tych warunków jest równoważna aksjomatom specyficznym dla AS2, otrzymujemy ostatecznie, że w przypadku systemu AS2 jego aksjomaty specyficzne można podać w postaci pary równości D13 i D14. To, że ze wspomnianych definicji równościowych można wyprowadzić aksjomaty (A1′)-(A4′) da się wykazać również bezpośrednio, gdyż: D13 $\vdash$ {A1′, A2′}; D14 $\vdash$ A3′; {D13, D14} $\vdash$ A4′. Otrzymujemy zatem twierdzenie.

Tw. 32. Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 w postaci dwóch równości (I+I*AS2):

(D13) $I = G \cap H^* \cap L \cap R$

(D14) $I^* = (H \cap R^*) \cup (G^* \cap H^*)$.

Konsekwencją Tw. 28 jest również następujące twierdzenie mówiące o postaci aksjomatów specyficznych w systemach Augustynka.

Tw. 33. Spośród rozpatrywanych systemów jedynie w przypadku systemu AS2 jego aksjomaty specyficzne można wyrazić w postaci układu dwóch równości.

Rezultaty uzyskane w Tw. 30-33 wydają się dość zaskakujące. To, że możemy w systemie AS2 zdefiniować identyczność logiczną za pomocą pojęć, używając terminu Grygiańca, „fizykoidalnych" nie wydaje się bowiem zamierzonym rezultatem Augustynka. Zauważmy również, że chociaż aksjomatykę dla AS2 w postaci I+I*AS2 tworzą dwie równości, nie są tu one definicjami równościowymi, ponieważ definiujemy w nich również relacje występujące po prawej stronie tych równości.

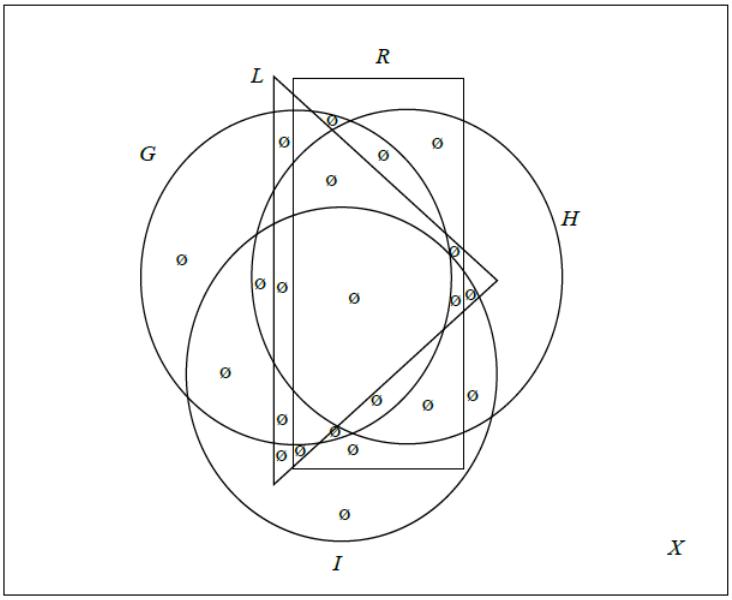
WNIOSKI KOŃCOWE

Aksjomaty specyficzne podane przez Augustynka można więc zinterpretować jako pewnego rodzaju definicje warunkowe. Zawierają one, przykładowo, albo po dwa warunki konieczne, albo po dwa wystarczające dla danych relacji i ich dopełnień, albo jeden warunek konieczny i wystarczający. Korzystając z wypracowanej wcześniej metody analizy systemów Augustynka, można odnajdywać w nich definicje warunkowe danego typu lub uzasadniać twierdzenie, że określona definicja danego rodzaju nie jest ich tezą. Jest to więc metoda formułowania definicji warunkowych w systemach aksjomatycznych o zadanej postaci. Szczególny rodzaj stanowią wśród nich te, które zawierają warunek konieczny i wystarczający. W analizowanych systemach definicje te są definicjami częściowymi, poza przypadkiem systemu AS2 i wskazanych w nim definicji równościowych dla identyczności logicznej i różności logicznej. W związku z tym w systemie AS2 identyczność logiczna i różność logiczna nie są potrzebne do aksjomatycznego zdefiniowania genidentyczności. Para wspomnianych dwóch równości jest równoważna aksjomatom specyficznym dla AS2 podanym przez Augustynka. Ponadto, zastosowana metoda analizy systemów pozwoliła odpowiedzieć na zadane przez samego Augustynka (1997) pytania dotyczące istnienia rozpatrywanych przez niego definicji typu *A* i definicji typu *B*.

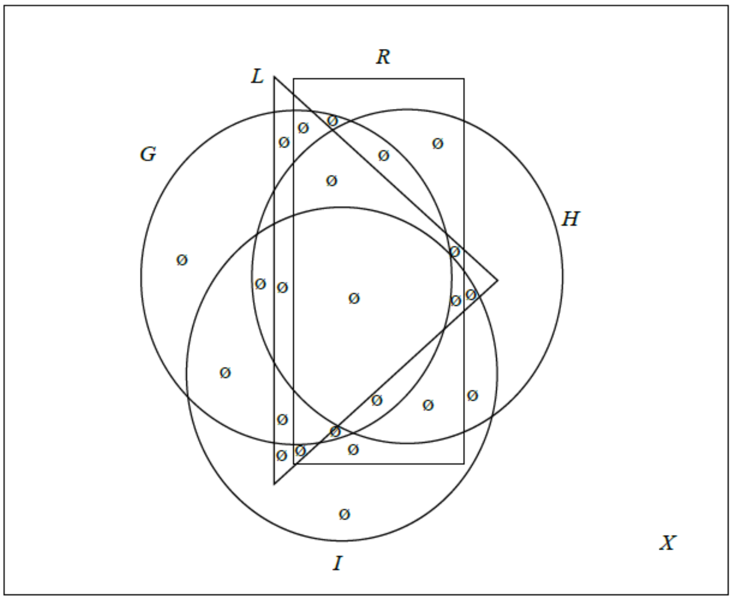
W duchu arystotelesowskim definicje miały wskazywać na istotę tego, czego definicję formułowano. Nie zawsze możliwe jest to przy użyciu definicji klasycznej, czy ogólniej — równościowej. To zmaganie z dookreśleniem pewnych interesujących filozoficznie pojęć jest dostrzegalne w pracach Augustynka na temat genidentyczności. Z jednej strony, pojawiają się w nich definicje aksjomatyczne, z drugiej — warunkowe. Poza uporządkowaniem uwag Augustynka na temat definicji tego drugiego rodzaju, w pracy próbowałem odnieść te definicje do siebie nawzajem. Aby ten filozoficzny cel osiągnąć, tak jak w poprzedniej pracy, posłużyłem się dość prostą metodą formalną, wskazując na jej ważne, choć drugoplanowe miejsce w dociekaniach filozoficznych.

DODATEK

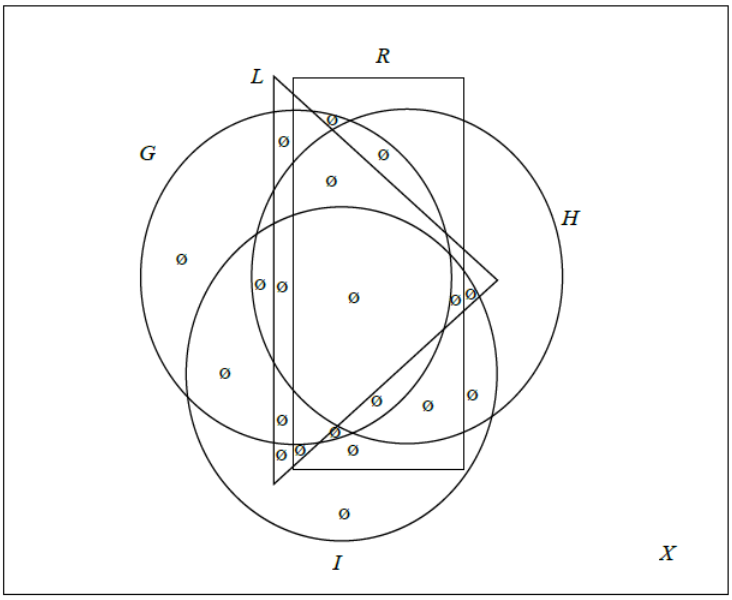
1. DIAGRAMY VENNA DLA POSZCZEGÓLNYCH SYSTEMÓW



Rysunek 1. Diagram Venna dla AS1

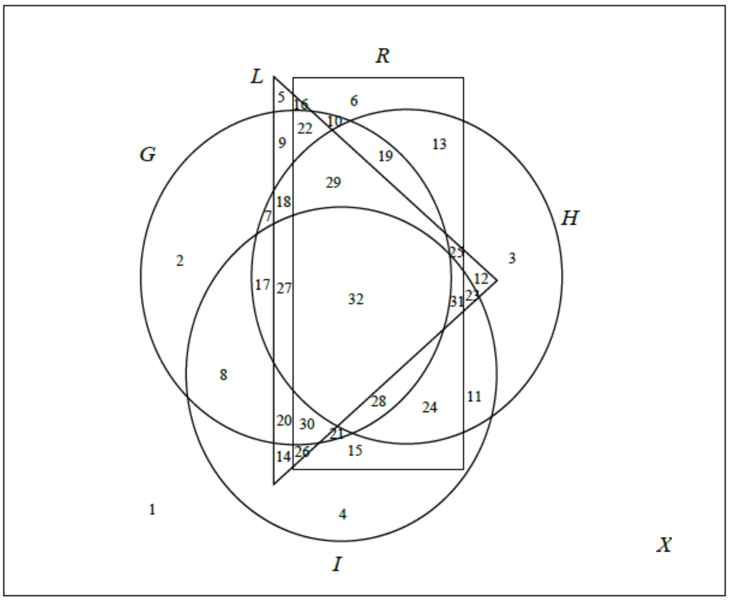


Rysunek 2. Diagram Venna dla AS2



Rysunek 3. Diagram Venna dla AS3

2. NUMERACJA SKŁADOWYCH



Rysunek 4. Numeracja składowych przestrzeni *X*

3. PUSTE SKŁADOWE W POSZCZEGÓLNYCH SYSTEMACH

Nr	Składowe	System AS1	System AS2	System AS3
1	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
2	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$	A3	A3′	A4#
3	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
4	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
5	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$			
6	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$			
7	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
8	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1, A3	A1′	A1#, A4#
9	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$	A3	A3′	A4#
10	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2	A2′, A3′	A2#
11	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
12	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			

13	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A4	A4′	
14	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#
15	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1	A1′	A1#
16	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$			
17	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
18	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			
19	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2, A4	A2′, A4′	A2#, A3#
20	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1, A3	A1′	A1#, A4#
21	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A2	A1′	A2#
22	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$		A2′, A3′	
23	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#
24	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A4	A1′, A4′	A1#
25	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A4	A4′	
26	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R$	A1	A1′	A1#
27	$G \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#
28	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A2, A4	A1′, A4′	A2#, A3#
29	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A4	A2′, A4′	A3#
30	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R$			
31	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R$	A1, A4	A1′, A4′	A1#
32	$G \cap H \cap I \cap L \cap R$	A4	A4′	A3#

Tabela 1. Składowe przestrzeni *X* i aksjomaty odpowiedzialne za ich pustość

BIBLIOGRAFIA

Augustynek Z. (1981), *Genidentity*, „Dialectics and Humanism" 1, 193-202.

Augustynek Z. (1984), *Identyczność genetyczna*, „Studia Filozoficzne" 219(2), 31-42.

Augustynek Z. (1996), *Relacje czasoprzestrzenne*, „Filozofia Nauki" 4(4) [16], 7-19.

Augustynek Z. (1997a), *Wspólna podstawa czasu i przestrzeni* [w:] *Czasoprzestrzeń. Eseje filozoficzne*, Warszawa: WFiS UW, 51-57.

Augustynek Z. (1997b), *Substancja — przyczynowość — przestrzeń — czas* [w:] *Czasoprzestrzeń. Eseje filozoficzne*, Warszawa: WFiS UW, 99-111.

Grobler A. (2006), *Metodologia nauk*, Kraków: Aureus, Znak.

Grygianiec M. (2005a), *Variants and Criteria of Genidentity*, „Logic, Methodology and Philosophy of Science at Warsaw University", t. 2, 161-171.

Grygianiec M. (2005b), *Genidentyczność a metafizyka persystencji*, „Filozofia Nauki" 13(2) [50], 87-102.

Grygianiec M. (2007), *Identyczność i trwanie. Studium ontologiczne*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Semper.

Grygianiec M. (2011a), *Aksjomatyczne definicje genidentyczności*, „Filozofia Nauki" 19(1) [73], 25-37.

Grygianiec M. (2011b), *Trwanie w czasie* [w:] *Przewodnik po metafizyce*, S. T. Kołodziejczyk (red.), Kraków: WAM, 211-276.

Grygianiec M. (2016), *Criteria of Identity and Two Modes of Persistence,* „Filozofia Nauki" 24(2) [94], 17-29.

Guzicki W., Zakrzewski P. (2005), *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Kuratowski K., Mostowski A. (1978), *Teoria mnogości*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Porwolik M. (2017), *Aksjomatyczne ujęcia genidentyczności według Zdzisława Augustynka. Część I. Porównanie systemów*, „Filozofia Nauki" 25(3) [99], 5-40.