Filozofia Nauki, ISSN 1230-6894
Rok XXV, 2017, Nr 3(99), s. 5-40

MAREK PORWOLIK*

AKSJOMATYCZNE UJĘCIA GENIDENTYCZNOŚCI WEDŁUG ZDZISŁAWA AUGUSTYNKA
CZĘŚĆ I. PORÓWNANIE SYSTEMÓW

Abstract

THE AXIOMATIC APPROACH TO GENIDENTITY ACCORDING TO ZDZISŁAW AUGUSTYNEK
PART I. THE COMPARISON OF SYSTEMS

The existence of objects in time or, generally speaking, the existence of objects that are subject to change can be described using the notion of *genidentity* (*genetic identity*). Zdzisław Augustynek devoted a number of works to this issue, and Mariusz Grygianiec offered valuable commentaries. Augustynek tried to specify this notion by means of axiomatic definitions. He presented three sets of specific axioms. They delimit sets of theses, called *systems* by Augustynek and marked as AS1, AS2, and AS3. Apart from the term *genidentity* (*G*), the axioms also contain the following terms: *logical identity* (*I*), *quasi-simultaneity* (*R*), *quasi-collocation* (*L*), and *causality* (*H*). They represent binary relations whose field is the set of events *S*. The axioms also involve symbols of the complements of these relations: *genetic difference* (*G**), *logical difference* (*I**), *time separation* (*R**), *space separation* (*L**), and *the complement of H* (*H**).

The results obtained by Augustynek and Grygianiec can be supplemented or even corrected in some places. This fact motivated me to analyze systems AS1, AS2, and AS3 once again. The results are presented in two separate articles: Part I (this paper) and Part II (to be published in *Filozofia Nauki* 25(4) [100]). The first aim of Part I is to present the set-theoretic approach to the analysis of Augustynek's systems. Although the specific axioms themselves are expressed in the language of the algebra of sets, their analysis was conducted by Grygianiec in the classical predicate calculus. The set-theoretic approach facilitates the analysis of the sets of specific axioms. Accordingly, I present the specific axioms of systems AS1, AS2, and AS3 in the language of algebra of sets, illustrating them with Venn diagrams for five sets, expressing the specific axioms of the analyzed systems with the use of the theory of components, showing exemplary sets fulfilling those axioms, and formulating preliminary remarks concerning the relationships among systems AS1, AS2, and AS3.

The second aim of Part I is to use the presented method to compare the three systems. The most important stages include formulating and justifying theses concerning: (i) the relationships among systems AS1, AS2, and AS3, (ii) supplementary axioms that cause a mutual equivalence of the axioms when added to systems AS1, AS2, and AS3, and (iii) selected relationships that can be identified on the basis of systems AS1, AS2, and AS3. Next, I correct certain conclusions con-

* Instytut Filozofii, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego, ul. Wóycickiego 1/3, 01-938 Warszawa, m.porwolik@uksw.edu.pl.

cerning systems AS1, AS2, and AS3 from Augustynek's and Grygianiec's works, show a method of creating alternative axioms for systems AS1, AS2, and AS3, and suggest methods for further modifications of axioms of these systems.

Keywords: genidentity, identity, Augustynek, Grygianiec, algebra of sets, Venn diagrams, components

Termin *genidentyczność* został wprowadzony do języka nauki przez psychologa Kurta Lewina (1890-1947) za sprawą jego pracy habilitacyjnej zatytułowanej *Der Begriff der Genese in Physik, Biologie und Entwicklungsgeschichte* (1922). Punktem wyjścia jego analiz była obserwacja szczególnego rodzaju identyczności pewnych obiektów rozpatrywanych w biologii i fizyce — identyczności, która dopuszczała jednak pewien rodzaj zmian. Terminem *genidentyczność* (*identyczność genetyczna*) posługuje się obecnie wiele dziedzin nauki. Za pomocą różnych ujęć tego rodzaju identyczności próbuje się również rozwiązywać niektóre paradoksy trwania i zmiany, a także opisywać trwanie takich przedmiotów podlegających zmianom jak np. organizmy żywe.

Monografią opublikowaną w ostatnim czasie, która wśród wielu innych analiz porusza również zagadnienie *genidentyczności*, jest praca Mariusza Grygiańca *Identyczność i trwanie. Studium ontologiczne* (2007). W jednej z późniejszych publikacji Grygianiec (2011a) przedstawił i przeanalizował trzy aksjomatyczne ujęcia *genidentyczności*, których autorem jest Zdzisław Augustynek (1981, 1984, 1996, 1997a, b), oraz jedno ujęcie autorstwa Eugeniusza Żabskiego (2008)[1]. Wartościowe wydaje się w tej pracy nie tylko podsumowanie wysiłków Augustynka, których celem była aksjomatyczna definicja *genidentyczności*, lecz także wskazanie na odmienny charakter jego ujęć *identyczności genetycznej* w stosunku do ujęć Żabskiego. Koncepcje Augustynka są bowiem, jak pisze Grygianiec, *„fizykoidalne"*, a Żabskiego — *„logikoidalne"*. Swoje aksjomatyczne ujęcia *genidentyczności* wprowadza Żabski m.in. po to, by wyjaśnić niektóre paradoksy trwania i zmiany (paradoks statku Tezeusza, paradoks Chisholma).

Zasadniczą część artykułu Grygiańca (2011a) stanowią analizy trzech systemów zaproponowanych przez Augustynka[2]. Będę je nazywać: AS1, AS2

[1] Grygianiec porusza problem genidentyczności także w innych pracach (2005a, b, 2011b, 2016).

[2] Choć Augustynek wielokrotnie używa w swoich pracach terminu *system*, to bliżej nie określa, jak termin ten rozumie. Poprzestaje jedynie na podaniu aksjomatów specyficznych, mających charakteryzować występujące w nich terminy pierwotne.

i AS3[3]. W swoich pracach Grygianiec zrekonstruował ich aksjomaty specyficzne, używając języka rachunku predykatów pierwszego rzędu (w oryginalnych pracach Augustynka użyty został język algebry zbiorów). Wskazał również na filozoficznie interesujące tezy wynikające z poszczególnych aksjomatyk tych systemów oraz na niektóre zależności między tymi systemami. Rekonstrukcję dokonaną przez Grygiańca można jednak w wielu miejscach uzupełnić i poprawić w związku z tym, że zawiera ono także problematyczne spostrzeżenia i wnioski. Wykażę w szczególności, że już sam Augustynek, opierając się na tego typu wnioskach, odrzuca system AS2, czyli rezygnuje z jednego ze swoich ujęć genidentyczności. Grygianiec, referując jego prace, nie zauważa występujących tam niedociągnięć i sam również formułuje nowe problematyczne wnioski. Głównym celem moich analiz systemów AS1, AS2 i AS3 jest wskazanie rzeczywistych różnic między zakładanymi w nich ujęciami genidentyczności, umiejscowienie w nich wspomnianych wcześniej interesujących filozoficznie zależności oraz odpowiedź na niektóre szczegółowe pytania, które Augustynek sformułował, lecz na które nie odpowiedział.

Poszczególne etapy pracy to:

— przypomnienie podstawowych informacji dotyczących rozpatrywanych systemów;

— przedstawienie aksjomatów specyficznych dla systemów AS1, AS2, AS3 w języku algebry zbiorów;

— zilustrowanie ich za pomocą diagramów Venna dla pięciu zbiorów;

— wyrażenie aksjomatów specyficznych dla rozpatrywanych systemów przy użyciu teorii składowych;

— wskazanie przykładowych zbiorów spełniających te aksjomaty;

— wskazanie: zależności między systemami AS1, AS2 i AS3; dodatkowych aksjomatów, które dodane do aksjomatyk systemów AS1, AS2 i AS3 powodują wzajemną równoważność tych aksjomatyk; niektórych wybranych tez systemów AS1, AS2 i AS3;

— uzasadnienie poszczególnych twierdzeń dotyczących rozpatrywanych systemów przy użyciu twierdzeń algebry zbiorów;

[3] Pierwsze dwa systemy są nazwane przez Augustynka AS1 i AS2. Trzeci nazwę więc analogicznie AS3. Poszczególne systemy zostały przedstawione w następujących pracach Augustynka i Grygiańca: AS1 — Augustynek 1981, 1984, Grygianiec 2005a, b, 2007, 2011a, b; AS2 — Augustynek 1981, 1984, Grygianiec 2011a; AS3 — Augustynek 1996, 1997b, Grygianiec 2005a, b, 2007, 2011a, b. Grygianiec w kilku swych pracach (2005a, b, 2007, 2011b), podając aksjomaty systemów AS1 i AS3 omyłkowo zamienił między tymi systemami pierwsze z ich czterech aksjomatów. W dalszej części pracy wyrażenia AS1, AS2, AS3 będą symbolizowały poszczególne systemy albo zbiory ich tez, albo układy aksjomatów specyficznych podanych przez Augustynka. Kontekst użycia będzie rozstrzygał o ich sposobie rozumienia.

— korekta niektórych wniosków dotyczących systemów AS1, AS2 i AS3 z prac Augustynka i Grygiańca;

— wskazanie metody tworzenia alternatywnych aksjomatyk dla systemów AS1, AS2 i AS3;

— propozycja metod dalszych modyfikacji aksjomatyk tych systemów;

— rozważenie, czy możliwe jest sformułowanie określonych typów definicji warunkowych w ramach systemów AS1, AS2 i AS3.

Z uwagi na rozległość projektu wyniki badań zostaną przedstawione w dwóch częściach. W części I (w tym numerze) wskażę najpierw teoriomnogościową metodę analizy systemów zaproponowanych przez Augustynka. Zastosowanie jej pozwoli skorygować wyniki niektórych dotychczasowych analiz, a przede wszystkim umożliwi wskazanie, jakimi postulatami dotyczącymi pojęć uwikłanych w aksjomaty systemy te się faktycznie różnią. Interesującym filozoficznie pytaniem jest to, czy owe charakterystyczne dla poszczególnych systemów założenia dotyczą bezpośrednio genidentyczności, czy może tylko pozostałych pojęć, a jej jedynie pośrednio.

Część II (w następnym numerze „Filozofii Nauki") będzie dotyczyła definicji warunkowych. Niektóre związane z nimi problemy sformułował sam Augustynek, nie dał jednak odpowiedzi na wszystkie pytania, które postawił. Korzystając z teoriomnogościowego podejścia do systemów Augustynka, odpowiem na te pytania i uzupełnię jego analizy. Postawione przez Augustynka kwestie dotyczące istnienia definicji warunkowych określonych typów, wyrażających zależności między pojęciami występującymi w systemach Augustynka, są zagadnieniem wyizolowanym przez samego autora z jego podstawowych badań nad genidentycznością, a rozpatrywanie ich, choć nie angażuje jakichś zaawansowanych metod formalnych, jest dość żmudne (z powodu rozważania różnych przypadków). Jest to powód, dla którego część II została wydzielona jako osobny artykuł.

W tym miejscu warto zastanowić się nad rolą zastosowania szeroko rozumianej „metody formalnej" w całej refleksji Augustynka na temat genidentyczności. Z jednej strony, zaproponowane przez niego formalizmy mają swoje źródło w jego analizach z zakresu filozofii fizyki, z drugiej jednak, sam analizuje te formalizmy, by wskazać te ich konsekwencje, które są czasem dla niego interesujące filozoficznie, a czasem wręcz „niepożądane". W tym drugim przypadku Augustynek koryguje ujęcie wyjściowe. Analizy formalne (niestety zawierające błędy) doprowadziły go do odrzucenia ujęcia genidentyczności wyrażonego w systemie AS2. Dzięki zaproponowanej tu formalnej metodzie analizy systemów Augustynka możliwe jest przystępne przedstawienie ujęć genidentyczności zawartych w poszczególnych systemach oraz dokładnie wskazanie tez implikowanych przez te ujęcia. Pozwoli to uniknąć formułowania nieuzasadnionych (a czasem i fałszywych) uwag na temat tych systemów.

1. WSTĘPNE ZAŁOŻENIA AUGUSTYNKA

Przed przystąpieniem do analiz systemów AS1, AS2 i AS3 przypomnę wstępne założenia i intuicje, które Augustynek podaje na początku swych publikacji. Po pierwsze, podkreśla, że znaczenie nazwy „identyczność rzeczy w czasie” może być określone za pomocą definicji normalnej (równoważnościowej) lub za pomocą definicji *implicite* (aksjomatycznej). W tym drugim przypadku chodzi o podanie „pewnego zbioru twierdzeń wiążących je [pojęcie *identyczności genetycznej*] z innymi ważnymi i odpowiednimi pojęciami” (Augustynek 1984). Z uwagi na to, że pierwsza droga jak dotąd zawodziła, proponuje on, by obrać drogę drugą.

Augustynek formułuje następujące metazałożenia:

1. *Genidentyczność* jest relacją, której polem jest zbiór wszystkich zdarzeń (punktowych) S (czasowe przekroje rzeczy traktowane są jako zdarzenia, ponieważ przyjęte zostało na mocy umowy, że rzeczy nie są przestrzennie rozciągłymi zbiorami zdarzeń, lecz są jedynie rozciągłe w czasie).
2. Relacja genidentyczności wiąże przekroje czasowe tej samej rzeczy.
3. *Genidentyczność* (G) jest definiowana przez aksjomaty, w których występują również następujące dodatkowe terminy: *identyczność logiczna* (I), *quasi-równoczesność* (R), *quasi-kolokacja* (L), *powiązanie kauzalne* (H). Oznaczają one relacje, których polem jest również zbiór zdarzeń S.
4. Jako fizykalna rama przyjęta jest szczególna teoria względności. Ma to bezpośredni wpływ na charakterystykę relacji R i L.

Poszczególne aksjomaty Augustynek wyraża w języku algebry zbiorów, posługując się także symbolami dopełnień wcześniej wymienionych relacji. Aksjomaty charakteryzują zarówno wzmiankowane relacje, jak i ich dopełnienia: G^*, I^*, R^*, L^*, H^*, zwane kolejno: *różnością genetyczną*, *różnością logiczną*, *absolutną separacją czasową*, *absolutną separacją przestrzenną*, *dopełnieniem powiązania kauzalnego*[4].

---

[4] Sposób oznaczania dopełnienia relacji (zbioru) przejmuję od Grygiańca i będę się nim konsekwentnie posługiwać. U Augustynka jest nieco inaczej. Przykładowo, dopełnienie relacji A oznacza on symbolem $\overline{A}$.

Wymienione relacje są relacjami dwuargumentowymi. Augustynek przyporządkowuje relacjom na zbiorze zdarzeń S proste własności formalne[5]:

Własność	Relacje, które daną własność posiadają	Relacje, które danej własności nie posiadają
Zwrotność	G, I, R, L, H^*	G^*
Przeciwzwrotność	G^*, I^*, R^*, L^*, H	
Symetryczność	$G, G^*, I, I^*, R, R^*, L, L^*, H, H^*$	
Tranzytywność	G, I	$G^*, I^*, R, R^*, L, L^*, H, H^*$
Intranzytywność		$G^*, I^*, R, R^*, L, L^*, H, H^*$
Nietranzytywność	$G^*, I^*, R, R^*, L, L^*, H, H^*$	

Tabela 1. Proste własności formalne rozpatrywanych relacji

Polem wszystkich wymienionych relacji jest zbiór S. Relacje I i G są relacjami równoważności w tym zbiorze. Ponadto Augustynek zakłada, że relacja I, w odróżnieniu od G, spełnia zasadę ekstensjonalności[6]. Relacja G natomiast „musi zawierać [...] wiele relacji równości (zdarzeń) ze względu na pewne własności". Augustynek wskazuje więc na pośrednią pozycję relacji G, między relacją I a relacjami równości ze względu na pewne własności, takie np. jak różnobarwność czy równość mas. Relacja powiązania kauzalnego H wiąże zdarzenia przyczynowo; „polega na fizycznym oddziaływaniu między nimi (przynajmniej tak się ją rozumie w fizyce)". Ponieważ relacja ta jest symetryczna, powiązanie kauzalne jest tu niezorientowane, „tzn. nie pozwala odróżnić, które z dwóch wchodzących w nią zdarzeń jest przyczyną, a które skutkiem". Według Augustynka „rozpatrywane relacje są relatywistycznie absolutne, tj. niezależne od dowolnego inercjalnego układu odniesienia". Relacje R, R^* i L, L^* mają stożkową interpretację: „$R(x,y)$ ma miejsce wtw, gdy x leży poza stożkiem świetlnym y-a lub koincyduje z y"; „$R^*(x,y)$ ma miejsce wtw, gdy x leży wewnątrz lub na powierzchni stożka świetlnego y"; „$L(x,y)$ ma miejsce wtw, gdy x leży wewnątrz stożka świetlnego y lub koincyduje z y"; „$L^*(x,y)$ ma miejsce wtw, gdy x leży poza lub na powierzchni stożka świetlnego y". Relacja R, chociaż jest relacją zwrotną i symetryczną, to jednak wobec swej nietranzytywności „jest tylko relacją czasowego podobieństwa, ale nie czasowej

[5] Augustynek najpierw (1984) posługuje się terminami *tranzytywność* i *intranzytywność*, później (1997b) relacje G^*, I^*, R, R^*, L, L^*, H, H^* określa jako *nietranzytywne*. W pierwszym z tych tekstów nie określa jednak relacji G^*, I^* jako tych, które nie są *intranzytywne*. Por. także Augustynek 1997a. Grygianiec (2011a) zamiast terminem *nietranzytywność* posługuje się tu terminem *nieprzechodniość*.

[6] Prawo ekstensjonalności dla identyczności logicznej formułuje Augustynek w następujący sposób: $[I(x, y) \wedge F(x)] \rightarrow F(y)$ dla każdej własności F.

równości (równoczesności)”. Z tych samych względów relacja L „jest relacją przestrzennego podobieństwa, a nie przestrzennej równości (kolokacji)”[7].

Wskazanych własności formalnych nie można otrzymać na podstawie analizy aksjomatów wymienionych przez Augustynka. Czy więc owe założenia wstępne nie kryją w sobie kolejnych aksjomatów, wspólnych dla wszystkich aksjomatyk rozważanych systemów? Kwestie te, jakkolwiek interesujące i warte zasygnalizowania, nie są jednak przedmiotem tego artykułu. Wstępne założenia i uwagi Augustynka przytaczamy przede wszystkim po to, by wskazać, jaką drogę refleksji filozoficznej przeszedł Augustynek, nim sformułował swoje systemy genidentyczności.

2. AKSJOMATY SYSTEMÓW AS1, AS2, AS3

Poszczególne aksjomatyki systemów AS1, AS2 i AS3 podane zostaną w formie znanej z publikacji Augustynka. W publikacjach Grygiańca zamiast symboli wspomnianych relacji (czyli zbiorów), zostały użyte odpowiadające im predykaty dwuargumentowe. Augustynek podaje poszczególne aksjomaty, nie wskazując, nad jakim rachunkiem są one nadbudowane ani nie wskazując, w jakiej przestrzeni rozpatrywane są omawiane zbiory (relacje) i w jaki sposób rozumieć należy rozpatrywane przez niego dopełnienia pewnych relacji.

Podamy teraz poszczególne wersje aksjomatów specyficznych, które analizował Augustynek.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS1, zaproponowane przez Augustynka (AS1)[8]:

(A1) $I \subset G \cap R \cap L$ $\forall_{x,y}\{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$

Logicznie identyczne zdarzenia są genetycznie identyczne, quasi-równoczesne i quasi-kolokalne.

(A2) $G \cap R \subset L$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$

---

7 Cytaty pochodzą z następujących prac Augustynka: 1984: 32-34; 1997b: 99-101.

8 Po lewej stronie podane są aksjomaty w wersji Augustynka, po prawej w wersji Grygiańca. Należy tu pamiętać, że w poszczególnych wersjach występuje zupełnie inny język formalny, choć użyto tych samych symboli, by zachować związek między nimi. Ponadto, z uwagi na związki między twierdzeniami algebry zbiorów a tezami klasycznego rachunku zdań, systemy Augustynka można również sformalizować i analizować, opierając się bezpośrednio na tym rachunku.

Identyczne genetycznie i quasi-równoczesne zdarzenia są również quasi-kolokalne.

(A3) $G \cap R^* \subset H$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$

Genetycznie identyczne i czasowo odseparowane zdarzenia pozostają w relacji kauzalnej.

(A4) $H \subset R^*$ $\forall_{x,y}[H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$

Kauzalnie powiązane zdarzenia są czasowo odseparowane.

Pozostałe wersje aksjomatyk podanych przez Augustynka są następujące[9].

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2, zaproponowane przez Augustynka (AS2)[10]:

(A1′) $I \subset G \cap R \cap L$ $\forall_{x,y}\{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y) \wedge L(x,y)]\}$

(A2′) $G \cap R \subset I$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow I(x,y)\}$

(A3′) $G \cap I^* \subset H$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge I^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$

(A4′) $H \subset R^*$ $\forall_{x,y}[H(x,y) \rightarrow R^*(x,y)]$.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS3, zaproponowane przez Augustynka (AS3):

(A1#) $I \subset G \cap R$ $\forall_{x,y}\{I(x,y) \rightarrow [G(x,y) \wedge R(x,y)]\}$

(A2#) $G \cap R \subset L$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge R(x,y)] \rightarrow L(x,y)\}$

(A3#) $G \cap H \subset R^*$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge H(x,y)] \rightarrow R^*(x,y)\}$

(A4#) $G \cap R^* \subset H$ $\forall_{x,y}\{[G(x,y) \wedge R^*(x,y)] \rightarrow H(x,y)\}$.

Augustynek używa terminu *system*. Będę go tu rozumiał jako system aksjomatyczny, czyli najmniejszy zbiór zawierający aksjomatykę i domknięty ze

[9] Pomijam tu ich sformułowania w języku naturalnym.

[10] W pierwszej swej pracy (1984) Augustynek zamiast aksjomatów (A1) i (A1′) podaje po dwa równoważne im z osobna aksjomaty: $I \subset G$ i $I \subset R \cap L$, stąd systemy przedstawione we wspomnianej pracy mają po pięć aksjomatów.

względu na pewne reguły wnioskowania. Systemy Augustynka będę traktować jako nadbudowane na logice predykatów pierwszego rzędu z identycznością wraz z aksjomatami Zermela–Fraenkla[11].

Zbiory G, H, I, L, R traktuję więc jako podzbiory pewnego ustalonego zbioru X, a operację oznaczoną asteryskiem (*) jako operację tworzenia dopełnienia względem tego zbioru. Jest ona określona na zbiorze jego podzbiorów. Dla Augustynka G, H, I, L, R są relacjami, których polem jest zbiór S wszystkich zdarzeń, możemy zatem przyjąć, że w naszym przypadku $X = S \times S$. Zauważmy, że w systemach Augustynka nie zakłada się wprost niepustości zbioru (przestrzeni) X ani żadnej z rozpatrywanych przez niego relacji. W przypadku każdego z omawianych ujęć genidentyczności przyjmuję dodatkowo następujący aksjomat oraz dodatkowe definicje:

(A0) $G \subset X \wedge H \subset X \wedge I \subset X \wedge L \subset X \wedge R \subset X$

(DG*) $G^* = (X \backslash G)$

(DH*) $H^* = (X \backslash H)$

(DI*) $I^* = (X \backslash I)$

(DR*) $R^* = (X \backslash R)$

(DL*) $L^* = (X \backslash L)$.

Podsumowując, systemy Augustynka są tu ujęte jako systemy będące rozszerzeniami teorii zbiorów Zermela–Fraenkla o odpowiednie aksjomaty wskazane wprost przez Augustynka, jak i aksjomat A0 oraz definicje DG*, DH*, DI*, DR*, DL*, przyjmowane przez niego domyślnie.

3. SYSTEMY AS1, AS2, AS3 — UWAGI AUGUSTYNKA I GRYGIAŃCA

Porównując systemy oparte na wymienionych układach aksjomatów specyficznych, zarówno Augustynek, jak i Grygianiec formułują uwagi, które ujmuję niżej jako Uwagi 1-6. Opatruję je również krótkimi, wstępnymi komentarzami.

UWAGA 1. Niech:

(T1′) $I = G \cap R$

(T2′) $I \subset (G \cap R) \cup (G^* \cap R^*)$

---

[11] W rzeczywistości zamiast powoływać się na aksjomaty teorii mnogości wystarczy ograniczyć się tu do aksjomatów algebry zbiorów.

(T3′) $G \subset (I \cap R) \cup (I^* \cap R^*)$

(T4′) $R \subset (G \cap I) \cup (G^* \cap I^*)$

wówczas:

(a) {T1′, T2′, T3′, T4′} ⊂ AS2 \ AS1 (Augustynek 1981, 1984)

(b) {T1′, T2′, T3′, T4′} ⊂ AS2 (Grygianiec 2011a)

KOMENTARZ. Augustynek uzasadnia jedynie, że: T1′ ∈ AS2. Dalej już bez dowodu stwierdza, że kolejne trzy twierdzenia wynikają z pierwszego. Nie uzasadnia więc całej zależności (a). Grygianiec podaje słabszą zależność (b), za to, w przeciwieństwie do Augustynka, dowodzi ją.

UWAGA 2. AS1 ⊂ AS2 (Augustynek 1981, 1984, Grygianiec 2011a)

KOMENTARZ. Wskazana zależność między systemami AS2 i AS1 jest sformułowana oraz uzasadniona zarówno przez Augustynka (1981, 1984), jak i przez Grygiańca (2011a). Mówi ona, że zbiór wszystkich tez systemu AS1 zawiera się w zbiorze wszystkich tez systemu AS2, czyli że system AS1 jest podsystemem systemu AS2.

UWAGA 3. System AS2 jest podsystemem systemu AS1 jedynie, gdy dołączymy do niego założenie (Z): $R \cap L \subset I$.
(Augustynek 1981, 1984, Grygianiec 2011a)

KOMENTARZ. Zależność Z nazywana jest przez Augustynka *założeniem Reichenbacha*. Mówi ona, że zdarzenia *quasi*-równoczesne i *quasi*-kolokalne są identyczne logicznie. To, że dzięki niej i aksjomatom systemu AS1 można otrzymać system AS2, zostało udowodnione zarówno przez Augustynka (1981, 1984), jak i przez Grygiańca (2011a). Twierdzą oni jednak (nie podając dowodu), że system AS2 można otrzymać z systemu AS1 jedynie pod warunkiem założenia zależności Z. Tymczasem w rzeczywistości wystarczy tu słabsze założenie Z', które zostanie omówione niżej. Ponadto obaj autorzy przeoczyli to, że inkluzja Z nie jest tezą systemu AS2, a więc dołączenie jej do AS1 skutkuje otrzymaniem systemu szerszego niż system AS2.

Należy podkreślić również, że Augustynek z pewnych względów (dane empiryczne) nie przyjmuje założenia Z. Odnosząc to do interesującej nas zależności między systemami AS1 i AS2, pisze tak:

> W konsekwencji odrzucam założenie Reichenbacha. Jak wiemy, akceptacja tego założenia prowadzi do przyjęcia silniejszego (z badanych) systemu, tj. AS2. A więc rezygnuję z niego i przyjmuję słabszy system, tj. AS1, który został tu rozwinięty. Czynię to mimo

faktu, że system AS2 jest bardziej atrakcyjny; między innymi posiada on kilka interesujących konsekwencji, których system AS1 nie ma (Augustynek 1981, 1984).

Dla Augustynka odrzucenie tego założenia pociąga więc za sobą, w związku z przyjęciem zależności wyrażonej w Uwadze 3, konieczność odrzucenia systemu AS2. Konsekwencje tej uwagi są więc dość poważne. Przytoczone słowa Augustynka o powodach odrzucenia systemu AS2 są jednak problematyczne. Odrzucenie założenia Reichenbacha nie wymaga bowiem odrzucenia tez, które wynikają logicznie z niego i innych aksjomatów. Ze zdań fałszywych mogą wynikać logicznie zdania prawdziwe.

Przytoczony argument Augustynka za odrzuceniem systemu AS2 zawiera więc dwa błędy. Pierwszy dotyczy sposobu rozszerzania systemu AS1 do AS2, drugi — powodów odrzucenia tego ostatniego systemu. Grygianiec twierdzi, że argumenty za nieprzyjęciem założenia Z, na które powołuje się Augustynek, nie są, w jego mniemaniu, przekonujące. Nie odnosi się jednak do przytoczonej tu argumentacji Augustynka za odrzuceniem systemu AS2.

UWAGA 4. Niech:

(T1#) $G \subset (H^* \cup R^*) \cap (R \cup H)$[12]

(T2#) $R^* \subset G^* \cup H$,

wówczas:

(a) T1# $\in$ AS3 (Augustynek 1996, 1997b, Grygianiec 2005a, b, 2007, 2011a)

(b) T1# $\in$ AS3 (Grygianiec 2011a)

(c) system AS3 pociąga większość twierdzeń systemu AS1, ale w tym pierwszym dają się uzyskać twierdzenia inne, przykładowo T1#, T2# (Grygianiec 2011a)

KOMENTARZ. Chociaż już Augustynek twierdzi, że T1# jest tezą AS3, to dowód tego faktu, jak i dowód tego, że tezą tego systemu jest także T2#, podaje dopiero Grygianiec. Jednak Uwaga 4c, mówiąca o zależnościach między systemami AS3 i AS1, którą podaje Grygianiec, ale której nie dowodzi, jest niepoprawna. Można bowiem wykazać, że AS3 $\subset$ AS1, a co za tym idzie twierdzenia T1# i T2#, wbrew temu, co twierdzi Grygianiec, należą nie tylko do AS3, lecz także do AS1. Ponadto można wykazać, że wzmiankowane twierdzenia należą również do AS2, a więc do każdego z rozpatrywanych przez Augustynka systemów.

[12] Zależność tę można wyrazić w rachunku predykatów w następujący sposób: $\forall_{x,y}\{G(x,y) \rightarrow [H(x,y) \leftrightarrow R^*(x,y)]\}$ (por. Augustynek 1997b: 107-108).

UWAGA 5. Niech:

(T3#) $I \subset G$

(T4#) $\sim(G \subset I)$

(T5#) $I \subset R$

(T6#) $G \subset L$

wówczas:

(a) $\{T3\#, T4\#, T5\#, T6\#\} \subset AS1$ (Grygianiec 2005a, b, 2007)

(b) $\{T3\#, T4\#, T5\#, T6\#\} \subset AS3$ (Grygianiec 2005a, b, 2007)

KOMENTARZ. Zależności te podaje Grygianiec bez dowodu. Oczywiście, w przypadku zależności T3# i T5# wynikają one wprost z pierwszych aksjomatów rozpatrywanych tu systemów. Można jednak wykazać, że zależności T4# i T6# nie są tezami ani systemu AS1, ani AS3, co stoi w sprzeczności z tym, co podaje Grygianiec.

UWAGA 6. Niech:

(T) $G^* \subset R^* \cup L^*$

(K1) $G^* \cap L \subset R^*$

(K2) $G^* \cap R \subset L^*$

(T′) $G^* \subset (R \cap L)'$

(T″) $R \cap L \subset G$,

wówczas:

(a) (T), (K1) i (K2) są parami równoważne (Augustynek 1997a)

(b) $T \vdash \{K1, K2\}$ (Grygianiec 2011a)

(c) (T), (T′) i (T″) są parami równoważne. (Grygianiec 2005b)

KOMENTARZ. Uwagę 6a Augustynek pozostawia bez dowodu. Ponadto, mimo że w tekście, z którego pochodzą te zależności, wspomina on tezy z systemu AS1, to jednak nie rozpatruje kwestii, do którego z systemów zależności te należą. Podobnie czyni Grygianiec w przypadku 6b i 6c. On również przedstawia aksjomaty systemów AS1 i AS3 (Grygianiec 2005b) oraz AS1, AS2 i AS3 (Grygianiec 2011a). Zauważmy także, że Uwaga 6b sformułowana przez Grygiańca głosi słabszą zależność niż 6a Augustynka. Dodajmy na koniec, że jeżeli chodzi o osadzenie rozpatrywanych w tej uwadze zależności, okaże się, że nie są one tezami żadnego z systemów Augustynka.

Przytoczone uwagi Augustynka i Grygiańca dotyczące systemów AS1, AS2 i AS3 mogą więc być przedmiotem polemiki; co najmniej wymagają uzupełnienia, na co wskazał wstępny komentarz.

4. SYSTEMY AS1, AS2, AS3 W DIAGRAMACH VENNA

Do analiz systemów tego typu jak zaproponowane przez Augustynka pomocne może być ich przestawienie graficzne, np. diagramy Venna. Zauważmy najpierw, że każdy z aksjomatów omawianych systemów w wersji Augustynka ma postać inkluzji. Ponieważ dla dowolnych podzbiorów A, B przestrzeni X zachodzi następujące twierdzenie:

(T⊂) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B' = \varnothing$,

gdzie B' jest dopełnieniem zbioru B, można powiedzieć, że każdy z aksjomatów systemów AS1, AS2 i AS3 mówi o pustości pewnego zbioru.

Poszczególne aksjomaty specyficzne można zatem wyrazić w następujący sposób[13].

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS1 (=AS1):

(A1=) $(I \cap G^*) \cup (I \cap R^*) \cup (I \cap L^*) = \varnothing$

(A2=) $G \cap R \cap L^* = \varnothing$

(A3=) $G \cap R^* \cap H^* = \varnothing$

(A4=) $H \cap R = \varnothing$.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 (=AS2):

(A1′=) $(I \cap G^*) \cup (I \cap R^*) \cup (I \cap L^*) = \varnothing$

(A2′=) $G \cap R \cap I^* = \varnothing$

(A3′=) $G \cap I^* \cap H^* = \varnothing$

[13] Przykładowo, aksjomat A1 można przekształcić do wspomnianej postaci w następujący sposób:
$I \subset G \cap R \cap L \Leftrightarrow I \cap (G \cap R \cap L)' = \varnothing \Leftrightarrow I \cap (G^* \cup R^* \cup L^*) = \varnothing \Leftrightarrow (I \cap G^*) \cup (I \cap R^*) \cup (I \cap L^*) = \varnothing$.
Podobnie przekształca się pozostałe aksjomaty.

(A4′=) $H \cap R = \varnothing$.

Aksjomaty specyficzne dla systemu AS3 (=AS3):

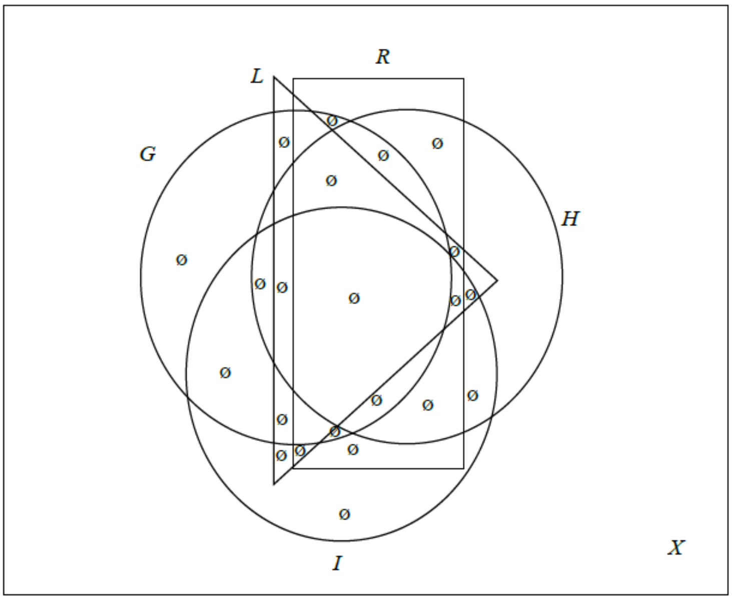
(A1#=) $(I \cap G^*) \cup (I \cap R^*) = \varnothing$

(A2#=) $G \cap R \cap L^* = \varnothing$

(A3#=) $G \cap H \cap R = \varnothing$

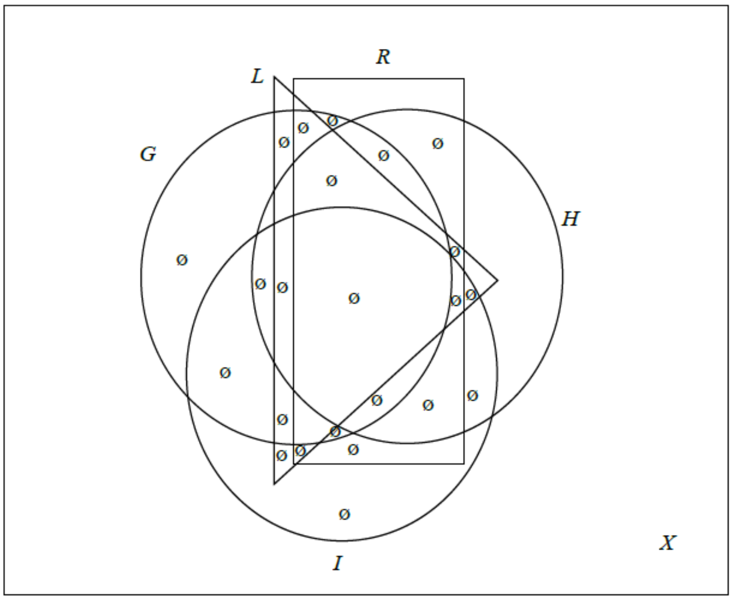
(A4#=) $G \cap R^* \cap H^* = \varnothing$.

Wymienione zależności można zobrazować za pomocą diagramów Venna dla pięciu zbiorów (por. Guzicki, Zakrzewski 2005: 241-253, Venn 1880a, b)[14]. W naszym przypadku mogą one przyjąć następującą postać:

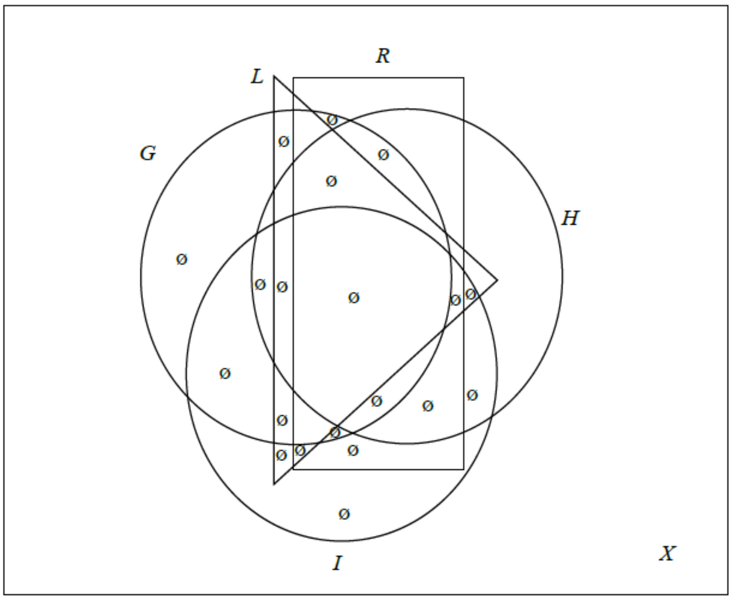


Rysunek 1. Diagram Venna dla AS1

[14] Zależności te można również przedstawić za pomocą diagramów Carrolla (1896).



Rysunek 2. Diagram Venna dla AS2



Rysunek 3. Diagram Venna dla AS3

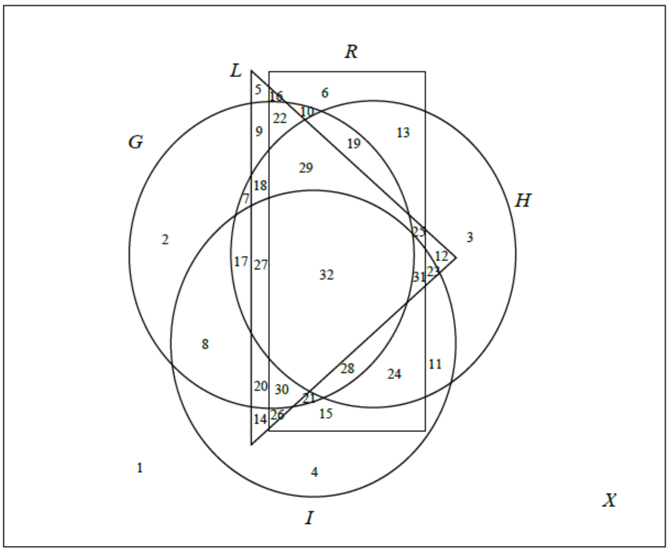
5. SYSTEMY AS1, AS2, AS3 W JĘZYKU TEORII SKŁADOWYCH

Na podstawie diagramów można sformułować wiele wniosków dotyczących rozpatrywanych systemów (np. który system jest podsystemem drugiego oraz jak rozszerzać jeden do drugiego). By nie ograniczyć się jednak jedynie do stwierdzania tego, „co widać" na przedstawionych diagramach, informacje w nich zawarte można wyrazić jeszcze w inny, bardziej syntetyczny sposób. Zauważmy, że całą rozpatrywaną tu przestrzeń X można podzielić na 2^5 składowych, a każdy jej podzbiór powstały przez dokonywanie operacji dodawania, mnożenia czy dopełnienia na zbiorach G, H, I, L, R może być wyrażony za pomocą skończonej sumy tych składowych. W przypadku rozważanych zbiorów poszczególne składowe będą przyjmowały następującą postać:

$$G^{\varepsilon_G} \cap H^{\varepsilon_H} \cap I^{\varepsilon_I} \cap L^{\varepsilon_L} \cap R^{\varepsilon_R}$$

gdzie dla danego $A \subset X$, $A^{\varepsilon_A} \in \{A, A^*\}$ (por. Kuratowski, Mostowski 1978: 37-42, Guzicki, Zakrzewski 2005: 241-253).

Zauważmy, że jeżeli rozpatrywane aksjomaty mówią o pustości pewnych podzbiorów przestrzeni X, to innymi słowy mówią o pustości pewnych jej składowych. W ten sposób poszczególne systemy AS1, AS2 i AS3 możemy jednoznacznie scharakteryzować, wskazując składowe, które są w nich puste. Ponumerujmy więc wszystkie składowe w sposób ukazany na Rysunku 4.



Rysunek 4. Numeracja składowych przestrzeni X

W przypadku takiej numeracji składowych można wskazać, które aksjomaty z poszczególnych systemów „są odpowiedzialne” za pustość danej składowej (Tabela 2). Pojawienie się dwóch lub trzech aksjomatów w danym oknie tabeli oznacza, że wszystkie one, i to niezależnie od siebie, wymuszają pustość rozpatrywanej składowej. By wskazać te składowe, które są puste na mocy np. aksjomatu A2 równoważnego zależności mówiącej, że: $G \cap L^* \cap R = \varnothing$, szukamy takich składowych, które są podzbiorami zbioru $G \cap L^* \cap R$. W naszym przypadku są to składowe o numerach 10, 19, 21, 28. We wspomnianej tabeli, odnośnie do systemu AS1, przy tych składowych pojawi się więc aksjomat A2. Tak postępujemy w przypadku każdego z rozpatrywanych aksjomatów.

Nr	Składowe	System AS1	System AS2	System AS3
1	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
2	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$	A3	A3′	A4#
3	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
4	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
5	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$			
6	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$			
7	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
8	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1, A3	A1′	A1#, A4#
9	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$	A3	A3′	A4#
10	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2	A2′, A3′	A2#
11	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
12	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			
13	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A4	A4′	
14	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#
15	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1	A1′	A1#
16	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$			
17	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1	A1′	A1#
18	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			
19	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2, A4	A2′, A4′	A2#, A3#
20	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1, A3	A1′	A1#, A4#
21	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A2	A1′	A2#
22	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$		A2′, A3′	
23	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#

24	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A4	A1′, A4′	A1#
25	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A4	A4′	
26	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R$	A1	A1′	A1#
27	$G \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1	A1′	A1#
28	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1, A2, A4	A1′, A4′	A2#, A3#
29	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A4	A2′, A4′	A3#
30	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R$			
31	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R$	A1, A4	A1′, A4′	A1#
32	$G \cap H \cap I \cap L \cap R$	A4	A4′	A3#

Tabela 2. Składowe przestrzeni X i aksjomaty odpowiedzialne za ich pustość

Już wstępna analiza przytoczonej tabeli prowadzi do następujących wniosków:

1 Każda składowa, o której pustości orzeka stosowne twierdzenie w systemie AS3, jest również taką, o pustości której orzeka także odpowiednie twierdzenie w systemie AS1 (mówiąc krócej: składowa pusta w systemie AS3 jest także pusta w AS1). To samo dotyczy systemów AS1 i AS2.

2 Poszczególne systemy różnią się tezami o pustości pewnych składowych. W stosunku do sytemu AS3 w systemie AS1 dodatkowo puste są składowe nr 13 i nr 25. Podobnie, w stosunku do systemu AS1 w systemie AS2 dodatkowo pusta jest również składowa nr 22.

3 W systemie AS2 składowe, które są zbiorami pustymi na podstawie aksjomatu A2′, są również puste z uwagi na inne aksjomaty. Poza przypadkiem tego aksjomatu sytuacja wtórnego wymuszania pustości danych składowych nie pojawia się ani w systemie AS2, ani w pozostałych systemach.

Niektóre przytoczone uwagi można sformułować bezpośrednio na podstawie diagramów Venna. Zamieszczona tabela ułatwia te analizy. Zidentyfikowane na podstawie Tabeli 2 zależności można przeformułować na zależności dotyczące rozpatrywanych systemów. Między innymi możemy stwierdzić, że AS3 $\subsetneq$ AS1 $\subsetneq$ AS2 oraz że aksjomaty systemu AS2 są zależne, natomiast AS1 i AS3 — niezależne. Wszystko to jest konsekwencją zależności między zbiorami pustych składowych w danych systemach.

6. PRZYKŁADOWE ZBIORY SPEŁNIAJĄCE AKSJOMATY SYSTEMÓW AS1, AS2, AS3

W dalszych analizach systemów AS1, AS2, AS3 pomocne będzie wskazanie przykładowych zbiorów spełniających poszczególne aksjomaty specyficzne. Do znalezienia takich zbiorów posłużyć może Tabela 2. Oto przykładowy sposób ich wskazania w przypadku każdego z systemów: ze zbioru liczb naturalnych (bez zera) mniejszych lub równych 32 należy odjąć zbiór liczb odpowiadających numerom tych składowych, o których pustości orzekają aksjomaty danego systemu. W przypadku systemu AS1 otrzymamy w ten sposób zbiór X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 22, 30}. Będzie on dla nas stanowił uniwersum. Zbiór G otrzymamy, gdy w zbiorze X uwzględnimy tylko takie liczby naturalne, które odpowiadają składowej, w której pojawia się symbol G. Zatem G = {7, 18, 22, 30}. W analogiczny sposób określamy kolejne zbiory, a następnie ich dopełnienia w X. W rezultacie takiego sposobu postępowania otrzymujemy następujące przykłady zbiorów spełniających aksjomaty specyficzne dla poszczególnych systemów AS1, AS2 i AS3. Wyznaczają one pewne modele skończone dla tych systemów.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS1 wyznaczają następujące zbiory:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 22, 30}; G = {7, 18, 22, 30}; H = {3, 7, 12, 18};
I = {30}; L = {5, 12, 16, 18, 22, 30}; R = {6, 16, 22, 30}; G* = {1, 3, 5, 6, 12, 16};
H* = {1, 5, 6, 16, 22, 30}; I* = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 22}; L* = {1, 3, 6, 7};
R* = {1, 3, 5, 7, 12, 18}.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS2 wyznaczają następujące zbiory:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18, 30}; G = {7, 18, 30}; H = {3, 7, 12, 18}; I = {30};
L = {5, 12, 16, 18, 30}; R = {6, 16, 30}; G* = {1, 3, 5, 6, 12, 16};
H* = {1, 5, 6, 16, 30}; I* = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 16, 18}; L* = {1, 3, 6, 7};
R* = {1, 3, 5, 7, 12, 18}.

Model skończony dla aksjomatów systemu AS3 wyznaczają następujące zbiory:

X = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 18, 22, 25, 30}; G = {7, 18, 22, 30};
H = {3, 7, 12, 13, 18, 25}; I = {30}; L = {5, 12, 16, 18, 22, 25, 30};
R = {6, 13, 16, 22, 25, 30}; G* = {1, 3, 5, 6, 12, 13, 16, 25};
H* = {1, 5, 6, 16, 22, 30}; I* = {1, 3, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 18, 22, 25};
L* = {1, 3, 6, 7, 13}; R* = {1, 3, 5, 7, 12, 18}.

Zauważmy, że wymienione modele mogą służyć do wykazywania, że dana zależność nie jest tezą danego systemu.

7. WZAJEMNE ZALEŻNOŚCI MIĘDZY SYSTEMAMI AS1, AS2 I AS3

Przedstawione w części 3 uwagi Augustynka i Grygiańca formułowane były często bez należytego uzasadnienia. Jeżeli takowe istniało, to dotyczyło tego, że pewna zależność jest tezą odpowiedniego sytemu. Wykazywano to albo korzystając z praw rachunku zbiorów czy rachunku zdań (Augustynek), albo rachunku predykatów (Grygianiec). Nie wskazano jednak metody uzasadnienia tego, że pewna zależność nie jest tezą danego sytemu, choć uwagi tego typu obaj wspomniani autorzy formułowali. Proponuję tu dość prostą metodę uporania się z tym problemem.

Diagramy Venna oraz tabela mówiąca o pustości określonych składowych w poszczególnych systemach są syntetycznym, choć nieformalnym sposobem zapisu informacji na ich temat. Dotyczą one również wzajemnych zależności między tymi systemami. Wykażmy je teraz w sposób bardziej formalny, korzystając z kilku lematów z zakresu algebry zbiorów.

Niech dany będzie zbiór X a $\{S_i\}_{i\in I}$ będzie rodziną składowych dla n-elementowej rodziny $\{A_1, \ldots, A_n\}$ podzbiorów zbioru X. Niech zbiór U będzie rodziną podzbiorów zbioru X otrzymanych z rodziny $\{A_1, \ldots, A_n\}$ przez dokonanie na jego elementach operacji sumy, iloczynu i dopełnienia ($\cap$, $\cup$, $'$)[15]. Przy tych założeniach tezami teorii mnogości są następujące lematy (por. Kuratowski, Mostowski 1978: 37-42, Guzicki, Zakrzewski 2005: 241-253). Wyznaczają one metodę podejmowanych tu analiz.

LEMAT 1. $$X = \cup_{i\in I} S_i$$

(rozpatrywany zbiór X jest sumą wszystkich składowych rodziny $\{A_1, \ldots, A_n\}$).

LEMAT 2. Niech $A \in U$, wówczas:

$$A = \cup_{i\in J} S_i, \text{ dla pewnego } J \subseteq I$$

(jeżeli zbiór A należy do rodziny U, to jest on sumą pewnego podzbioru składowych rodziny $\{A_1, \ldots, A_n\}$).

[15] U jest więc ciałem zbiorów (ciałem podzbiorów) zbioru X generowanym przez rodzinę $\{A_1, \ldots, A_n\}$ (por. Guzicki, Zakrzewski 2005: 23-24).

LEMAT 3. Niech $A = \cup_{i \in J} S_i$, wówczas:

$$A = \varnothing \Leftrightarrow \bigwedge_{i \in J} (S_i = \varnothing)$$

(jeżeli zbiór A należy do rodziny U, to jest on zbiorem pustym wtedy i tylko wtedy, gdy każda jego składowa jest zbiorem pustym).

LEMAT 4. Niech $A = \cup_{i \in J} S_i$, wówczas:

$$A \neq \varnothing \Leftrightarrow \bigvee_{i \in J} (S_i \neq \varnothing)$$

(jeżeli zbiór A należy do rodziny U, to jest on zbiorem niepustym wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje jego niepusta składowa).

LEMAT 5. Niech $A = \cup_{i \in J} S_i$, a ponadto $J_\varnothing = \{i \in I: S_i = \varnothing\}$, wówczas:

$$A = \varnothing \Leftrightarrow J \subset J_\varnothing$$

(zbiór A należący do rodziny U jest zbiorem pustym wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór indeksów jego składowych zawiera się w zbiorze indeksów wszystkich składowych pustych).

Szczególnie wartościowy jest tu Lemat 5. Pozwala on dowodzić tez postaci: $(B = \varnothing) \Rightarrow (A = \varnothing)$. W tym celu wystarczy wykazać inkluzję zbiorów indeksów składowych odpowiadających danym zbiorom.

W rozpatrywanym przez nas przypadku zbiór $\{A_1, ..., A_n\}$ jest pięcioelementowy: $\{G, H, I, L, R\}$. Rodzina składowych liczy zatem 32 elementy. Dla rodziny $\{G, H, I, L, R\}$ możemy rozpatrywać wspomniany zbiór U, którego elementami są zbiory powstałe z jej elementów przez dokonywanie operacji iloczynu, sumy i dopełnienia. Systemy Augustynka AS1, AS2 i AS3 traktujemy więc jako systemy oparte na twierdzeniach teorii mnogości (dokładniej, algebry zbiorów) z pewnymi aksjomatami specyficznymi wiążącymi stałe G, H, I, L, R. Każda z czwórek aksjomatów da się sprowadzić do jednego, mówiącego o pustości pewnego zbioru z U. Korzystając z Lematu 5 oraz z rozkładu tych zbiorów na składowe (Tabela 2), otrzymujemy ciąg następujących twierdzeń[16]:

Tw. 1 AS1 $\subset$ AS2

Tw. 2 ~(AS2 $\subset$ AS1)

Tw. 3 AS3 $\subset$ AS1

Tw. 4 ~(AS1 $\subset$ AS3)

[16] W Tabeli 1 nie mówi się o niepustości pewnych składowych, a jedynie o pustości niektórych z nich.

Jako bezpośrednią konsekwencję tych twierdzeń otrzymujemy następujący wniosek:

Wn. 1 AS3 $\subsetneq$ AS1 $\subsetneq$ AS2

Zauważmy, że zależność ta, choć zgodna z przytoczoną wcześniej Uwagą 2, stoi w sprzeczności z Uwagą 4.

Informacje zawarte w Tabeli 2 mogą ponadto posłużyć do znalezienia minimalnych rozszerzeń poszczególnych rozpatrywanych podsystemów do ich nadsystemów. Tabela wskazuje bowiem, że systemy AS2 i AS1 różnią się jedynie pustością składowej nr 22, a AS1 i AS3 pustością składowych nr 13 i 25. Przyjmijmy, że rozszerzenia poszczególnych systemów o dodatkowe aksjomaty będziemy wyrażać przez dodanie indeksu dolnego do symbolu danego systemu i wpisanie w nim symboli tych aksjomatów. W naszym przypadku ta dodatkowa zależność mówić będzie o pustości pewnego zbioru z *U*. Korzystając z Lematu 5 i Tabeli 1, otrzymujemy następujące twierdzenia:

Tw. 5 Z′ $\notin$ AS1,
gdzie Z′ jest następującą zależnością: $G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R = \emptyset$.

Tw. 6 Z′ $\in$ AS2

Tw. 7 $\mathrm{AS1}_{Z'} = \mathrm{AS2}$

Twierdzenie 7 jest bardzo interesujące filozoficznie, ponieważ wskazuje na to, jaką zależnością dotyczącą genidentyczności różnią się między sobą systemy AS1 i AS2. Skoro zależność Z′ równoważna jest następującym: $H^* \cap I^* \cap L \cap R \subset G^*$, $G \subset H \cup I \cup L^* \cup R^*$, to w ujęciu wyrażonym w systemie AS2 w stosunku do AS1 dodatkowo postuluje się, że wszystkie zdarzenia pozostające do siebie jednocześnie w relacji dopełnienia kauzalnego, różności logicznej, *quasi*-kolokacji i *quasi*-równoczesności są także w relacji różności genetycznej lub, innymi słowy, wszystkie zdarzenia genidentyczne pozostają w relacji kauzalnej lub są identyczne logicznie lub pozostają w stosunku do siebie w absolutnej separacji przestrzennej lub czasowej.

Tw. 8. Z″ $\notin$ AS3,
gdzie Z″ jest następującą zależnością: $G^* \cap H \cap I^* \cap R = \emptyset$.

Zwróćmy uwagę, że zależność Z″ jest równoważna koniunkcji następujących zależności opisujących pustość odpowiednio składowej nr 13 i nr 25: $G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R = \emptyset$; $G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R = \emptyset$.

Tw. 9 Z″ $\in$ AS1

Tw. 10 $\mathrm{AS3}_{Z''} = \mathrm{AS1}$

Twierdzenie 10 wskazuje, jakimi dodatkowymi postulatami różnią się między sobą ujęcia genidentyczności w systemach AS3 i AS1. Skoro zależność Z″ równoważna jest następującym: $H \cap I^* \cap R \subset G$, $G^* \subset H^* \cup I \cup R^*$, to w systemie AS1 dodatkowo w stosunku do systemu AS3 postuluje się, by wszystkie zdarzenia będące zarazem powiązane kauzalnie, różne logicznie i *quasi*-równoczesne były również genidentyczne lub, innymi słowy, by zdarzenia pozostające do siebie w relacji różności genetycznej pozostawały do siebie w relacji dopełnienia kauzalnego lub były identyczne logicznie lub były w relacji absolutnej separacji czasowej.

Wn. 2 $\quad AS3_{Z', Z''} = AS2$

Wniosek ten ustala sposób rozszerzenia systemu AS3 do systemu AS2, a tym samym wskazuje różnicę w prezentowanych w nich ujęciach genidentyczności.

8. NIEKTÓRE SZCZEGÓLNE TEZY SYSTEMÓW AS1, AS2 I AS3

Korzystając z Lematu 5, możemy również wskazywać poszczególne tezy rozpatrywanych systemów, a w szczególności możemy określić przynależność do poszczególnych ujęć genidentyczności tych tez, które według Augustynka czy Grygiańca są interesujące filozoficznie. Pozwoli to spojrzeć na nie jako na konsekwencje tych ujęć. Jednocześnie możemy wskazywać w ten sposób, których filozoficznie interesujących dla kogoś tez nie możemy przypisać do zbioru konsekwencji poszczególnych ujęć genidentyczności. Ta ostatnia informacja jest o tyle ważna, że kłopot z uznaniem jakiejś zależności podważa zasadność przyjęcia tego ujęcia genidentyczności, z którego ona wynika logicznie.

W celu zrealizowania tych analiz, wszystkim rozważanym systemom, a także zależnościom wspomnianym przez Augustynka i Grygiańca przypiszemy zbiory pustych składowych, które im odpowiadają, a następnie je porównamy. Dokonujemy tego tak samo jak w Tabeli 1. Każdą zależność przekształcamy do postaci: $A = \varnothing$ gdzie $A \in U$, a następnie wskazujemy składowe dla zbioru A (pustą składową w tabelce oznaczamy przez 0, niepustą przez 1).

Nr	AS1	AS2	AS3	Z′	Z″	Z	T1′	T2′	T3′	T4′
1										
2	0	0	0							
3										
4	0	0	0				0			

5										
6										
7										
8	0	0	0				0	0	0	
9	0	0	0							
10	0	0	0				0		0	0
11	0	0	0				0			
12										
13	0	0			0					
14	0	0	0				0			
15	0	0	0				0	0		0
16						0				
17	0	0	0				0	0	0	
18										
19	0	0	0				0		0	0
20	0	0	0				0	0	0	
21	0	0	0							
22		0		0		0	0		0	0
23	0	0	0				0			
24	0	0	0				0	0		0
25	0	0			0	0				
26	0	0	0				0	0		0
27	0	0	0				0	0	0	
28	0	0	0							
29	0	0	0			0	0		0	0
30										
31	0	0	0				0	0		0
32	0	0	0							

Tabela 3a. Puste i niepuste składowe dla poszczególnych systemów i wybranych zależności

Nr	T1#	T2#	T3#	T4#	T5#	T6#	T	T′	T″	K1	K2
1											
2	0	0		1		0					
3											
4			0		0						
5											
6											

7				1		0					
8	0	0			0	0					
9	0	0		1							
10				1		0					
11			0		0						
12											
13											
14			0		0						
15			0								
16							0	0		0	0
17					0	0					
18				1							
19	0			1		0					
20	0	0			0						
21						0					
22				1							
23			0		0						
24			0								
25							0	0		0	0
26			0				0	0		0	0
27					0						
28	0					0					
29	0			1							
30											
31			0				0	0		0	0
32	0										

Tabela 3b. Puste i niepuste składowe dla poszczególnych systemów i wybranych zależności

Korzystając tym razem z Tabel 3a, 3b i ponownie z Lematu 5, otrzymujemy cały ciąg twierdzeń dotyczących zależności wspomnianych we wcześniejszych analizach:

Tw. 11 $Z \notin AS2$

Tw. 12 $Z \vdash Z'$

Twierdzenie 11 i 12 wraz z twierdzeniami 5, 6 i 7, stoją w sprzeczności z Uwagą 3, mówiącą, że system AS2 jest podsystemem systemu AS1 jedynie, gdy dołączymy do niego założenie Z. Ponadto, Tw. 11 czyni bezzasadnym argument Augustynka za rezygnacją z systemu AS2, nawet w przypadku trudności z akceptacją założenia Reichenbacha (Z). Założenie to bowiem nie należy do tez tego systemu.

Tw. 13 $T1' \notin AS1$, $T3' \notin AS1$, $T4' \notin AS1$

Tw. 14 $\{T1', T3', T4'\} \subset AS2$

Tw. 15 $T2' \in AS3$

Twierdzenie 15, w związku z Tw. 3, stoi w sprzeczności z informacją zawartą w Uwadze 1a, że $T2' \notin AS1$.

Tw. 16 $T1' \vdash \{T2', T3', T4'\}$

Tw. 17 $\{T1\#, T2\#\} \subset AS3$

Twierdzenie 17 jest zgodne z Uwagami 4a i 4b. Korzystając jednak z Wn. 1, otrzymujemy Wn. 3, sprzeczny z Uwagą 4c sformułowaną przez Grygiańca, głoszącą że system AS3 pociąga większość twierdzeń systemu AS1 i że w tym pierwszym dają się uzyskać twierdzenia inne, przykładowo T1#, T2#.

Wn. 3 $\{T1\#, T2\#\} \subset AS1$, $\{T1\#, T2\#\} \subset AS2$

Tw. 18 $\{T3\#, T5\#\} \subset AS3$

Wn. 4 $\{T3\#, T5\#\} \subset AS1$, $\{T3\#, T5\#\} \subset AS2$

Kolejne twierdzenie wynika wprost z Tabeli 3b i Lematu 5. Zauważmy, że w przypadku zależności T4# mamy do czynienia m.in. z niepustością składowej nr 2, a we wszystkich rozpatrywanych systemach składowa ta jest pusta. Zależność T6# głosi, że składowa nr 7 jest pusta, czego nie mamy we wspomnianych systemach.

Tw. 19 $T4\# \notin AS2$, $T6\# \notin AS2$

Wn. 5 $T4\# \notin AS3$, $T4\# \notin AS1$

Wn. 6 $T6\# \notin AS3$, $T6\# \notin AS1$

Zauważmy, że Wn. 5 i Wn. 6 są sprzeczne z Uwagą 5, sformułowaną przez Grygiańca, mówiącą, że: $\{T3\#, T4\#, T5\#, T6\#\} \subset AS1$ oraz $\{T3\#, T4\#, T5\#, T6\#\} \subset AS3$.

Tw. 20 (T), (K1) i (K2) są parami równoważne.

Tw. 21 $T \notin AS2$

Wn. 7 $T \notin AS1$, $T \notin AS3$, $K1 \notin AS1$, $K1 \notin AS2$, $K1 \notin AS3$, $K2 \notin AS1$, $K2 \notin AS2$, $K2 \notin AS3$

Tw. 22 (T), (T′) i (T″) są parami równoważne.

Wn. 8 $T' \notin AS1, T' \notin AS2, T' \notin AS3, T'' \notin AS1, T'' \notin AS2, T'' \notin AS3$

Wymienione trzy twierdzenia i dwa wnioski ustalają relację zależności (T), (K1), (K2), (T′) i (T′) między sobą oraz odnoszą je do systemów AS1, AS2 i AS3. Tej ostatniej kwestii nie badali, odnośnie do rozpatrywanych przez siebie zależności, ani Augustynek, ani Grygianiec (Uwaga 6).

Informacje zawarte w Tabeli 3 sytuują względem siebie poszczególne systemy Augustynka oraz rozpatrywane przez niego i przez Grygiańca zależności. Może ona pomóc wyprowadzić także i dalsze związki między tymi zależnościami czy formułować nowe zależności oraz ustalać związki między nimi. Podany ciąg twierdzeń i wniosków dotyczył jedynie tych, które rozpatrywali wspomniani autorzy i które wydawały im się interesujące filozoficznie.

9. KWESTIA NIEZALEŻNOŚCI AKSJOMATÓW SYSTEMÓW AS1, AS2 I AS3

Ponownie korzystając z Tabeli 2 i Lematu 5, otrzymujemy następujący ciąg twierdzeń dotyczących niezależności aksjomatów w rozpatrywanych przez nas systemach:

Tw. 23 Aksjomaty systemu AS1 są niezależne.

Tw. 24 $\{A1', A3', A4'\} \vdash A2'$

Z twierdzenia tego otrzymujemy następujący wniosek:

Wn. 9 Aksjomaty systemu AS2 są zależne.

Tw. 25 Aksjomaty systemu AS3 są niezależne.

Podsumowując tę część, możemy powiedzieć, że aksjomaty jednego z rozpatrywanych przez Augustynka systemów (AS2) okazały się zależne. Pozostałe systemy (AS1 i AS3) posiadają aksjomaty niezależne.

10. NIESPRZECZNOŚĆ SYSTEMÓW AS1, AS2 I AS3 I ICH MODELE

Systemy Augustynka możemy potraktować (jak czyni to zresztą Grygianiec) jako rozszerzenia klasycznego rachunku predykatów o aksjomaty definiujące pewne stałe predykatowe lub rozszerzenia systemu twierdzeń algebry zbiorów o aksjomaty definiujące pewne stałe reprezentujące określone zbiory. Bez względu na sposób traktowania tych systemów modelami dla każdego z nich są struktury (algebry) postaci ($\mathcal{F}$, $\cap$, $\cup$, $'$, $\varnothing$, X , G, H, I, L, R), gdzie $\mathcal{F}$ jest ciałem podzbiorów zbioru X, a X, G, H, I, L, R są podzbiorami zbioru liczb naturalnych spełniającymi aksjomaty danego systemu. Możemy dodać jeszcze, że ponieważ każdy zbiór zdań posiadający model jest niesprzeczny, systemy AS1, AS2 i AS3 są również niesprzeczne (por. Grzegorczyk 1984: 252-253). Uwagi te możemy sformułować w postaci następujących twierdzeń:

Tw. 26 Systemy AS1, AS2 i AS3 posiadają modele.

Tw. 27 Systemy AS1, AS2 i AS3 są niesprzeczne.

11. ALTERNATYWNE AKSJOMATYKI DLA SYSTEMÓW AS1, AS2 I AS3

Jeżeli chcemy podać aksjomaty dla rozpatrywanych przez nas systemów w innej formie, możemy posłużyć się diagramami Venna lub Tabelą 2. Można przy tym wziąć pod uwagę dodatkowe kryteria wyboru aksjomatów, takie jak prostota, intuicyjność, niewymuszanie pustości tych samych składowych czy postać, w której z jednej strony inkluzji występuje tylko jeden z symboli *G*, *H*, *I*, *L*, *R*. W tym ostatnim przypadku aksjomaty te wyrażają warunki konieczne zachodzenia pewnych relacji. Przykładowe nowe aksjomaty specyficzne tego ostatniego typu mogą przyjąć następującą postać.

Nowe aksjomaty specyficzne dla systemu AS1 (NAS1):

(A1*) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(A2*) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$

(A3*) $R \subset (G \cap H^* \cap L) \cup (G^* \cap H^* \cap I^*)$.

Nowe aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 (NAS2):

(A1′*) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(A2′*) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap I \cap L \cap R)$

(A3′*) $R \subset (G \cap H^* \cap L) \cup (G^* \cap H^* \cap I^*)$.

Nowe aksjomaty specyficzne dla systemu AS3 (NAS3):

(A1#*) $I \subset G \cap H^* \cap L \cap R$

(A2#*) $G \subset (H \cap I^* \cap R^*) \cup (H^* \cap L \cap R)$.

Powyższe nowe aksjomaty dla systemów AS1, AS2 i AS3 można było określić np. dzięki śledzeniu współwystępowania symbolu danej relacji w Tabeli 2 czy analizując diagramy Venna dla danych systemów. Zauważmy, że wymuszają one pustość tych samych składowych co oryginalne. Ukazuje to Tabela 4.

Nr	Składowe	System NAS1	System NAS2	System NAS3
1	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
2	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R^*$	A2*	A2′*	A2#*
3	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
4	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1*	A1′*	A1#*
5	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$			
6	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$			
7	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R^*$			
8	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1*, A2*	A1′*, A2′*	A1#*, A2#*
9	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R^*$	A2*	A2′*	A2#*
10	$G \cap H^* \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2*, A3*	A2′*, A3′*	A2#*
11	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1*	A1′*	A1#*
12	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			
13	$G^* \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A3*	A3′*	
14	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1*	A1′*	A1#*
15	$G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1*, A3*	A1′*, A3′*	A1#*
16	$G^* \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$			
17	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R^*$	A1*, A2*	A1′*, A2′*	A1#*, A2#*
18	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R^*$			
19	$G \cap H \cap I^* \cap L^* \cap R$	A2*, A3*	A2′*, A3′*	A2#*
20	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R^*$	A1*, A2*	A1′*, A2′*	A1#*, A2#*
21	$G \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R$	A1*, A2*, A3*	A1′*, A2′*, A3′*	A1#*, A2#*
22	$G \cap H^* \cap I^* \cap L \cap R$		A2′*	
23	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1*	A1′*	A1#*
24	$G^* \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1*, A3*	A1′*, A3′*	A1#*
25	$G^* \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A3*	A3′*	

26	$G^* \cap H^* \cap I \cap L \cap R$	A1*, A3*	A1′*, A3′*	A1#*
27	$G \cap H \cap I \cap L \cap R^*$	A1*, A2*	A1′*, A2′*	A1#*
28	$G \cap H \cap I \cap L^* \cap R$	A1*, A2*, A3*	A1′*, A2′*, A3′*	A1#*, A2#*
29	$G \cap H \cap I^* \cap L \cap R$	A2*, A3*	A2′*, A3′*	A2#*
30	$G \cap H^* \cap I \cap L \cap R$			
31	$G^* \cap H \cap I \cap L \cap R$	A1*, A3*	A1′*, A3′*	A1#*
32	$G \cap H \cap I \cap L \cap R$	A1*, A2*, A3*	A1′*, A2′*, A3′*	A1#*, A2#*

Tabela 4. Składowe przestrzeni X
i zmodyfikowane aksjomaty odpowiedzialne za ich pustość

W konsekwencji (korzystając z Lematu 5) otrzymujemy równoważność systemów opartych na rozpatrywanych aksjomatach z systemami oryginalnie sformułowanymi przez Augustynka, a zatem:

Tw. 28 Systemy AS1, AS2 i AS3 są równoważne systemom odpowiednio: NAS1, NAS2 i NAS3.

Przy takim sformułowaniu nowych aksjomatów wprost z samej ich postaci możemy wnosić o wzajemnych zależnościach między poszczególnymi systemami NAS1, NAS2 i NAS3. NAS1 i NAS2 różnią się tylko postacią aksjomatu drugiego. W systemie NAS1 wynika on bezpośrednio ze swego odpowiednika w systemie NAS2. Ponadto, system NAS3 to NAS1 bez aksjomatu trzeciego, stąd w przypadku tak zmodyfikowanej aksjomatyki wprost z postaci wskazanych aksjomatów i Lematu 5 otrzymujemy:

Tw. 29 NAS3 $\subsetneq$ NAS1 $\subsetneq$ NAS2.

Zmodyfikowana aksjomatyka ma postać inkluzji, mówiących o tym, że któryś ze zbiorów G, H, I, L, R jest podzbiorem pewnego zbioru z X. Porównując systemy NAS1, NAS2 i NAS3 (i równoważnie AS1, AS2, i AS3) możemy zadać pytanie, dlaczego w przypadku systemu trzeciego wystarczą tu dwa aksjomaty zadanej postaci, a w przypadku pozostałych konieczne są trzy. Problem ten da się rozwiązać w następujący sposób. Można powiedzieć, że naszym celem jest wyznaczenie aksjomatów dla poszczególnych systemów, które mówiłyby, że „pewien podzbiór zbioru A jest pusty, gdzie A jest jednym ze zbiorów G, H, I, L, R”. Zauważmy, że w przypadku systemu NAS3 (AS3) wszystkie puste składowe są podzbiorami zbiorów I i G. Aksjomaty tego systemu da się więc wyrazić, mówiąc, że pewne podzbiory tych zbiorów są puste. W przypadku systemów NAS1 (AS1) i NAS2 (AS2) nie ma takiej pary zbiorów spośród G, H, I, L, R, że wszystkie puste składowe byłyby właśnie ich podzbiorami. Można to łatwo zauważyć na diagramach Venna dla tych systemów.

Do tych samych wniosków możemy dojść, analizując Tabelę 2. Zauważmy bowiem, że tylko te składowe, w których występują litery I i G są puste. Możemy te składowe wypisać i pustość ich wyrazić w postaci inkluzji mówiących o tym, że zbiory I i G są podzbiorami pewnych zbiorów. Na przykład, w systemie AS3 puste składowe, w których występuje I, to składowe nr 4, 8, 11, 14, 15, 17, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 28, 31, 32. W przypadku składowej nr 4 zachodzi $G^* \cap H^* \cap I \cap L^* \cap R^* = \emptyset$, zatem $I \subset (L^* \cap R^* \cap G^* \cap H^*)' = L \cup R \cup G \cup H$. Z następnymi składowymi postępujemy w ten sam sposób. Biorąc pod uwagę przekroje otrzymanych w ten sposób nadzbiorów zbiorów odpowiednio I i G, otrzymujemy poszukiwane aksjomaty. W podobny sposób można pokazać, że w przypadku systemu AS3 poszukiwane aksjomaty specyficzne nie dają się sprowadzić do jednego aksjomatu zadanej tutaj postaci.

Przedstawione tu narzędzie w postaci tabeli pustych składowych może służyć do formułowania kolejnych aksjomatyk rozpatrywanych systemów, tak by spełniały one z góry zadane kryteria. Wskazaną przeze mnie modyfikację można jeszcze dalej przekształcać, tak by np. zmniejszyć liczbę składowych, o których pustości orzeka kilka aksjomatów równocześnie. W tym celu wystarczy, na przykład, pozostawić pierwszy zmodyfikowany aksjomat, a kolejne nieco osłabić. Ceną, którą wtedy zapłacimy, będzie utrata formy aksjomatów, w której od razu mamy zawarte warunki wystarczające dla wybranych relacji. Tak czy inaczej punktem wyjścia do podawania nowych aksjomatów dla systemów AS1, AS2 i AS3 może być informacja o tym, które składowe są w nich puste.

Skoro całą przestrzeń X da się rozbić na następujące pary: podzbiór X i jego dopełnienie, to możemy wskazywać pary aksjomatów tworzące aksjomatyki równoważne odpowiednio aksjomatykom AS1, AS2 i AS3, będące zarazem warunkami koniecznymi dla par zbiorów G i G^*, H i H^*, I i I^*, L i L^*, R i R^*. Przechodząc do dopełnień zbiorów po obu stronach inkluzji w tych warunkach koniecznych, możemy wskazywać kolejne pary aksjomatów, będących tym razem warunkami wystarczającymi dla tych zbiorów. Omówię to dokładniej w części II (w kolejnym numerze „Filozofii Nauki"). W tej chwili sygnalizuję jedynie możliwość tworzenia wspomnianych rodzin aksjomatyk dla systemów Augustynka. Niemniej, warta komentarza jest postać jednej z aksjomatyk dla systemu AS2. Czymś zaskakującym w tym systemie jest to, że da się w nim równościowo zdefiniować identyczność logiczną (I) za pomocą pozostałych pojęć. Taka konsekwencja tego ujęcia genidentyczności, choć interesująca sama w sobie, raczej nie była zamierzona przez Augustynka. W ujęciu tym niekonieczna do aksjomatycznego zdefiniowania geindentyczności jest więc sama identyczność logiczna. Pojęcia pierwotne systemu AS2 można zatem zredukować do czterech. Wydaje się to ciekawe w kontekście poszukiwań odpowiedniej definicji aksjomatycznej dla genidentyczności. By rezultaty te uzasadnić, rozważmy następujące dwa aksjomaty i jedną definicję.

Nowe aksjomaty specyficzne dla systemu AS2 z definicją równościową identyczności logicznej (NIAS2):

(A1′*I) $G \subset H \cup (L \cap R)$

(A2′*I) $H \subset R^*$

(DI) $I = G \cap H^* \cap L \cap R.$

Tw. 30 System AS2 jest równoważny systemowi NIAS2.

By nie tworzyć kolejnej tabeli, a zarazem wskazać inny sposób dowodzenia tez w systemach Augustynka, uzasadnimy Tw. 30, nie powołując się na przytoczone wcześniej lematy, lecz wykazując bezpośrednio, że aksjomaty danego systemu są tezami drugiego.

A1′*I $\in$ AS2, ponieważ:

$$G = (G \cap I) \cup (G \cap I^*) \overset{A3'}{\subset} (G \cap I) \cup H \overset{A1'}{\subset} (G \cap G \cap R \cap L) \cup H \subset (R \cap L) \cup H$$

A2′*I $\in$ AS2, ponieważ A4′.

DI $\in$ AS2, ponieważ:

$$I \overset{A1'}{\subset} G \cap R \cap L = (G \cap R \cap L \cap H) \cup (G \cap R \cap L \cap H^*) \overset{A4'}{\subset} (G \cap R \cap L \cap R^*) \cup (G \cap R \cap L \cap H^*) = \varnothing \cup (G \cap R \cap L \cap H^*) = G \cap R \cap L \cap H^*$$

oraz:

$$G \cap H^* \cap R \cap L \overset{A2'}{\subset} I \cap H^* \cap L \subset I.$$

A1′ $\in$ NIAS2, ponieważ:

$$I \overset{DI}{\subset} G \cap H^* \cap R \cap L \subset G \cap R \cap L.$$

A2′ $\in$ NIAS2, ponieważ:

$$G \cap R = (G \cap R \cap H \cap L) \cup (G \cap R \cap H \cap L^*) \cup (G \cap R \cap H^* \cap L) \cup (G \cap R \cap H^* \cap L^*) \overset{A2'*I}{\subset} (G \cap R \cap R^* \cap L) \cup (G \cap R \cap R^* \cap L^*) \cup (G \cap R \cap H^* \cap L) \cup (G \cap R \cap H^* \cap L^*) \overset{A1'*I}{\subset} \varnothing \cup \varnothing \cup (G \cap R \cap H^* \cap L) \cup ((H \cup (L \cap R)) \cap R \cap H^* \cap L^*) = (G \cap R \cap H^* \cap L) \cup (H \cap R \cap H^* \cap L^*) \cup$$

$$(L \cap R \cap R \cap H^* \cap L^*) = (G \cap R \cap H^* \cap L) \cup \varnothing \cup \varnothing = G \cap R \cap H^* \cap L \overset{\mathrm{DI}}{=} I.$$

A3′ ∈ NIAS2, ponieważ:

$$G \cap I^* \overset{\mathrm{DI}}{=} G \cap (G \cap H^* \cap L \cap R)' = G \cap (G^* \cup H \cup L^* \cup R^*) = (G \cap G^*) \cup (G \cap H) \cup (G \cap L^*) \cup (G \cap R^*) \overset{\mathrm{A1'*I}}{\subset} \varnothing \cup (G \cap H) \cup ((H \cup (L \cap R)) \cap L^*) \cup ((H \cup (L \cap R)) \cap R^*) = (G \cap H) \cup (H \cap L^*) \cup (L \cap R \cap L^*) \cup (H \cap R^*) \cup (L \cap R \cap R^*) = (G \cap H) \cup (H \cap L^*) \cup \varnothing \cup (H \cap R^*) \cup \varnothing \subset H .$$

A4′ ∈ NIAS2, ponieważ A2′*I.

W części II wykażę, że we wszystkich systemach rozpatrywanych przez Augustynka spośród pojęć występujących w ich aksjomatach równościowo da się zdefiniować jedynie identyczność logiczną i to tylko w systemie AS2.

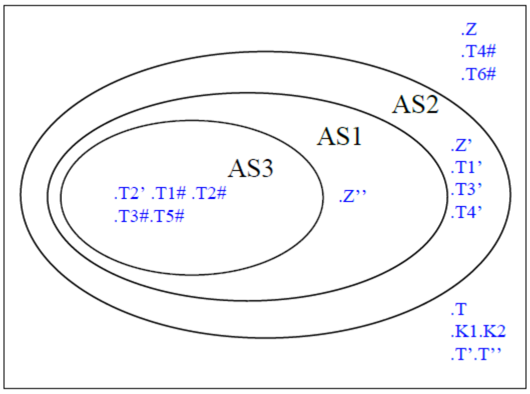
Poza dokonywaniem modyfikacji formy aksjomatów z podanych przez Augustynka systemów, możemy również próbować sformułować zupełnie nowe systemy, używając jednak tych samych co on relacji i zakładając, że będą one mówiły o zawieraniu się pewnych podzbiorów rozpatrywanej przez nas przestrzeni *X*. W tym celu można posłużyć się informacjami dotyczącymi poszczególnych składowych. Wystarczy bowiem przeanalizować w ramach współczesnej fizyki odpowiednie składowe i orzec o ich pustości. Warto zastanowić się, czy nie wzbogacić tego nowego, zmodyfikowanego sytemu o tezy mówiące o niepustości pewnych składowych. Wówczas otrzymamy systemy o wiele bogatsze niż te, które zaprezentował Augustynek. Mając takie informacje w odpowiedniej tabeli, można wówczas w dość prosty sposób znaleźć zależności będące aksjomatami przyszłego, zmodyfikowanego systemu.

PODSUMOWANIE

Systemy Augustynka, choć w jego oryginalnych pracach wyrażone zostały w języku algebry zbiorów, analizowane były przez Grygiańca przy użyciu klasycznego rachunku predykatów. Powrót do tego pierwszego podejścia pozwala wyrazić zależności zawarte w poszczególnych aksjomatach za pomocą diagramów Venna, a także sprowadzić te systemy do systemów opartych *de facto* na jednym aksjomacie, mówiącym o pustości pewnego podzbioru rozpatrywanej przestrzeni *X*. W celu porównywania poszczególnych systemów oraz wskazywania ich tez wystarczy posłużyć się rozkładem danych zbiorów na składowe. Rozkład ten może również pomóc wskazać przykładowe zbiory spełniające aksjomaty poszczególnych systemów. Przedstawione ujęcie teoriomnogościowe pozwala analizować systemy aksjomatyczne tego typu co systemy Augustynka, i to w dość prosty sposób, a prostota użytego narzędzia wydaje się atutem.

Pierwszym wnioskiem, do którego doprowadziło użycie tej metody było ustalenie faktycznych związków między zaproponowanymi przez Augustynka systemami AS1, AS2 i AS3. Zachowując przyjęte wcześniej oznaczenia, możemy stwierdzić, że AS3 $\subsetneq$ AS1 $\subsetneq$ AS2 oraz $\mathrm{AS1}_{Z'}$=AS2, $\mathrm{AS3}_{Z''}$=AS1. Innymi słowy, system AS3 można rozszerzyć do AS1, postulując dodatkowo, że wszystkie zdarzenia pozostające do siebie jednocześnie w relacji dopełnienia kauzalnego, różności logicznej, *quasi*-kolokacji i *quasi*-równoczesności są także w relacji różności genetycznej ($H^* \cap I^* \cap L \cap R \subset G^*$). Z kolei system AS1 można rozszerzyć do AS2, zakładając dodatkowo, że każde zdarzenia będące zarazem powiązane kauzalnie, różne logiczne i *quasi*-równoczesne są również genidentyczne ($H \cap I^* \cap R \subset G$). Ponadto, Tabela 2 pozwala wskazywać inne niż podane przez Augustynka aksjomaty dla AS1, AS2 i AS3. W wyborze tym można obrać różne kryteria, takie jak: najmniejsza liczba aksjomatów, niepowodowanie wielokrotnej pustości składowych, ich intuicyjność czy prostota. Tabele, tworzone na wzór Tabeli 2, zawierające informacje dotyczące poszczególnych składowych, mogą pomóc tworzyć nowe systemy, będące modyfikacjami systemów Augustynka.

Zależności między systemami AS1, AS2 i AS3 zaproponowanymi przez Augustynka oraz usytuowanie w nich interesujących filozoficznie zależności rozpatrywanych przez niego i Grygiańca można zobrazować przy użyciu następującego schematu:



Rysunek 5. Zależności między systemami AS1, AS2 i AS3 oraz ich wybrane tezy

Skorygowałem również niektóre uwagi Augustynka i Grygiańca. W szczególności podważyłem argument Augustynka za odrzuceniem systemu AS2 (kwestia tzw. zależności Reichenbacha). Przeanalizowałem ponadto kwestię niezależności i niesprzeczności tych systemów. Udało się wykazać, że w systemie AS2 do zdefiniowania genidentyczności nie jest potrzebna identyczność logiczna. Da się ją wprowadzić do tego systemu przez definicję równościową.

Rezultaty te zostały przywołane nie tylko po to, by podsumować wyniki analiz aksjomatycznych ujęć genidentyczności zaproponowanych przez Zdzisława Augustynka i popatrzeć na nie z pewnej metaperspektywy, lecz także w celu potwierdzenia, że metody formalne, i to czasem dość proste, mogą być pomocne w trakcie filozoficznych dociekań i prowadzić do wielu interesujących filozoficznie twierdzeń i wniosków.

BIBLIOGRAFIA

Augustynek Z. (1981), *Genidentity*, „Dialectics and Humanism" 1, 193-202.

Augustynek Z. (1984), *Identyczność genetyczna*, „Studia Filozoficzne" 219(2), 31-42.

Augustynek Z. (1996), *Relacje czasoprzestrzenne*, „Filozofia Nauki" 4(4) [16], 7-17.

Augustynek Z. (1997a), *Wspólna podstawa czasu i przestrzeni* [w:] *Czasoprzestrzeń. Eseje filozoficzne*, Warszawa: WFiS UW, 51-57.

Augustynek Z. (1997b), *Substancja — przyczynowość — przestrzeń — czas* [w:] *Czasoprzestrzeń. Eseje filozoficzne*, Warszawa: WFiS UW, 99-111.

Carroll L. (1896), *Symbolic Logic*, London: Macmillan.

Grygianiec M. (2005a), *Variants and Criteria of Genidentity*, „Logic, Methodology and Philosophy of Science at Warsaw University", t. 2, 161-171.

Grygianiec M. (2005b), *Genidentyczność a metafizyka persystencji*, „Filozofia Nauki" 13(2) [50], 87-102.

Grygianiec M. (2007), *Identyczność i trwanie. Studium ontologiczne*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Semper.

Grygianiec M. (2011a), *Aksjomatyczne definicje genidentyczności*, „Filozofia Nauki" 19(1) [73], 25-37.

Grygianiec M. (2011b), *Trwanie w czasie* [w:] *Przewodnik po metafizyce*, S. T. Kołodziejczyk (red.), Kraków: WAM, 211-276.

Grygianiec M. (2016), *Criteria of Identity and Two Modes of Persistence*, „Filozofia Nauki" 24(2) [94], 17-29.

Grzegorczyk A. (1984), *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Guzicki W., Zakrzewski P. (2005), *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Kuratowski K., Mostowski A. (1978), *Teoria mnogości*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Lewin K. (1922), *Der Begriff der Genese in Physik, Biologie und Entwicklungsgeschichte*, Berlin: Springer.

Venn J. (1880a), *On the Diagrammatic and Mechanical Representation of Propositions and Reasonings*, „*Philosophical Magazine and Journal of Science*" 10 (59), 1-18.

Venn J., (1880b), *On the Employment of Geometrical Diagrams for the Sensible Representations of Logical Propositions*, „*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*" 4, 47-59.

Żabski E. (2008), *Notka o paradoksie statku Tezeusza oraz identyczności genetycznej*, „Filozofia Nauki" 16(1) [61], 75-82.