Filozofia Nauki, ISSN 1230-6894
Rok XXV, 2017, Nr 3(99), s. 137-144

POLEMIKI

JOANNA LUC*

REALNOŚĆ PROBLEMU ZMIANY
POLEMIKA Z ADAMEM ANDRZEJEWSKIM

Abstract

GENUINENESS OF THE PROBLEM OF CHANGE. AGAINST ADAM ANDRZEJEWSKI'S OBJECTION

The problem of change concerns its inconsistency: according to the principle of indiscernibility of identicals, if two objects are numerically identical, they have the same qualities, so an object cannot change without losing its numerical identity. Andrzejewski (2011) claims that the problem does not even arise, because the principle is false: it links two kinds of identity that are in fact independent. I argue that, despite the apparent independency, numerical identity — in the framework of classical logic — implies qualitative identity, so the principle holds, and thus the problem of change cannot be blocked in this way within this framework.

Keywords: problem of change, indiscernibility of identicals, qualitative identity, numerical identity

Czy można niesprzecznie mówić o zmianie? To pytanie zadali sobie już starożytni. Wątpliwości, jak na nie odpowiedzieć, sprawiły, że część z nich zaczęła odmawiać jej realności. Problem pozostał wciąż aktualny — dziś jest przedmiotem refleksji m.in. filozofów analitycznych. Większość autorów zamiast odrzucać samą zmianę, stara się tak zmodyfikować ontologię lub zreinterpretować pojęcie zmiany, by można było uznać jej realność. Pojawiają się jednak głosy, że problem zmiany jest pozorny. Tezę taką można znaleźć w artykule Adama Andrzejewskiego (2011). Celem mojej polemiki jest pokazanie, że usunięcie problemu zmiany nie jest tak proste, jak twierdzi autor tekstu.

* Instytut Filozofii, Uniwersytet Jagielloński, ul. Grodzka 52, 31-044 Kraków, joanna.luc.poczta@gmail.com.

1. PROBLEM ZMIANY

Problem zmiany, jak go określa Andrzejewski, polega na tym, że pewne zgodne z intuicją tezy na jej temat razem wzięte prowadzą do sprzeczności, a zatem — że samo pojęcie zmiany jest wewnętrznie sprzeczne. Rozważmy następującą sytuację: pewien przedmiot x ma w chwili t_1 własność P_1, a potem ulega zmianie i w chwili t_2 ma własność P_2. Zakładamy przy tym, że własności P_1 i P_2 się wykluczają, tzn. ten sam przedmiot nie może mieć ich obu jednocześnie (przykładami takich własności są bycie w całości zielonym i bycie w całości niebieskim albo, bezpieczniej, bycie w całości zielonym i niebycie w całości zielonym). Zakładamy także, że przedmiot x mimo zmiany jest tym samym (numerycznie) przedmiotem. Zasadniczy krok w całym rozumowaniu to przyjęcie zasady nieodróżnialności identycznych[1]:

$$\forall_x \forall_y \left[(x = y) \Rightarrow \forall_P (Px \Leftrightarrow Py) \right]. \tag{1}$$

Stąd do sprzeczności można dojść różnymi drogami. Na przykład w ten sposób: skoro przedmiot x z chwili t_1 i przedmiot x z chwili t_2 są tożsame, to muszą mieć te same własności. W szczególności, skoro pierwszy z nich ma własność P_1, to drugi też musi ją mieć. Jednakże ten drugi ma własność P_2, która wyklucza się z własnością P_1, a więc wiemy na pewno, że nie ma P_1. Doszliśmy więc do dwóch wzajemnie sprzecznych wniosków: że przedmiot x ma w chwili t_2 własność P_1 i że przedmiot x nie ma w chwili t_2 własności P_1.

2. ELIMINACJA PROBLEMU ZMIANY

Zasada Leibniza łączy dwa rodzaje identyczności: numeryczną i jakościową. Identyczność jakościowa dotyczy własności przedmiotu (wszystkich lub pewnej podgrupy, żeby wyeliminować „patologiczne” przypadki[2]). Przedmioty identyczne jakościowo mają dokładnie te same własności. Można to zapisać jako:

[1] Jest to „połowa” zasady Leibniza. Druga połowa to zasada identyczności nieodróżnialnych, różniąca się kierunkiem implikacji.

[2] Takie jak własność „bycie identycznym z x”, która jest związana raczej z identycznością numeryczną niż jakościową, niemniej da się taką własność na gruncie logiki klasycznej poprawnie skonstruować. Dokładne kryteria selekcji własności są istotne głównie przy rozważaniach drugiej części zasady Leibniza, tj. identyczności nieodróżnialnych, więc tutaj je pominę.

(2) $$(x =_j y) \overset{df}{\Leftrightarrow} \underset{P}{\forall}(Px \Leftrightarrow Py).$$

Natomiast identyczność numeryczna dotyczy indywidualności danego przedmiotu, jego bycia tym samym tym-oto bytem. Nie da się tego zapisać w postaci definicji podobnej do tej dla identyczności jakościowej. Można jednak zdefiniować identyczność numeryczną jako najmniejszą relację równoważnościową, tj. spełniającą następujące trzy aksjomaty[3]:

(3) $$\underset{x}{\forall}(x =_n x) \text{ — zwrotność,}$$

(4) $$\underset{x}{\forall}\underset{y}{\forall}\left[(x =_n y) \Rightarrow (y =_n x)\right] \text{ — symetryczność,}$$

(5) $$\underset{x}{\forall}\underset{y}{\forall}\underset{z}{\forall}\left\{\left[(x =_n y) \wedge (y =_n z)\right] \Rightarrow (x =_n z)\right\} \text{ — przechodniość.}$$

Oczywiście znaki „$=_j$" i „$=_n$" w przedstawionych formułach oznaczają odpowiednio identyczność jakościową i numeryczną. Używając tych oznaczeń, możemy zasadę nieodróżnialności identycznych (1) przepisać jako:

(6) $$\underset{x}{\forall}\underset{y}{\forall}\left[(x =_n y) \Rightarrow (x =_j y)\right].$$

Andrzejewski na podstawie przedstawionych definicji pokazuje wzajemną niezależność tych dwóch rodzajów identyczności. Wróćmy do opisanego wcześniej przypadku, który ilustrował problem zmiany. Andrzejewski analizuje go następująco:

> Przedmiot przed zmianą oznaczmy jako *x*, obiekt zaś po zmianie jako *y*. Analiza diachroniczna identyczności jakościowej wskazuje, że obiekty *x* i *y* nie są ze sobą identyczne, ponieważ nie wszystko, co jest prawdą o *x*-ie, jest też prawdą o *y*-u. Analogiczny wniosek nie musi płynąć z zastosowania diachronicznego ujęcia identyczności numerycznej względem *x*-a i *y*-a. Identyczność ta nie opiera się bowiem na posiadaniu bądź nieposiadaniu własności przez obiekty, których ma dotyczyć (nie)identyczność, lecz na spełnieniu aksjomatów zwrotności, przechodniości i symetryczności [...]. Zatem jest możliwe, że jakiś przedmiot pomimo zmiany pozostanie tym samym przedmiotem (identyczność numeryczna), jednakże nie posiada tych samych własności, co przed i po zmianie (identyczność jakościowa). Możliwy jest także scenariusz odwrotny: pewien przedmiot pod wpływem zmiany przestaje istnieć (identyczność numeryczna), natomiast przedmiot przed zmianą i po zmianie to dwa różne indywidua posiadające te sa-

[3] Najmniejszą, tzn. taką, w której jest zawarta każda inna relacja spełniająca te warunki. Taką definicję podaje Andrzejewski; podobne ujęcie znajdujemy u Petera Smitha (2003: 303-311).

me własności (identyczność jakościowa). W takim razie identyczność jakościowa nie musi pociągać za sobą identyczności numerycznej i *vice versa* (2011: 130).

Autor stwierdza, że zgodnie z założeniami przykładu x i y nie są w relacji identyczności jakościowej, ponieważ jedno z nich ma własność, której nie ma drugie (zgodnie z naszymi wcześniejszymi oznaczeniami: x ma własność P_1, a y nie ma własności P_1). Czy jednak wynika stąd coś na temat ich identyczności numerycznej[4]? Na pierwszy rzut oka oczywiście nic. Definicje obu typów identyczności są ewidentnie różne. W definicji identyczności numerycznej nigdzie nie pojawia się identyczność jakościowa i na odwrót, a więc na podstawie samych formuł (2)-(5) nie można, przynajmniej w jakiś prosty i bezpośredni sposób, pokazać jakichkolwiek związków między tymi dwoma rodzajami identyczności. Sprawdzenie, czy między x i y zachodzi identyczność numeryczna, wymaga dwóch kroków: najpierw należy znaleźć najmniejszą relację spełniającą warunki (3)-(5), a następnie przekonać się, czy zachodzi ona między x i y. Sprawdzenie, czy między x i y zachodzi identyczność jakościowa wymaga zupełnie innej operacji: należy przekonać się, czy dla każdej własności prawdą jest, że mają ją oba te przedmioty lub żaden z nich. Podstawy orzekania dwóch rodzajów identyczności są zupełnie inne, stąd ich wzajemna niezależność.

3. POWRÓT PROBLEMU ZMIANY

Twierdzę, że owa niezależność wcale nie zachodzi, przynajmniej o ile pozostajemy na gruncie logiki klasycznej, co jak się zdaje dotyczy też Andrzejewskiego[5]. Pozór tej niezależności bierze się stąd, że skupiliśmy się na samych formułach definicyjnych (2)-(5), a nie wzięliśmy pod uwagę szerszego kontekstu systemu logicznego, w jakim one funkcjonują, a który pozwala udowodnić zachodzenie między nimi pewnych istotnych związków.

Identyczność numeryczna „$=_n$” to po prostu standardowa identyczność logiczna, oznaczana zwykle jako „=”. Logika klasyczna jest ekstensjonalna, w związku z czym dwie zmienne o tej samej ekstensji można wymienić w dowolnej formule bez zmiany jej wartości logicznej (o ile zmienne te nie są zwią-

[4] Dalsza część tego akapitu zawiera dopowiedzenia do rozumowania Andrzejewskiego, które według mnie czynią jego argument bardziej zrozumiałym.

[5] Zapisuje on formuły logiczne, a więc posługuje się którymś rachunkiem logicznym. Którym? Jeśli dany autor tego nie rozstrzyga, domyślnie zakłada się, że jest to rachunek klasyczny, a nic nie wskazuje, by Andrzejewski od niego odstąpił. Związek z logiką klasyczną sugeruje również wybrana przez niego definicja identyczności numerycznej.

zane kwantyfikatorem). Wynika stąd, że zasada nieodróżnialności identycznych (1), a więc także zasada (6), będąca jej notacyjnym wariantem, jest twierdzeniem logiki klasycznej. O ile zatem pozostajemy na gruncie tej ostatniej, nie możemy zasady tej odrzucić, a na tym opierał się zaproponowany przez Andrzejewskiego pomysł uniknięcia problemu zmiany.

Przyjrzyjmy się temu nieco dokładniej. Popularny sposób definiowania identyczności numerycznej, alternatywny względem metody zaproponowanej przez Andrzejewskiego, jest następujący (por. Bridge 1977: 58, Leary 2000: 56, Mendelson 1997: 95, Uzquiano 2014):

(7) $$\forall_{x}\, x = x\,,$$

(8) $$\forall_{x_1}\forall_{x_2}\{x_1 = x_2 \Rightarrow [\varphi(x_1 / x) \Rightarrow \varphi(x_2 / x)]\},$$

przy czym φ jest formułą atomową niezawierającą x_1 ani x_2, a $\varphi(x_i / x)$ oznacza podstawienie x_i za x we wszystkich wystąpieniach x. Dla uproszczenia rozważamy język, w którym nie ma stałych indywiduowych ani symboli funkcyjnych, a więc jedynymi termami są zmienne indywiduowe (w przeciwnym wypadku należałoby rozszerzyć tę definicję identyczności na te wyrażenia, a także na wszystkie termy z nich konstruowalne; nie wniosłoby to jednak nic istotnego z punktu widzenia naszych rozważań).

Pierwszy z aksjomatów, czyli (7), jest taki sam jak (3). Natomiast drugi aksjomat, a właściwie rodzina aksjomatów (8) dla wszystkich odpowiednich formuł φ, wyraża właśnie możliwość podstawiania zmiennych o tej samej ekstensji bez zmiany wartości logicznej formuły. Na podstawie (7) i (8) można udowodnić analogony aksjomatów (4) i (5). Tak więc „nowa" definicja (7)-(8) pociąga za sobą „starą" (3)-(5). Nas interesuje jednak inna zależność: chcemy pokazać, że nawet jeśli zdefiniujemy identyczność za pomocą formuł (3)-(5), to jako konsekwencję otrzymamy zasadę nieodróżnialności identycznych, wynikającą bezpośrednio z definicji „nowej".

Wydaje się, że najbardziej przejrzysty sposób pokazania tej zależności wymaga odwołania się do semantyki, tj. do pojęcia interpretacji i wartościowania[6]. Ustalmy następującą notację: $U = \{u_1, u_2, \ldots\}$ to nasze (niepuste) uniwersum. Predykaty jednoargumentowe oznaczać będziemy zgodnie z przyjętą już konwencją przez P, P_1, P_2,..., natomiast zmienne przez x, x_1, x_2,... Interpretacja to funkcja przypisująca predykatom jednoargumentowym podzbiory uniwersum (intuicyjnie: zbiory elementów uniwersum posiadających własność reprezentowaną przez dany predykat), predykatom dwuargumentowym

[6] Zob. np. Woleński 1993: 21-50; tutaj będę zakładać podstawową znajomość tych pojęć.

(do których należy identyczność) zbiory par elementów uniwersum itd. Funkcję tę będziemy oznaczać przez I. Z kolei wartościowanie to funkcja przypisująca zmiennym elementy uniwersum. Będziemy ją oznaczać przez W. Dopiero po ustaleniu obu tych funkcji wszystkie formuły języka klasycznego rachunku predykatów pierwszego rzędu mają określoną wartość logiczną (prawdę lub fałsz).

Identyczność możemy potraktować na dwa sposoby: albo wprowadzić ją jako odrębną kategorię syntaktyczną na równi ze spójnikami zdaniowymi i kwantyfikatorami, albo jako jeden z predykatów, na który nakładamy określone warunki. Z naszego punktu widzenia ta różnica nie ma większego znaczenia. Ważne jest, że interpretacja relacji identyczności musi być zgodna z definicją, tj. musi to być najmniejsza relacja spełniająca warunki (3)-(5). Spróbujmy więc znaleźć *explicite* tę interpretację.

Na mocy aksjomatu (3) każda para $\langle u_i, u_i \rangle$, gdzie $u_i \in U$, musi należeć do ekstensji relacji równoważnościowej. W związku z tym ekstensja identyczności musi zawierać zbiór par $\{\langle u_i, u_i \rangle : u_i \in U\}$. Aksjomaty (4)-(5) zastosowane do tego zbioru nie wymuszają dołączenia do niego żadnych dodatkowych par, tak więc ekstensja relacji identyczności jest tożsama ze zbiorem $I(=) = \{\langle u_i, u_i \rangle : u_i \in U\}$.

Pokażemy teraz, że dla relacji identyczności o tak określonej ekstensji zachodzi (8). Załóżmy, że $x_1 = x_2$. Oznacza to, że $\langle W(x_1), W(x_2) \rangle \in I(=)$, a stąd wynika, że zmiennym x_1 i x_2 wartościowanie W przypisuje ten sam obiekt z uniwersum: $W(x_1) = W(x_2) = u_k \in U$. Załóżmy, że prawdą jest $P(x_1 / x)$, gdzie P jest pewnym predykatem jednoargumentowym reprezentującym jakąś własność. Chcemy pokazać, że wówczas prawdą jest także $P(x_2 / x)$. Na poziomie semantycznym zachodzenie $P(x_1 / x)$ odpowiada temu, że $W(x_1) \in I(P)$, czyli $u_k \in I(P)$. Ponieważ jednak $u_k = W(x_2)$, to na mocy $u_k \in I(P)$ zachodzi również $W(x_2) \in I(P)$, co należało udowodnić. Dla bardziej złożonych formuł potrzebne jest pewne uogólnienie tego dowodu, ale, jak zaraz zobaczymy, dla naszych celów właściwie istotne jest tylko zachodzenie (8) dla formuł φ skonstruowanych za pomocą jednego predykatu jednoargumentowego.

Pokazaliśmy równoważność na gruncie logiki klasycznej dwóch definicji identyczności numerycznej (zwanej zwykle w logice po prostu „identycznością"), mianowicie (3)-(5) oraz (7)-(8). Zauważmy teraz, że identyczność numeryczna zdefiniowana przez warunki (7)-(8) pociąga identyczność jakościową. Rozważmy dowolną własność P. Za jej pomocą możemy skonstruować formułę $\varphi(x) \equiv P(x)$, do której możemy zastosować warunek (8). Z tego warunku wynika, że jeśli zachodzi $x_1 = x_2$, to $P(x_1)$ pociąga $P(x_2)$. Podobnie, z tego samego warunku wynika, że jeśli zachodzi $x_1 = x_2$, to $P(x_2)$ pociąga $P(x_1)$. Zatem z $x_1 = x_2$ wynika $Px_1 \Leftrightarrow Px_2$ dla dowolnego P, co zgodnie z (2) stanowi definicję identyczności jakościowej.

Podsumowując, nasze rozumowanie miało następujące kroki:

(1) zaczynamy od przyjmowanej przez Andrzejewskiego identyczności numerycznej zdefiniowanej warunkami (3)-(5);

(2) pokazujemy, że ta definicja na gruncie logiki klasycznej pociąga inną, mianowicie wyrażoną warunkami (7)-(8);

(3) dowodzimy, że nowa definicja identyczności numerycznej pociąga identyczność jakościową w sensie definicji (2);

(4) wyciągamy wniosek, że identyczność numeryczna (jakkolwiek zdefiniowana, w szczególności tak, jak chciał Andrzejewski) pociąga identyczność jakościową, co stanowi treść zasady nieodróżnialności identycznych.

ZAKOŃCZENIE

Z przedstawionych rozważań wynika, że jeżeli pozostajemy na gruncie logiki klasycznej, to proponowany przez Andrzejewskiego argument za niezależnością identyczności numerycznej i jakościowej nie może być uznany za poprawny. Wiemy, że zależność między tymi dwoma typami identyczności zachodzi i że jest ona dokładnie taka, jak postuluje zasada nieodróżnialności identycznych. Można oczywiście postawić tezę, że przedstawiona formalizacja zakładająca logikę klasyczną jest niewłaściwym ujęciem metafizycznej idei identyczności i że na gruncie lepszej formalizacji dowodzonej tu konsekwencji dałoby się uniknąć. Taka teza wymagałaby jednak osobnego i szczegółowego zbadania.

Rozumowaniu przedstawionemu w części trzeciej można zarzucić, że jest w jakimś sensie trywialne. Wychodzimy bowiem od uniwersum zawierającego jakieś obiekty i te obiekty bądź teoriomnogościowe konstrukcje z nich przypisujemy wyrażeniom języka. Następnie, gdy zadajemy pytanie o identyczność, czynimy to właśnie na poziomie języka: sprawdzamy, czy różne językowe „etykietki" przypisaliśmy tym samym przedmiotom. Nie o to jednak zdawało się chodzić w oryginalnym problemie zmiany, który był zagadnieniem ontologicznym, a nie językowym. Właściwy problem zmiany tutaj się nie pojawia — tożsamość przedmiotów, czyli elementów uniwersum, traktowana jest jako dana. Ponownie jednak, jeśli uważamy to ujęcie za niewłaściwe, to musimy tę kwestię inaczej sformalizować (na gruncie logiki klasycznej lub jakiejś innej) bądź uznać ją za niepodatną na formalizację (co automatycznie usuwałoby problem, skoro nie można wtedy mówić w ścisłym sensie o sprzeczności). Zagadnienie zmiany w istotny sposób wiąże się z czasem, na który logika klasyczna jest niewrażliwa.

Na zakończenie wskażę możliwe sposoby (zapewne nie jedyne) godzenia zasady nieodróżnialności identycznych z możliwością zmiany. Po pierwsze, w przedstawionych wywodach *implicite* utożsamiono indywiduum w sensie logicznym (jako podstawowy obiekt, o którym się orzeka, reprezentowany w syntaktyce przez zmienną, a w semantyce przez element uniwersum) z indywiduum zmiennym czasowo, o którego zmianach chcielibyśmy orzekać. Jeżeli jednak potraktujemy indywiduum zmienne czasowo jako obiekt złożony logicznie, a za podstawowy podmiot orzekania uznamy np. jego przekroje czasowe, to przy opisie naszego indywiduum nie pojawią się sprzeczności, ponieważ różne cechy jako przysługujące mu w różnych chwilach będą formalnie przypisywane odmiennym obiektom. Wydawać by się mogło, że ceną za to rozwiązanie jest rozejście się ontologii i logiki, ponieważ nie mają one wspólnego „obiektu podstawowego". Z drugiej strony, indywidua zmieniające się w czasie, takie jakie znamy, są raczej złożonymi obiektami i naleganie na traktowanie ich jako absolutnie prostych podmiotów logicznych być może jest bezzasadne. Inne podejścia polegałyby na indeksowaniu czasowym własności lub przysługiwania własności (lub na potraktowaniu przysługiwania własności jako relacji wiążącej trzy elementy — indywiduum, własność i odpowiednią chwilę).

Wszystkie te możliwości mogą mieć różne realizacje: albo przez wzbogacenie logiki klasycznej o nowe elementy strukturalne, albo przez reinterpretację jej zawartości (np. w pierwszej propozycji — inne niż zazwyczaj rozumienie elementów uniwersum). Należy jednak podkreślić, że zasada nieodróżnialności identycznych pozostaje nienaruszona, dotyczy tylko czego innego, niż się zazwyczaj uważa (na przykład, w pierwszej propozycji, nie „całego" indywiduum, lecz jedynie jego przekrojów czasowych).

BIBLIOGRAFIA

Andrzejewski A. (2011), *Problem zmiany a identyczność numeryczna*, „Filozofia Nauki" 19(2) [74], 123-133.

Bridge J. (1977), *Beginning Model Theory*, Oxford: Clarendon Press.

Mendelson E. (1997), *Introduction to Mathematical Logic*, London: Chapman & Hall.

Smith P. (2003), *An Introduction to Formal Logic*, Cambridge: Cambridge University Press.

Uzquiano G. (2014), *Quantifiers and Quantification* [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2017 Edition), E. N. Zalta (ed.), https://goo.gl/TsRWmn.

Woleński J. (1993), *Metamatematyka a epistemologia*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.