Filozofia Nauki
Rok XXIV, 2016, Nr 2(94)

RECENZJE

Ryszard Miszczyński

Intuicyjny formalizm Stanisława Leśniewskiego

Uwagi związane z lekturą prac Stanisława Leśniewskiego, *Pisma zebrane. Собранные сочинения. Gesammelte Schriften*, J. Jadacki (red.), t. 1-2, Towarzystwo Naukowe Warszawskie i Wydawnictwo Naukowe Semper, Warszawa 2015. Oba tomy (t. 1: 1-468, t. 2: 469-876) zostały wydane jako ósma część zainicjowanej przez Jacka Jadackiego serii „Bibliothèque des Philosophes" Towarzystwa Naukowego Warszawskiego.

Stanisław Leśniewski jest powszechnie uważany za jednego z najciekawszych myślicieli Szkoły Lwowsko-Warszawskiej. Od pewnego czasu w zasobach internetowych można znaleźć większość jego najważniejszych publikacji. Wydane *Pisma* staną się jednak łatwym źródłem dostępu do wszystkich prac, bogatszym niż opublikowane w latach 1991-1992 przez Kluwera i Wydawnictwo Naukowe PWN anglojęzyczne *Collected Works* (Leśniewski 1992).

W swoich uwagach skoncentruję się na dojrzałej twórczości tego myśliciela. Bardzo dobrze podsumował ją Stefan Mazurkiewicz, jeden z najważniejszych organizatorów matematyki w odradzającej się Polsce: „Leśniewski nie pisał przyczynków. Tworzył własny, wielki system podstaw matematyki" (cyt. za Hiż 2000: 55). Był jednym z nielicznych myślicieli, którzy podjęli się budowy — jak określa to Evert W. Beth (1964: 230) — „Logica Magna", z której będzie można wydedukować całą czystą matematykę.

Zainteresowanie poglądami Leśniewskiego zwykle skupia się na jego własnym systemie podstaw matematyki. System ten nie stanowi wyłącznie jednej z prób rozwiązania mniej lub bardziej trudnego problemu formalnego, lecz jest źródłem pewnego programu filozoficznego, który w znacznym stopniu wyznacza zakres badań oraz możliwe rozstrzygnięcia. Stanowi próbę konstrukcji matematyki opartej jedynie na intuicyjnych, zdroworozsądkowych założeniach, niezasadzającej się na platonizmie bezkrytycznie przyjmowanym przez większość matematyków i nieodwołującej się do innych nienaturalnych założeń. Punktem wyjścia było twierdzenie, że istnieją tylko przedmioty materialne — konkrety-indywidua (2015: 830)[1]. Według Johna P. Burgessa i Gideona Rosena (1997: 5) współczesna historia matematycznego nominalizmu zaczyna się w latach czterdziestych XX wieku wraz z publikacją *Steps toward a Constructive Nominalism* Goodmana i Quine'a (1947). Na dalszych stronach książki autorzy przyznają jednak, że za protonominalistę należy uznać Leśniewskiego (Burgess, Rosen 1997: 148). On sam, charakteryzując swoje stanowisko, nigdy nie używał tego określenia.

W matematyce przyjęcie w punkcie wyjścia intuicyjnego i zdroworozsądkowego nominalizmu ma często niepożądane konsekwencje: wymusza rezygnację z pewnych ważnych twierdzeń, a nawet całych działów matematyki. W świetle nominalizmu poważne wątpliwości budzi przede wszystkim teoria mnogości. Chociaż obecnie uważa się ją za fundamentalną dyscyplinę matematyki, to na przełomie XIX i XX w. dopiero powoli zyskiwała swój szczególny status, a jej wyniki były podważane, m.in. z powodu nękających ją sprzeczności. Sceptycznie odnoszono się już do podstawowych pojęć dyscypliny, kwestionując definicję zbioru[2]. Leśniewski starał się rozwiązać ów dylemat, zastępując pojęcie zbioru dystrybutywnego kolektywnym. Liczył na zmianę kierunku rozwoju rodzącej się dyscypliny. Dlatego też swój pierwszy wykład nowej koncepcji zatytułował *Podstawy ogólnej teorii mnogości. I* (2015: 256-294).

W 1929 r. Leśniewski charakteryzował swoje poglądy następująco:

> nie widzę sprzeczności w powiedzeniu, że jestem zwolennikiem raczej radykalnego „formalizmu" w konstrukcji mojego systemu, nawet chociaż jestem upartym „intuicjonistą" (2015: 566).

Jadacki w *Posłowiu* wyjaśnia:

> Leśniewski był, po pierwsze, przeciwnikiem „symbolomanii". Był INTUITYWISTĄ w tym sensie, że według niego teorie logiczne nie powinny być asemantycznymi konstrukcjami, lecz systemami mającymi intuicyjną interpretację. Formalizacja jest nie „grą matematyczną", jak chcieliby radykalni formaliści, lecz środkiem technicznym ścisłego przedstawiania poglądów dotyczących rzeczywistości (2015: 846-847).

Alfred Tarski (2001: 34) w 1930 r. nazwał to stanowisko formalizmem intuicjonistycznym, a Jan Woleński (1985: 138) przemianował na intuicyjny formalizm, aby odróżnić je od poglądów grupy Luitzena E. J. Brouwera.

Traktowanie intuicji jako źródła interpretacji formalnego języka nauki ma fundamentalne znaczenie. Leśniewski mówił o tej zdolności zwykle w kontekście roli, którą matematyka odgrywa jako składowa naukowego poznania rzeczywistości.

---

[1] Taka charakterystyka poglądów Leśniewskiego bywa kwestionowana. Nie będę jej jednak dalej analizował, ponieważ ograniczam się tu do jego koncepcji matematyki, której wprost te kontrowersje nie dotyczą. Omówienie kwestii nominalizmu Leśniewskiego i problemów interpretacyjnych można znaleźć w artykule Petera Simonsa (1993).

[2] Używam terminu „zbiór" jako synonimu wyrazu „klasa".

Wbrew tradycji neopozytywistycznej nie można traktować „królowej nauk" jako czysto formalnej konstrukcji, lecz należy w niej widzieć dyscyplinę kształtowaną w procesie poznawania świata. Intuicja odzwierciedla świat w formułach matematycznych, którym nadaje treść wiążącą je z rzeczywistością. Istnienie owego związku stanowi fundament naukowości teorii. Obraz intuicyjnie ukształtowany w podstawowych formułach nauki w zasadzie nie podlega krytyce. Leśniewski mówił o „nieodpartej intuicyjnej konieczności wierzenia w »prawdziwość« […] założeń" (2015: 298). Formułował warunki sprzyjające niezawodności intuicji. Podkreślał rolę historyczno-intuicyjnego podłoża (2015: 297) związku z rzeczywistością. Cenił przynależność do tradycji nauki, uczestnictwo w dziedzictwie Arystotelesa, Cantora (2015: 502). Błędne kształtowanie się intuicyjnych treści jest możliwe, gdy są formowane w sposób oderwany od rzeczywistości. Jak podkreślał, bardziej zależy mu na tym, aby twierdzenia wyrażające te treści:

> posiadając postać możliwie ścisłą, harmonizowały ze „zdrowym rozsądkiem" zajmujących się badaniem nie przez nich samych „tworzonej" rzeczywistości przedstawicieli „esprit laique", aniżeli o to, aby to, co mówię, zgodne było z temi „intuicjami" fachowych teoretyków […], które wyszły z zaopatrzonej w aparat „wolnej twórczości" centryfugi matematycznych umysłów, zdemoralizowanych przez „oderwane od rzeczywistości" spekulacyjne konstrukcje (2015: 259).

Tak charakteryzowana intuicja była przez Leśniewskiego nieco rozszerzana, gdy mówił o „intuicyjnej poprawności rozumowań". Większy kłopot z jasnością terminu pojawia się, gdy uczony chce usuwać sprzeczności między rozumowaniami i założeniami „metodą intuicyjnego podważania składających się na sprzeczność rozumowań lub założeń" (2015: 298).

Biorąc pod uwagę szerokie rozumienie intuicji przez Leśniewskiego (jako podstawy całego systemu, a nie tylko mereologii), prawdopodobnie można mówić o odpowiednich zdolnościach i umiejętnościach rozwijanych w pracy nad każdą z teorii, tj. dostrzegać swoistość związanej z nią intuicji. Niestety, podawane przez uczonego opisy i postulaty dotyczące warunków jej kształtowania nie wystarczają do przedstawienia odpowiednich charakterystyk. Dlatego nie będę kontynuował tej próby. Z kłopotów z jednoznacznym przedstawieniem tej fundamentalnej dla Leśniewskiego władzy żartował sobie już Kazimierz Twardowski (Jadczak 1993: 35).

Rozumienia intuicyjnego formalizmu w kontekście dojrzałych poglądów Leśniewskiego nie trzeba więc ograniczać do przytoczonej wcześniej charakterystyki. Można traktować je jako założenie o szeroko pojmowanej pierwotności intuicji względem formuł matematycznych. Temu ogólnemu sformułowaniu łatwo przypisać kilka znaczeń:

1) intuicja nadaje treść znakom matematycznym, język formalny jest wtórny i stanowi jedynie środek komunikowania;

2) intuicja jest rzeczywistym źródłem matematyki i jej podstawowym kryterium;

3) pierwszeństwo czasowe intuicyjnie rozumianej matematyki, która rozwija się wcześniej, a dopiero potem dokonuje się jej formalizacja;

4) poprzednia teza opisuje także historię poglądów Leśniewskiego: najpierw zajmował się intuicyjną matematyką, a dopiero ostatnie jego prace poświęcone są problematyce formalizacji;

5) metajęzykowy opis metody formalizacyjnej rozpoczyna się od charakterystyki terminów intuicyjnych, naocznych, dopiero później przechodzi do bardziej skomplikowanego słownika.

Tekstem rozpoczynającym publikację systemu podstaw matematyki Leśniewskiego był artykuł z 1927 r. otwierający cykl *O podstawach matematyki*. Autor zadeklarował zerwanie z tradycyjnymi rozważaniami uprawianymi w języku naturalnym i korzystanie z zapisu symbolicznego. Chociaż przywoływany artykuł był jeszcze pisany w języku potocznym, to kolejne prace świadczą o radykalizmie decyzji o zwróceniu się ku środkom formalnym. Dowodzi tego m.in. wypowiedź Quine'a, który przedstawiając jeden z późniejszych artykułów Leśniewskiego, pisał:

> Około dwie z osiemdziesięciu trzech stron są zajęte przez przypisy, bibliografię i komentarze; pozostałe osiemdziesiąt jeden stron jest oddane nieprzerwanemu symbolizmowi (Quine 1940: 84).

Deklaracji o zwrocie ku językowi formalnemu towarzyszyło wyparcie się wszystkich wcześniejszych niematematycznych artykułów (2015: 313-314). Nie dotyczyło ono jednak prac na temat zbiorów kolektywnych, które traktować można jako pierwsze kroki zbliżające uczonego do budowy systemu podstaw matematyki. Swój plan Leśniewski opisał tak:

> Merytorycznie i metodycznie nowy pod względami system podstaw matematyki, którego zarys pragnę przedstawić w niniejszej pracy, obejmuje trzy teorie dedukcyjne, których zespół uważam za jeden z możliwych fundamentów całokształtu systemu nauk matematycznych. Teoriami temi są:
>
> 1) teoria zwana przeze mnie *prototetyką* a odpowiadająca, bardzo zresztą zgruba, pod względem treści teorjom znanym w nauce jako „*calculus of equivalent statements*", „*Aussagenkalkul*", „*teoria dedukcji*" w połączeniu z „*teorią zmiennych pozornych*" itd.;
>
> 2) teoria zwana przeze mnie *ontologią*, stanowiąca pewnego rodzaju zmodernizowaną „logikę tradycyjną", a co do swej treści i „mocy" najbardziej się zbliżająca do schröderowskiego „*Klassenkalkul*", rozważanego z teorią „*indywiduów*" włącznie;
>
> 3) teoria, którą nazywam mereologią i której pierwszy a niedoskonały pod wieloma względami zarys ogłosiłem w pracy pt. „*Podstawy ogólnej teorii mnogości. I*" (2015: 296-297).

Leśniewski — jak twierdzi — nie znalazł żadnego intuicyjnego systemu, który mógłby chronić naukę przed antynomią Russella. Nie spełniają tej roli oba wydania *Principia Mathematica*. Opierają się na mało intuicyjnej teorii typów. Autorzy posługują się nieprecyzyjnym językiem. Oburzony wyjaśnieniami towarzyszącymi formalizmom pytał: „ile w rzeczonych komentarzach tkwi wyrafinowanego okrucieństwa względem czytelnika, przyzwyczajonego do przykładania jakiej takiej wagi do tego, co czyta" (2015: 301). Minęły aż cztery lata, zanim zauważył, że wzory teorii dedukcji stają się zrozumiałe dopiero przy „niezważaniu na znaki asercji" (2015:

312) i po dokonaniu innych uzupełnień. Duża część krytyki dotyczyła nieostrożności autorów w posługiwaniu się rozróżnieniem między językiem a metajęzykiem.

Punktem wyjścia mereologicznych rozważań Leśniewskiego jest antynomia Russella (rozdz. II, 2015: 313-320). Wskazuje zbiór kolektywny jako właściwą podstawę rozwiązania problemu teorii mnogości (rozdz. III, 2015: 321-337). Dowodzi jego intuicyjności i krytykuje koncepcję dystrybutywną jako abstrakcyjną i niezgodną ze zdrowym rozsądkiem. Jej absurdalnymi konsekwencjami są na przykład zbiór pusty i zbiór jednoelementowy różny od swego elementu. Traktuje całe rozumowanie Russella jako nieinteresujące, skoro zostało oparte na fałszywych przesłankach.

Prowadzone analizy zbioru doprowadziły Leśniewskiego do sformułowania aksjomatów i definicji, które stanowią podstawę teorii opartej na jego nowej koncepcji zbioru (rozdz. IV, 2015: 338-368). Najpierw przedstawił nieco zmodyfikowaną wersję artykułu z 1916 r. *Podstawy ogólnej teorii mnogości. I.* W kolejnych rozdziałach zaprezentował dalsze wyniki, zmieniał aksjomatyki, opierał się na innych pojęciach pierwotnych. Ostatni, jedenasty rozdział niedokończonego cyklu został opublikowany w 1931 r. i stanowi wstęp do ontologii. Całość zakończona została skrótem niezrealizowanej niestety zapowiedzi: „(C. d. n.)" (2015: 468).

Kolejność logiczna teorii tworzących system podstaw była odwrotna niż porządek ich powstawania. Gdy Leśniewski po raz pierwszy skierował się ku mereologii, wierzył w odkrycie nowej teorii mnogości. Zamiast obrony teorii mnogości przez formułowanie sztucznie wymyślanych aksjomatów abstrakcji wystarczy oprzeć ją na kolektywnym rozumieniu zbioru. Nominalistycznej satysfakcji z opracowanej koncepcji nie towarzyszyło niestety zadowolenie z możliwości teoretycznego jej wykorzystania. Charakterystyczna eliminacja struktury zbioru uniemożliwiała odtworzenie wielu twierdzeń ważnych np. dla teorii liczb. Dostrzeżenie ograniczonych możliwości mereologii jako dyscypliny podstawowej skierowało Leśniewskiego ku ontologii. Jak zauważał, zawierają się w niej wszystkie twierdzenia jego systemu podstaw matematyki, które praktycznie można traktować jako korelaty odpowiednich twierdzeń teorii mnogości (2015: 627)[3]. Chociaż myśl ta kończy wydane w 1938 r. *Einleitende Bemerkungen* (2015: 570-629), to jednak nie jest to data zwrotu ku ontologicznym podstawom matematyki. W latach 1949-1950 Bolesław Sobociński wydał zwięzłe opracowanie ontologicznych rozważań Leśniewskiego nad antynomią Russella. Przedstawione próby rekonstrukcji rozumowania w tej specyficznej teorii, czas jej powstania i jednoczesne podkreślanie jej fundamentalnej roli w podstawach matematyki (por. np. umieszczony w *Pismach* list Leśniewskiego z 15 IV 1919 r. (?), 2015: 785-786) potwierdzają, że Leśniewski już wcześniej przekonany był o ważkości ontologicznej orientacji.

Znaczenie tego interesującego kierunku poszukiwań fundamentu dla nauki dostrzegli Abraham A. Fraenkel, Yehoshua Bar-Hillel i Azriel Levy, autorzy głośnych

[3] Np. w wykładach w roku akademickim 1928/1929 Leśniewski przedstawiał arytmetykę jako część ontologii (Srzednicki, Stachniak 1988: 129-152).

Foundations of Set Theory. Wyraźnie podkreślili oryginalność pomysłu, nie chcąc nazywać ontologii Leśniewskiego „wariantem teorii mnogości". Opowiedzieli się za określeniem „rywal" (1973: 203). Odróżnienie to — ich zdaniem — wynika ze szczególnego znaczenia przypisywanego podstawowemu spójnikowi ontologii, innego niż wykorzystywane w teorii mnogości.

Z ontologią wiąże się pewien istotny problem, który utrudnia dostrzeżenie w wydanych *Pismach* rzeczywistego systemu podstaw matematyki. Wśród prac Leśniewskiego nie ma żadnej, która zawierałaby wykład omawianej teorii. Uczony wyjaśniał to tym, że ontologia jest powszechnie znana jego kolegom, a studenci zapoznawali się z nią na zajęciach uniwersyteckich. Wśród źródeł drukowanych wskazywał przede wszystkim wykład Kotarbińskiego w *Elementach* (1986: 187-202)[4]. Obecnie najłatwiej można dotrzeć do notatek z wykładu ontologii Leśniewskiego w *Lecture Notes* (Srzednicki, Stachniak 1988: 29-58). Na nieco głębsze związki między mereologią a ontologią wskazują dostępne opracowania (Lushei 1962, Urbaniak 2014) lub np. prace Sobocińskiego (1949-1950, 1984a), w których przedstawione są m.in. związki między mereologicznym a ontologicznym ujęciem zbioru.

Wydawcy *Pism* dołączyli krótką charakterystykę ontologii (2015: 853-856), m.in. cytując podane w języku potocznym wyjaśnienia Łukasiewicza, jak rozumieć występujące w aksjomacie ontologii wyrażenie „a ε b" („a jest b"): „a istnieje i a jest tylko jedno, i jeśli coś jest a, to jest b" (2015: 853).

Wprowadzając kolektywne rozumienie zbioru jako antidotum na antynomię, Leśniewski podkreślał, że nie obowiązuje w nim charakterystyczne dla koncepcji dystrybutywnej prawo, które określa partycje zbioru: jeśli a jest elementem zbioru zbudowanego z a_1, a_2, …, a_n, to $a = a_1$ lub $a = a_2$, lub … $a = a_n$. W koncepcji kolektywnej podział ten nie jest wyznaczony. Np. należenie do zbioru kul nie oznacza konieczności bycia kulą. Zbiór kul może składać się z półkul, z ćwiartek kul itd. Jeśli mamy do czynienia z pewnym przedmiotem, który nazywamy „zbiorem kul", to jest to wynikiem uprzedniej partycji na kule, dystrybucji na określone części (Küng 1967: 109). Z tego powodu czasem mówi się, że u podstaw koncepcji kolektywnej leży dystrybutywna.

Zgodnie z przedstawionym rozumowaniem, a wbrew częstemu przypisywaniu Leśniewskiemu wyłącznie koncepcji kolektywnej, jego stanowisko subtelnie łączy oba rozwiązania, co znajduje wyraz w układzie teorii stanowiących system podstaw matematyki. Zwracał na to uwagę Robert E. Clay (1974: 638), gdy tłumaczył wprowadzenie ontologii przez Leśniewskiego:

> Przy opisie klas kolektywnych […] potrzebował pojęcia klasy dystrybutywnej. Aby jasno rozróżnić i ujawnić wzajemne oddziaływanie między dwoma pojęciami klasy, wprowadził swój rachunek nazw, […] który nazywany jest także ontologią (Clay 1974: 638)[5].

---

[4] Niestety, nie udało mi się dotrzeć do wydania z 1929 r. i nie mogłem porównać odpowiednich stron.

[5] Dziękuję Panu Profesorowi Eugeniuszowi Wojciechowskiemu za zwrócenie mi uwagi na ten artykuł.

Jeśli podaną charakterystykę *n*-elementowego zbioru dystrybutywnego ograniczyć do $n = 1$, to wiedząc o jedyności *a* w „*a* jest *b*", łatwo zauważyć, że formuła oznacza dystrybutywny sposób orzekania *b* o *a*, tj. że *a* ma własność *b* (Clay 1984: 149). Według Sobocińskiego w wypadku zbiorów dystrybutywnych „bycie elementem zbioru" można sprowadzić do ontologicznego „jest", dlatego nazywa ontologię teorią zbiorów dystrybutywnych (1984b: 218; 1984a: 31)[6].

Podkreślany na wstępie nominalistyczny program odbudowy matematyki zmusza do postawienia pytania, czy logika Leśniewskiego spełnia te wymagania. Podana krótka definicja stanowiska nie pozwala na proste sformułowanie kryterium, które powinny spełniać prototetyka i ontologia. Skorzystanie z podanego przez Quine'a określenia zobowiązań ontycznych teorii („istnieć znaczy być wartością zmiennej") w wypadku omawianych systemów nie prowadzi do żadnej sensownej odpowiedzi. Pasuje do rozważań Russella, ale nie jest dostosowane do ogólniejszych koncepcji, w których kwantyfikacji poddawane są wyrażenia bardzo różnych kategorii. Próby rozwiązania tego problemu podejmowane były m.in. przez Guidona Künga (1981), Johna T. Kearnsa (1967) i Rafała Urbaniaka (2014). Środkami nominalistycznej metalogiki zmierzał do niej Peter Simons (1975).

O podstawach matematyki jest ostatnią pracą Leśniewskiego umieszczoną w pierwszym tomie *Pism*. Należy jednak już do drugiego okresu jego twórczości. Późniejsze publikacje wykorzystujące język formalny znajdują się w tomie drugim. Przedstawiam je w porządku chronologicznym, chociaż w *Pismach* uporządkowane są według związków treściowych:

1929: *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik* (2015: 489-569).

1930: *Über die Grundlagen der Ontologie* (2015: 724-745).

1931: *Über Definitionen in der sogenannten Theorie der Deduktion* (2015: 746-766).

1938: *Einleitende Bemerkungen zur Fortsezung meiner Miteilung u.d.T. „Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik"* (2015: 570-629).

1938: *Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, § 12* (2015: 630-713).

Jak sądzę, *Grundzüge* stanowią najważniejszą z prac Leśniewskiego w jego drugim okresie twórczości. Poświęcone są formalizacji prototetyki — uogólnionego dwuwartościowego rachunku zdań z kwantyfikatorami[7]. O ile tradycyjnie kwantyfikator wiązał zmienne nazwowe, o tyle w teorii Leśniewskiego odnosi się do bardzo

[6] Warto wspomnieć o krytyce tej redukcji, którą przedstawił Rafał Urbaniak (2014: 171-172).

[7] Krótka charakterystyka teorii została przedstawiona w *Posłowiu* (2015: 850-853).

wielu kategorii — zdań i różnych funktorów. Interesujący jest pomysł oparcia teorii na jednym terminie pierwotnym i jak najmniejszej liczbie aksjomatów. Dużą pomocą było odkrycie „równoważności" dokonane przez Tajtelbauma-Tarskiego (1923), jednego z uczniów Leśniewskiego, i opisane w jego rozprawie doktorskiej *O wyrazie pierwotnym logistyki*.

W pierwszej części *Grundzüge* Leśniewski omówił historię prototetyki i jej podstawy. Przedstawił kilka wersji: teorie σ1-σ5 różnią się aksjomatami, terminami pierwotnymi (równoważność, implikacja) i obowiązującymi dyrektywami. W zakończeniu paragrafu 11 (2015: 547-569) sformułowanych jest 5 dyrektyw dla prototetyki (definiowania, rozdziału kwantyfikatora, odrywania, podstawiania, dodawania tez ekstensjonalności) określających warunki, które muszą być spełnione, aby można było dołączyć nową tezę do teorii σ5. Symbolicznie sformułowane dyrektywy powinny stać się zrozumiałe po odczytaniu poprzedzających je 49 terminologicznych wyjaśnień (*Terminologische Erklärungen*) wyrażonych za pomocą symboliki *Principia Mathematica*. Wśród nich znajduje się m.in. formalny opis traktowania wyrażeń języka matematyki jako klas kolektywnych, koncepcja kategorii semantycznych, słynne reguły definiowania i inne. Wielu badaczy zniechęconych idiosynkratycznym symbolizmem rezygnuje jednak z odwoływania się do nich[8]. Może to — jak sądzę — potwierdzać przekonanie wyrażone przez jednego z uczniów Davida Hilberta, Haskella B. Curry'ego (1977: 24), że w zasadzie krąg osób rozumiejących Leśniewskiego ogranicza się do tych, którzy mieli z nim bezpośredni kontakt.

Uczony, patrząc na formuły matematyczne, dobrze rozumie sens kolejnych tez należących do teorii. Precyzyjne opisy zawarte w wyjaśnieniach terminologicznych w zasadzie pozwalają także dyletantowi sprawdzać poprawność ich umieszczenia. Zamiast śledzić ze zrozumieniem treści dodawanych napisów, można ograniczyć się do samej znajomości ich morfologii. W ten sposób Leśniewski realizował swój radykalny formalizm: terminologiczne wyjaśnienia umożliwiają patrzenie na sformalizowany zapis kolejnych twierdzeń jako na sztukę zestawiania znaków podporządkowaną tylko czysto syntaktycznym regułom. Przypomina ona zwykłą grę w szachy[9]. Mówiąc dokładniej, chodziłoby tu o grę polegającą na dokładaniu nowych beztreściowych napisów zgodnie z pewnymi zasadami.

---

[8] Próby ich wyjaśnienia za pomocą języka naturalnego podejmowali m.in. Lushei (1962: 167-289) i Stuchliński (2002: 39-160). Nieco zmienione terminologiczne wyjaśnienia przedstawił także uczeń Sobocińskiego, V. Frederick Rickey (1973).

[9] Sądzę, że terminologiczne wyjaśnienia Leśniewskiego spełniają postulat radykalnych formalistów (Heinricha Eduarda Heinego i Carla Johannesa Thomae), aby upodabniać arytmetykę do gry w szachy. Dogłębną krytykę tego pomysłu przedstawił Frege (2009: §§ 86-137, 404-439). Jednak w wypadku Leśniewskiego realizacja programu nie oznacza jeszcze zgody na samą koncepcję: jest — jak podkreśla Jadacki — tylko „środkiem technicznym ścisłego przedstawiania poglądów" (2015: 846-847). W żadnym razie nie oznacza to przekonania o możliwości sprowadzenia matematyki do gry formułami. Kłóciłoby się to z deklarowanym intuicjonizmem.

Kolejna część omawianej pracy (§ 12) opublikowana została dopiero w 1938 r. w „Collectanea Logica"[10]. Było to nowe pismo poświęcone polskiej logice. Pracujący nad jego powstaniem Łukasiewicz i Sobociński postanowili osiem prac z pierwszego numeru poświęcić prototetyce Leśniewskiego. Miał się w nim także znaleźć ostatni paragraf *Grundzüge.* Ze względu na dziewięć lat przerwy, która nastąpiła między pojawieniem się obu części, postanowiono przypomnieć treść pierwszego fragmentu. Dlatego Leśniewski napisał *Einleitende Bemerkungen*. Niestety, prawie cały nakład uległ zniszczeniu w pierwszych dniach wojny. Zachowało się tylko kilka odbitek, dzięki którym artykuł nie uległ zapomnieniu.

W *Pismach* ostatni paragraf *Grundzüge* jest poprzedzony *Einleitende Bemerkungen.* W dodatkowych uwagach dołączonych do tego wprowadzenia znajduje się m.in. szkic tzw. „prototetyki obliczeniowej" (2015: 604-612). Znakomitym przykładem wielokrotnie podkreślanych w *Pismach* standardów ścisłości Leśniewskiego jest uwaga (2015: 612-625), w której pokazał, jak brak odpowiedniej precyzji Johna von Neumanna pozwala na konstrukcję sprzeczności w jego systemie. Jest to kontynuacja krytyki, którą rozpoczął w pierwszej części *Grundzüge* (2015: 566-569).

Paragraf 12 *Grundzüge* stanowi zespół tez teorii σ5 uporządkowanych od T1 do T422. To właśnie o nich pisał Quine w przytaczanym wcześniej cytacie o zniechęcającym symbolizmie. Liczba tez nie jest przypadkowa. Ostatnia wraz z kilkoma wcześniejszymi — jak dowiódł Łukasiewicz — wystarczy do aksjomatyzacji teorii dedukcji. Widać więc, że z teorii Leśniewskiego można wyprowadzić klasyczny rachunek zdań.

W zasadzie omawiana formalizacja prototetyki σ5 jako jedyna została całkowicie opisana i zrealizowana w publikacji Leśniewskiego. Procedura przedstawiona w kolejnym artykule z 1930 r. *Über die Grundlagen der Ontologie* jest właściwie suplementem do poprzedniego tekstu. Zawiera zestaw siedmiu dyrektyw określających warunki dodawania nowych tez do teorii ontologicznej (2015: 740). Poprzedzone są one sławnym aksjomatem ontologii charakteryzującym znaczenie podstawowego funktora teorii Leśniewskiego „ε" (2015: 727-728) i wyjaśnieniami uzupełniającymi wcześniejsze objaśnienia prototetyczne tak, aby można było zbudować ontologię. Na końcu artykułu znajduje się omówienie możliwości zastąpienia aksjomatu innymi.

Suplementarny charakter omawianego tekstu jest odbiciem logicznej wtórności ontologii w stosunku do prototetyki. Wraz z nową teorią dołączona zostanie kategoria nazw i różnych funktorów. Konstrukcja ontologii wymaga jednak odpowiedniego zestawu tez prototetycznych. Nominalizm nie dopuszcza istnienia czysto potencjalnego, np. tez znanych, ale niewypisanych. Leśniewski wprowadził nawet termin „efthp" (2015: 729). „*A* ε efthp" to tyle co „*A* jest tezą efektywnie należącą do prototetyki": *A* została dołączona zgodnie z obowiązującymi dyrektywami i rzeczywiście występuje wśród innych tez należących do danej teorii.

[10] Opóźnienie wynikało w pewnym stopniu z konfliktów wywołanych przedstawioną przez Leśniewskiego krytyką tezy Sierpińskiego o istnieniu zbioru pustego. Z tego powodu Leśniewski wycofał oczekującą na druk w „Fundamenta Mathematicae" kolejną część artykułu.

Dodawany aksjomat ontologii wyrażony jest za pomocą ideografii Leśniewskiego. Autor zwraca uwagę na to, aby wśród wyjściowych tez prototetycznych nie było nawiasów równokształtnych z obejmującymi argumenty funktora „ε" w aksjomacie ontologii („ε{Aa}"). W teoriach Leśniewskiego kształt nawiasów ma charakteryzować kategorie argumentów wyrażenia nawiasowego wprowadzanego funktora.

Po wypisaniu wspominanego aksjomatu można zacząć budować ontologię, dodawać tezy zawierające wyrażenia kategorii nazwowej. Rozwijana od tego momentu teoria opierać się będzie na efektywnie wypisanych tezach prototetyki, aksjomacie ontologii i korzystać z ontologicznych dyrektyw określających warunki dołączania nowych tez. Zestaw dyrektyw ontologii w zasadzie obejmuje dotychczasowe dyrektywy prototetyczne (nowe różnią się od poprzednich często jedynie dodaną literą „o" wskazującą na obowiązywanie w teorii ontologicznej) oraz dwie nowe, specyficzne dla ontologii (jedna dotycząca definiowania i druga — ekstensjonalności). Jednocześnie wszystkie wypisane wcześniej tezy zostaną uznane za tezy ontologiczne (wyjaśnienie XXXII, 2015: 729). Każda następna będzie dodawana zgodnie z dyrektywami ontologii. Definicje niezbędne do zrozumienia dyrektyw ontologicznych oraz sposób przekształcenia statusu wcześniejszych tez są przedstawione w nowych wyjaśnieniach terminologicznych towarzyszących dyrektywom. Leśniewski nie uważa za interesujące wyznaczania granic między teoriami. Ontologia — jak widać — może wchłonąć wyjściowe tezy prototetyczne lub być rozwijana równolegle z teorią wcześniejszą (2015: 740-741).

Skoncentrowałem się na opisie warunków budowy teorii ontologicznej opierającej się na prototetycznej. Rozwój jest charakterystyczną cechą matematyki Leśniewskiego. Akcentowany nominalizm przeciwstawiany platonizmowi ułatwia dostrzeganie ewolucyjnego charakteru nauki. Rozwija się teoria — przybywa nowych tez, pojawiają się kolejne terminy. Wprowadzone w aksjomacie nazwy rozszerzają liczbę podstawowych kategorii. Wraz z nimi pojawiają się większe możliwości tworzenia kategorii pochodnych. Nieekstensywna przewaga nowej teorii związana jest m.in. z nowymi dyrektywami i wyjaśnieniami terminologicznymi. Nie jest to jednak jedyny dopuszczalny sposób wprowadzania zmian w matematyce Leśniewskiego. Podobne wzbogacenie w ramach jednej teorii może być rezultatem definicyjnego wprowadzenia wyrażeń nowej kategorii. Innym ciekawym przypadkiem jest wykorzystanie definicji twórczej, która wzmacnia teorię o nową siłę dedukcyjną. Wymienione procedury wzbogacające dokonują się bez konieczności zmiany dyrektyw i terminologicznych wyjaśnień.

Pochodzący z 1932 r. artykuł *Über Definitionen in der sogenannten Theorie der Deduktion* zawiera wyjaśnienia terminologiczne dotyczące definiowania w rachunku zdań, który jest przedstawiony za pomocą notacji Łukasiewicza. To jedyny zachowany tekst dający przykłady wskazujące znaczenie kolejnych wyjaśnień.

W swoim omówieniu nie wspominałem o umieszczonych w drugim tomie dwóch pracach pochodzących z 1929 r., tj. z drugiego okresu twórczości Leśniewskiego: *Über Funktionen, deren Felder Gruppen mit Rücksicht auf diese Funktionen sind*

(2015: 475-488) oraz *Über Funktionen, deren Felder Abelsche Gruppen in bezug auf diese Funktionen sind* (2015: 714-723). Dotyczą uproszczenia pewnych rozważań algebraicznych i nie są związane z konstrukcją systemu podstaw matematyki.

W drugim tomie oprócz wymienionych publikacji nazwanych „monografiami" znalazły się stenogramy referatów wygłaszanych przez Leśniewskiego na zebraniach towarzystw naukowych, zaprotokołowane wypowiedzi w różnych dyskusjach, autobiografia, korespondencja z Kazimierzem Twardowskim, list do brata Czesława oraz korespondencja z ministerstwem. Tych materiałów nie ma w *Collected Works*.

Bardzo ważnym dodatkiem do zbioru jest napisane przez Jacka Jadackiego obszerne (56 stron) i podzielone na kilka części *Posłowie. Życie i dzieło Stanisława Leśniewskiego.* W skład jego pierwszej części *Życie* (2015: 814-821) wchodzi *Kalendarium* (2015: 814-818) oraz *Osobowość* (2015: 818-821). Wśród tych materiałów znajdują się wiadomości dotyczące ciekawej i nieporuszanej w literaturze sprawy habilitacji Leśniewskiego. W grudniu 1918 r. uczony przedstawił na Uniwersytecie Lwowskim dwie prace (*Podstawy ogólnej teorii mnogości. I* i *Krytyka logicznej zasady wyłączonego środka*), które miały stanowić podstawę otrzymania habilitacji (2015: 817). W marcu kolejnego roku została powołana odpowiednia komisja (Marcin Ernst — dziekan, Wacław Sierpiński — recenzent, Mścisław Wartenberg, Kazimierz Twardowski). Biorąc pod uwagę zastrzeżenia Wartenberga, zaproponowano:

> przeniesienie habilitacji do Uniwersytetu Warszawskiego, pod pretekstem pobytu w Warszawie zainteresowanego i recenzenta. Ostatecznie do habilitacji nie dochodzi. 30 VI — Wydział Filozoficzny UW uchwala powołanie go *primo et unico loco* na nowo utworzoną nadzwyczajną Katedrę Filozofii Matematyki. 1 X — obejmuje stanowisko profesora nadzwyczajnego filozofii matematyki Uniwersytetu Warszawskiego (2015: 817).

27 IX 1936 r. Leśniewski otrzymał stanowisko profesora zwyczajnego Uniwersytetu Warszawskiego (2015: 818).

Zakładając kompletność zamieszczonych w *Kalendarium* informacji na ten temat, można wywnioskować, że formalnie Leśniewski nie otrzymał habilitacji, co jednak nie przeszkodziło w powołaniu go na stanowisko profesora filozofii matematyki na Uniwersytecie Warszawskim w 1919 r.

Aby podkreślić bogactwo źródeł udostępnionych w książce, zwrócę uwagę na kilka innych zawartych w niej materiałów wiążących się z omawianym wydarzeniem. Przedstawiono świadectwa dowodzące podejmowanych przez Leśniewskiego prób zdobycia prawa wykładania w Rosji. Wydane w 1913 r. w Petersburgu *Логические Разсужденія* (2015: 57-146) miały być podstawą uzyskania docentury. Publikacja była złożeniem artykułów *Przyczynek do analizy zdań egzystencjalnych* i *Próba dowodu ontologicznej zasady sprzeczności.* Jednocześnie Leśniewski przygotowywał się do zdania dużej liczby egzaminów wymaganych na tamtejszym uniwersytecie (2015: 784). Na początku 1919 r. oczekiwał „nadchodzącego misterium *colloquium* habilitacyjnego" we Lwowie (2015: 785). Bez zadowolenia przyjął sugestię Twardowskiego, aby przenieść procedurę do Warszawy (2015: 786-787). Nauczyciel obawiał się zachowania jednego z członków komisji, który źle oceniał kandydata (2015: 820).

Przytoczone informacje pozwalają dojrzeć w autorze pism żywego człowieka. Negatywna opinia o Leśniewskim znajduje się wśród kilku anegdot i wspomnień kończących pierwszą część *Posłowia*. Materiały te pozwalają uchwycić pewne charakterystyczne cechy osobowości Leśniewskiego.

Druga część *Posłowia* to *Pisma i Odczyty* (2015: 821-826). Znajdują się tu informacje bibliograficzne dotyczące oryginalnych wydań prac oraz współczesnych przedruków. W *Ważniejszych książkach o Leśniewskim* znajduje się dziewięć publikacji poświęconych uczonemu. Niestety, brakuje dwóch monografii, które napisali polscy autorzy: Józef Andrzej Stuchliński i Rafał Urbaniak. Pierwszy swą *Definicję zdania prawdziwego w języku logiki i językach opartych na logice* (Stuchliński 2002) poświęcił m.in. problemom formalizacji systemów Leśniewskiego. Przywoływana już książka drugiego z autorów została wydana przez Springera pod tytułem *Leśniewski's Systems of Logic and Foundations of Mathematics* (Urbaniak 2014).

Ostatnią grupą materiałów w *Pismach i odczytach* są *Odczyty i głosy w dyskusjach* (2015: 825-826). Niestety, informacje tu zawarte w pewnym stopniu pokrywają się ze znajdującymi się we fragmencie *Prace Leśniewskiego.* W *Odczytach* podana jest data wydarzenia, w *Pismach* znajdują się natomiast informacje na temat publikacji materiału przygotowanego przez protokolanta.

Bardzo ważną i ciekawą częścią *Posłowia* jest *Twórczość* (2015: 827-864). W jej powstaniu współuczestniczyli Anna Brożek, Kordula Świętorzecka i Janusz Czelakowski. Jest to słownik/przewodnik po najważniejszych tematach podejmowanych przez Leśniewskiego.

Chcę w tym miejscu przedstawić dwie uwagi. Pierwsza dotyczy ontologicznego epsilonu. W wyjaśnieniach dotyczących notacji wprowadzono symbolikę, którą dalej wykorzystuje się do prezentacji pewnych rozumowań. Zrezygnowano z ideografii Leśniewskiego, powracając do klasycznych symboli logicznych. Uproszczono zapisy niektórych terminów. Niestety — jak sądzę — pojawił się tam niefortunny błąd drukarski: ontologiczny epsilon („ε") został zastąpiony literą „e" (2015: 829). W konsekwencji oryginalny epsilon pierwszy raz pojawia się w analizie antynomii Russella (2015: 840), wyprzedzając bardziej szczegółowe wyjaśnienie jego znaczenia we fragmencie poświęconym ontologii (2015: 854).

Druga uwaga związana jest z antynomiami. Dla Leśniewskiego sama czysto formalna sprzeczność nie jest żadnym problemem matematycznym. Staje się nim, jeśli formułom i rozumowaniom towarzyszy przekonanie o ich intuicyjnej pewności. Wtedy sytuację przeżywa się:

> z punktu widzenia stanów zwróconej ku rzeczywistości udręki intelektualnej, płynącej z nieodpartej intuicyjnej konieczności wierzenia w „prawdziwość" pewnych założeń oraz „poprawność" pewnych rozumowań, prowadzących do sprzeczności w połączeniu z temi założeniami (2015: 298).

Sprzeczność czysto formalna nie powoduje takiego dysonansu. Za Leonardem Nelsonem uważał występowanie tego stanu psychicznego za cechę towarzyszącą antynomii matematycznej.

Badania Leśniewskiego nad antynomiami nie ograniczały się do rozwiązań mereologicznych i do językowych rozstrzygnięć z wczesnego okresu twórczości. Vito F. Sinisi (1976) mówił o trzech analizach antynomii Russella. Pierwsza i druga dotyczyły rozwiązań mereologicznych z lat 1914 i 1927. Trzecią nazwał zespół ontologicznych wyników Leśniewskiego, które Sobociński (1949-1950) przedstawił w trudno dostępnym francuskojęzycznym artykule (łatwiej dotrzeć do anglojęzycznego przekładu — Sobociński 1984a). Zrekonstruowane w języku ontologii rozumowanie Russella prowadzi do sprzeczności w przypadku zbiorów dystrybutywnych i kolektywnych. Opiera się jednak na fałszywych przesłankach. Ta konstatacja, odkrywając materialny fałsz rozumowań, zapobiegała stanowi „intelektualnej udręki", do której mogły prowadzić sprzeczne wnioski.

W przywoływanym artykule Sobocińskiego znajdujemy jeszcze jedno „rozwiązanie" antynomii Russella, które w literaturze określone zostało jako „Frege's way out". W 1902 r. Frege otrzymał od Russella list opisujący sposób budowy antynomii w teorii wyłożonej w pierwszym tomie *Grundgesetze der Arithmetik*. Odpowiedzią było dołączone do drugiego tomu *Nachwort* (Frege 2009: 549-563), w którym nakłada się ograniczenia na „regułę V". Sobociński (1984a: 20-24) przedstawił konstrukcję Leśniewskiego, który w swej ontologii odtworzył zabieg Fregego i pokazał jego nikłą skuteczność: eliminując jedno zagrożenie, nie chroni przed budową zupełnie innej sprzeczności. Konstrukcja powstała już po śmierci autora *Grundgesetze*, który — jak podkreśla Michael Dummett (1973: 656) — raczej nie zdawał sobie nawet sprawy z takiej możliwości. Rozumowanie Leśniewskiego odtworzył tradycyjnym i środkami Peter Geach (1972), czym zapoczątkował kilka innych wystąpień dotyczących „Frege's way out" (zob. np. Quine 1955).

Czwarta część *Posłowia* to *Oddziaływanie*: wymieniono tu nazwiska siedemnastu osób rozwijających idee Leśniewskiego. Wspomina się o roli Tarskiego, pośrednictwie Ajdukiewicza w popularyzacji pomysłu kategorii semantycznych i znaczeniu Łukasiewicza. Przytoczona została wypowiedź Czesława Lejewskiego wskazująca powojenne rozproszenie uczniów Leśniewskiego jako jedną z przyczyn międzynarodowego zainteresowania „leśniewszczyzną" (2015: 865-866).

Zakończenie stanowi *Trójgłos w sprawie Leśniewskiego*, w którym Świętorzecka, Jadacki i Czelakowski zwracają uwagę na kilka szczegółowych zagadnień, których rozwiązania przyjęte przez Leśniewskiego mogą budzić pewne logiczno-metodologiczne kontrowersje.

W swojej prezentacji *Pism* Leśniewskiego skoncentrowałem się na problemie budowy systemu podstaw matematyki. Wydawca nie czuł się związany deklaracjami Leśniewskiego i uwzględnił także wcześniejsze prace, deprecjonowane przez samego autora. Ta słuszna — jak sądzę — decyzja pozwala ujrzeć ewolucję myśli uczonego, w szczególności dostrzec w pismach drugiego okresu treści niezauważalne przy lekturze abstrahującej od szerszego kontekstu ich genezy. Wskazuje na to obszerna literatura analizująca np. ewolucję jego poglądów od ścisłego związku z filozofią Franza Brentano i jego szkoły po próby całkowitego z nią zerwania. Dokładne zbadanie związku między wczesnymi analizami antynomii a dojrzałym ujęciem polegającym na analizie prowadzonej metodami formalnymi ujawni zapewne interesujące treści filozoficzne.

Obecne wydanie ma przewagę nad *Collected Works*, zapewniając większe bogactwo przedstawianych materiałów. W pierwszym tomie polskiego zbioru znajdują się *Логические Разсужденія* pominięte w anglojęzycznym wydaniu. Większe różnice zachodzą między drugimi tomami. W polskim kolejność prac podporządkowana jest logicznym związkom między ich treściami, w angielskim został zachowany porządek chronologiczny. Ponadto w nowszym wydaniu znajduje się pięć autoreferatów Leśniewskiego, sześć głosów w dyskusjach na różne tematy, autobiografia, ciekawa korespondencja oraz interesujące *Posłowie*. Do angielskiego wydania dołączona jest obszerna bibliografia (kończy się na 1978 r.) opracowana przez V. Fredericka Rickeya. W *Pismach* odpowiada jej znajdujący się w *Posłowiu* krótki (9 pozycji) przegląd *Ważniejszych książek o Leśniewskim*, który ogranicza się do wskazania pierwszych studiów. Polskie wydanie kończy się wykazem nazwisk, angielskie — indeksem nazwisk i podstawowych terminów. Żałuję, że indeks terminów nie pojawił się w *Pismach.*

Należy chyba zwrócić uwagę na jeszcze jedną różnicę. W jednym wydaniu mamy tłumaczenia tekstów na język angielski, w drugim reprinty oryginalnych wydań. Przy tej różnicy ocena podjętej decyzji zależy od celów czytelnika i dlatego można patrzeć na nie jako na spełniające komplementarne funkcje. Zaletą nowego wydania jest brak wielu błędów, których nie ustrzegli się wydawcy tłumaczeń, przepisując symboliczne formuły Leśniewskiego.

Mimo dużej satysfakcji z pojawienia się w księgarniach *Pism* na zakończenie chcę zwrócić uwagę na niezrozumiały i nieodpowiadający mi sposób reprodukowania prac Leśniewskiego. W wydaniu formatu B5 każda strona oryginalnej publikacji umieszczona jest w ramce (o grubości 2 mm), którą otacza margines o szerokości nie mniejszej niż 3 centymetry (u góry strony nieparzystej znajduje się napis „Monografie” w trzech językach, na stronie parzystej polski tytuł reprodukowanej pracy). W rezultacie kolumna tekstu czasem zajmuje obszar prostokąta o rozmiarach 7 cm × 11,2 cm (na nim 39 wierszy)[11], co stanowi mniej niż 25% powierzchni strony. Trudno w tej sytuacji przypuszczać, by projektując *Pisma*, wydawca zastanawiał się, czy samo zadowolenie z możliwości lektury nie będzie osłabione ograniczoną możliwością kontaktu z tekstem. Nie pomyślano też o czytelniku, który lubi np. zaznaczać coś w tekście.

[11] Podane wymiary dotyczą np. artykułu: S. Leśniewski, *O podstawach ontologii*, 2015: 725. W innych wypadkach powierzchnia tekstu jest nieco większa, co poprawia komfort czytania.

BIBLIOGRAFIA

Beth E. W. (1964), *The Foundations of Mathematics. A Study in the Philosophy of Science*, Amsterdam: North-Holland.

Burgess J. P., Rosen G. (1997), *A Subject with No Object. Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*, Oxford: Clarendon Press.

Clay R. E. (1974), *Relation of Leśniewski's Mereology to Boolean Algebra*, „The Journal of Symbolic Logic" 39(4), 638-648.

Clay R. E. (1984), *Ontology. Leśniewski's Logical Language* [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, J. T. J. Srzednicki, V. F. Rickey (red.), Wrocław: Ossolineum, 149-163.

Curry H. B. (1977), *Foundations of Mathematical Logic*, New York, NY: Dover.

Dummett M. (1973), *Frege. Philosophy of Language*, New York, NY: Harper & Row.

Fraenkel A. A., Bar-Hillel Y., Levy A. (1973), *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: Elsevier.

Frege G. (2009), *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschrift abgeleitet*. Bd. 1 und 2. *In moderne Formelnotation transkribiert und mit einem ausführlichen Sachregister versehen von T. Müller, B. Schröder und R. Stuhlmann-Laeisz*, Paderborn: Mentis.

Geach P. T. (1972), *On Frege's Way Out* [w:] *Logic Matters*, Oxford: Basil Blackwell, 235-237.

Goodman N., Quine W. V. O. (1947), *Steps toward a Constructive Nominalism*, „Journal of Symbolic Logic" 12(4), 97-122.

Hiż H. (2000), *Garstka wspomnień kibica matematyki*, „Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Seria II: Wiadomości Matematyczne" 36, 53-59.

Jadczak R. (1993), *Stanisław Leśniewski a szkoła lwowsko-warszawska*, „Analekta" 2/2(4), 29-38.

Kearns J. T. (1967), *The Contribution of Leśniewski*, „Notre Dame Journal of Formal Logic" 8(1-2), 61-93.

Kotarbiński T. (1986), *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Küng G. (1967), *Ontology and the Logistic Analysis of Language*, Dordrecht: D. Reidel.

Küng G. (1981), *O aktualnej sytuacji logiki nominalistycznej*, „Roczniki Filozoficzne" 29(1), 87-107.

Leśniewski S. (1992), *Collected Works*, t. 1-2, S. J. Surma, J. T. Srzednicki, D. I. Barnett, V. F. Rickey (red.), Dordrecht: Kluwer, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Leśniewski S. (2015), *Pisma zebrane. Собранные сочинения. Gesammelte Schriften*, J. Jadacki (red.), t. 1-2, Warszawa: Towarzystwo Naukowe Warszawskie i Wydawnictwo Naukowe Semper.

Lushei E. C. (1962), *The Logical Systems of Leśniewski*, Amsterdam: North-Holland.

Quine W. V. O. (1940), *Stanisław Leśniewski. Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik §12. Ibid., offprint 1939, pp. 61-144*, „The Journal of Symbolic Logic" 5(2), 84.

Quine W. V. O. (1955), *On Frege's Way Out*, „Mind" 64(254), 150-152.

Rickey V. F. (1973), *Axiomatic Inscriptional Syntax. Part II. The Syntax of Protothetic*, „Notre Dame Journal of Formal Logic" 14(1), 1-52.

Simons P. (1975), *Reasoning on a Tight Budget. Leśniewski's Nominalistic Metalogic*, „Erkenntnis" 56(1), 99-122.

Simons P. (1993), *Nominalism in Poland*, „Poznań Studies in the Philosophy of the Science and the Humanities" 28, 207-231.

Sinisi V. F. (1976), *Leśniewski's Analysis of Russell's Antinomy*, „Notre Dame Journal of Formal Logic" 17(1), 16-34.

Sobociński B. (1949-1950), *L'analyse de l'antinomie russellienne par Leśniewski*, „Methodos" 1(1949), 94-107, 220-228, 308-316; 2(1950), 237-257.

Sobociński B. (1984a), *Leśniewski's Analysis of Russell's Paradox* [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, J. T. J. Srzednicki, V. F. Rickey (red.), Wrocław: Ossolineum, 11-44.

Sobociński B. (1984b), *Studies in Leśniewski's Mereology* [w:] *Leśniewski's Systems. Ontology and Mereology*, J. T. J. Srzednicki, V. F. Rickey (red.), Wrocław: Ossolineum, 217-227.

Srzednicki J. T. J., Stachniak Z. (red.) (1988), *S. Leśniewski's Lecture Notes in Logic*, Dordrecht: Kluwer.

Stuchliński J. A. (2002), *Definicja zdania prawdziwego w języku logiki i językach opartych na logice*, Warszawa: Wydział Filozofii i Socjologii UW.

Tajtelbaum-Tarski A. (1923), *O wyrazie pierwotnym logistyki. Teza doktorska*, „Przegląd Filozoficzny" 36(1-2), 68-89.

Tarski A. (2001), *Podstawowe pojęcia metodologii nauk dedukcyjnych* [w:] *Pisma logiczno-filozoficzne*, t. 2, *Metalogika*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 31-92.

Urbaniak R. (2014), *Leśniewski's Systems of Logic and Foundations of Mathematics*, Cham: Springer.

Woleński J. (1985), *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.