

Jakub Gomułka

Matematyka w *Traktacie logiczno-filozoficznym* Szeregi form, status równań i podmiot metafizyczny

Filozofia matematyki jest jednym z mniej eksponowanych wątków *Traktatu logiczno-filozoficznego* Ludwiga Wittgensteina — jej elementy są zawarte w zaledwie 21 z ponad 500 tez. Należy jednak zauważyć, że dziedzina ta jest ściśle związana z jedną z najważniejszych i najbardziej oryginalnych koncepcji zawartych w tym dziele, a mianowicie z teorią szeregów form. Uwikłana jest ona również w fundamentalny problem interpretacyjny *Traktatu* — jego samowywrotność — a także, jak się okazuje, w dość tajemniczy wątek podmiotowości transcendentalnej.

Charakterystyczny dla wczesnego Wittgensteina niezwykle oszczędny sposób przedstawiania treści, niemal pozbawiony przykładów i opisów, wybitnie utrudnia właściwe rozpoznanie intencji autora i sprzyja nieporozumieniom interpretacyjnym. Koncepcja matematyki zawarta w *Traktacie* wiele lat czekała na wyczerpującą egzegezę. Jednej z pierwszych dokonał Pasquale Frascolla (1994), a w ostatnich latach temat ten podejmowali również m.in. Mathieu Marion (1998), Michael Potter (2000) i Michael Kremer (2002). Mój artykuł przedstawia kilka zasadniczych zagadnień związanych z filozofią matematyki *Traktatu* w świetle obecnego stanu badań. Omówię najpierw Traktatową ideę symbolizmu i teorię szeregów form zastosowaną do zdań, a następnie do definicji ciągu liczb naturalnych. Punktem kulminacyjnym będzie problem uznania przez Wittgensteina równań za niedorzeczne niby-zdania (*Scheinsätze*). Pokażę, że kwestia ta związana jest z pytaniem o spójną interpretację tezy 6.54 *Traktatu* i że obie trudności można rozwiązać w podobny sposób. Pod koniec artykułu podjęta zostanie próba interpretacji zagadkowych uwag, w których Wittgenstein sugeruje zbędność tautologii i równań. Próba ta opierać się będzie na uznaniu podmiotu metafizycznego z tezy 5.641 za wewnętrzny bieg symbolizmu.

* * *

Jak słusznie zauważa Potter, fundamentem teorii symbolizmu we wczesnej filozofii Wittgensteina jest przekonanie, że nie mamy bezpośredniego dostępu poznawczego do rzeczywistości, musimy więc dedukować jej cechy z własności symboli, dzięki którym możemy tworzyć reprezentacje świata (przekonanie to nie pojawia się *explicit*e w *Traktacie*, choć stanowi chyba najbardziej naturalne uzasadnienie słynnej tezy 5.6 — „*Granice mego języka oznaczają granice mego świata*”¹). Symbolizm stanowi zatem niezbędne zapośredniczenie relacji między naszymi umysłami a rzeczywistością (Potter 2008: 65). Jednocześnie jednak, w świetle utożsamienia symbolu prostego z tym, co może stanowić wyraz przedmiotu prostego (tezy 2.01, 4.21 i 4.24), nieoczywista staje się kwestia samego dostępu do symboli. Niewątpliwie to, co zwykle w logice czy w semantyce nazywamy symbolem, nie jest nim w rozumieniu Wittgensteina. Autor *Traktatu* początkowo podzielał przekonanie Russella i Fregego, że mowa potoczna nie jest właściwie uporządkowana. „Nieufność do gramatyki jest wstępnym warunkiem filozofowania” — pisał już w *Uwagach o logice* (Wittgenstein 1999: 172). W *Traktacie* zmienił nieco to przekonanie, mówiąc, że wszystkie zdania języka potocznego są w pełni uporządkowane logicznie (5.5563). Sądził bowiem, że gdyby takie nie były — gdyby nie dało się przeprowadzić ich całkowitej analizy — nie mogłyby niczego znaczyć. Jednak ich właściwa struktura przesłonięta jest warstwą „zewnątrzną”, a więc naszymi skomplikowanymi konwencjami regulującymi sposób wyrazu, które Wittgenstein przyrównywał do szaty skrywającej myśli i logikę (4.002)².

Wittgenstein wiele czasu poświęcił próbom sformułowania właściwej notacji logicznej, a więc takiego sposobu zapisu, który całkowicie odsłoni strukturę symbolizmu, będącą czymś stałym i niezależnym od konkretnych form zewnętrznych, jakie mogą przyjmować języki; notacje, które odziedziczył po Fregem i Russellu, nie zadowalały go choćby z tego powodu, że nie ujawniały bezpośrednio tautologiczności formuł. Żadna z wynalezionych przezeń notacji nie osiągnęła ostatecznie zamierzonego celu — zresztą nie było to możliwe³ — stąd też Wittgenstein nie wahał się ostatecznie sięgnąć również do symboliki wprowadzonej przez Russella. Każdy z innych przedstawianych w *Traktacie* sposobów zapisu ukazywał jednak jakiś ważny aspekt natury symbolizmu. Przykładowo, zapis tabelkowy rozwiewał mylne wrażenie (wywoływane przez notacje funkcyjne), że znaki funkcyjów do czegoś odnoszą

¹ W odwołaniach do *Traktatu* stosuję powszechnie przyjętą konwencję podawania numeru tezy, a nie strony. Wszystkie numery odnoszą się do tez *Traktatu*. Formę odsyłacza „Wittgenstein 1997” stosuję tylko przy podawaniu stron *Przedmowy*.

² Na to, że chodzi o zewnętrzną, znakową stronę języka potocznego, wskazuje teza 3.323, w której Wittgenstein mówi o zjawisku wieloznaczności. W jego rozumieniu wieloznaczność polega na tym, że to samo słowo należy do różnych symboli.

³ Wittgenstein próbował rozciągnąć notację *ab* na rachunek kwantyfikatorów, ale próba ta była skazana na niepowodzenie ze względu na nierozstrzygalność pełnego rachunku predykatów (Proops 2000: 15 i nn.).

(Proops 2000: 15 i nn.). Notacja grafowa ujawniała natomiast dwubiegunowość zdania, czyli jego szczególny, istotowy związek z własną negacją: zarówno zdanie p , jak i $\sim p$ mają tę samą *Bedeutung*, tzn. odpowiada im ten sam fakt (i właśnie ze względu na ten fakt jedno z nich jest fałszywe, a drugie prawdziwe)⁴. Ponownie okazywało się więc, że funktorowi negacji nie odpowiada nic po stronie rzeczywistości i że w związku z tym nie ma on charakteru funkcji zdaniowej (Potter 2000: 171-174), a determinuje jedynie zwrot strzałki, którą opatrzone jest zdanie, a więc to, na który z dwóch biegunów owo zdanie wskazuje. Z drugiej strony, różnica zwrotu strzałek występująca między zdaniami p i $\sim p$ jest różnicą *sensu*, ostatecznie więc funktor negacji ma pewną siłą wyrazu⁵. Bieguny w notacji grafowej są jednak tylko dwa i zdanie musi ostatecznie wskazywać na któryś z nich bez względu na liczbę zastosowanych funktorów negacji. Notacja pokazywała więc, że wkład funkтора do sensu zdania sprowadza się wyłącznie do odwrócenia jego orientacji względem biegunów.

Jeszcze wyraźniej pokazała to notacja operatorowa, ujawniająca dodatkowo, jak bardzo myśl wczesnego Wittgensteina odbiegała od ówczesnych koncepcji logiki forsowanych przez Fregego i Russella. Autor *Traktatu* całkowicie odrzucił bowiem teorię klas, zastępując ją w pewnych istotnych zastosowaniach koncepcją szeregów form⁶. Koncepcja ta i związana z nią idea operacji miały swoje źródło w *Begriffsschrift*, a konkretnie w definicji dwuargumentowej funkcji zdaniowej $f(\Delta, \Gamma)$, służącej Fregeemu za fundament formalnej teorii szeregów, którą później zastąpił — ku swojej zgubie — formalną teorią bardziej „substancjalnych” zbiorów (Rotter 2006: 69). Definicja brzmi następująco:

„ Δ jest wynikiem zastosowania funkcji f [*Anwendung des Verfahrens f*] do Γ ”, albo „ Γ jest przedmiotem, do którego zastosowano funkcję f z wynikiem Δ ”, albo „ Δ znajduje się w stosunku f [*f-Beziehung*] do Γ ”, albo też, „ Γ znajduje się w odwrotności stosunku f do Δ ”, przy czym zapisy te traktowane są jako równoznaczne (Frege 1879: 57).

Göran Sundholm zauważył, że gdyby termin *Verfahren* przetłumaczyć jako „operacja”, a *Beziehung* jako „stosunek wewnętrzny”, sformułowanie Fregego byłoby bliskie sformułowaniu z tezy 5.232: „stosunek wewnętrzny porządkujący szereg jest rów-

⁴ Zdaniem niektórych interpretatorów, np. Hansa-Johanna Glocka (2001: 401-403), Wittgenstein w *Traktacie* rezerwuje pojęcie *Bedeutung* dla nazw, a pojęcie *Sinn* dla zdań. W istocie jednak, jak wskazuje na przykład Kremer (2002: 282-284), pojęcie *Bedeutung* jest przez wczesnego Wittgensteina używane jako szersza kategoria, obejmująca również *Sinn*.

⁵ W tym kontekście należy podkreślić za Potterem (2000: 174-176), że wszelkie operacje logiczne na zdaniach są operacjami na poziomie sensów, a nie na poziomie symboli (ani tym bardziej znaków). Jak wskazuje, problematycznymi konsekwencjami takiego rozstrzygnięcia jest konieczność przyjęcia aksjomatu nieskończoności (co przeczy podstawowym założeniom Wittgensteina na temat logiki) oraz niemożliwość operowania na liczbach liczb (Potter 2000: 187-194).

⁶ W związku z tym wśród komentatorów trwa spór o to, czy można wczesnego Wittgensteina zaliczyć do logicystów. Frascolla (1994: 37), Marion (1998: 26, 29) i Potter (2000: 182 i nn.) przekonują, że mimo odrzucenia teorii klas autor *Traktatu* zasadniczo realizował pewną wersję logicyzmu. Przeciwnego zdania jest Victor Rodych (1995: 272-274; 2011).

noważny operacji, przez którą jeden człon powstaje z drugiego” (Sundholm 1992: 59). Rzecz jasna, zmiana *Verfahren* Fregego na *Operation* Wittgensteina nie jest czysto językowa: autor *Traktatu* wypracował ideę operacji właśnie w opozycji do Fregego-Russellowskiej koncepcji funkcji. Przede wszystkim sama operacja nie ma żadnej wartości semantycznej, dzięki czemu może być iterowana⁷.

Koncepcja operacji opiera się na założeniu, że w naturze symbolizmu leżą pewne szczególnego rodzaju związki wewnętrzne między zdaniem, dzięki którym zdania te układają się w szeregi (5.2-5.231). Wittgenstein dodawał, że stosunki te są operacjami prawdziwościowymi i zaliczał do nich znane funktry rachunku logicznego i inne możliwe operacje na wartościach logicznych zdań. Za tworzenie szeregu zdań odpowiadać miała operacja N , którą zdefiniował (a właściwie tylko zarysował) w nawiązaniu do idei funktora Scheffera⁸. Operacja ta miała polegać na negacji wszystkich zdań, które mogą stanowić wartość zmiennej podanej jako jej baza, i posłużyła Wittgensteinowi do wypracowania ogólnej formy funkcji prawdziwościowej, a tym samym ogólnej formy zdania, która pojawia się w tezie 6 w postaci: $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$.

W rzeczywistości można wprowadzić podać ścisłą definicję operacji N , dzięki której funkcjonowałaby ona jako generator wszystkich możliwych funkcji prawdziwościowych na wyjściowym zbiorze zdań elementarnych, ale definicja ta nie będzie odpowiadać ściśle intencjom Wittgensteina. Choć da się podać algorytm tworzenia wszystkich funkcji prawdziwościowych na podstawie dowolnej listy zdań reprezentowanych przez zmienną $\bar{\xi}$, to operandami N nie mogą w nim być po prostu kolejne wyrazy szeregu form, a jedynie pewne kombinacje różnych wyrazów i elementów listy początkowej⁹. Co więcej, dla każdego skończonego zbioru początkowego zdań elementarnych szereg zawsze będzie skończony, natomiast dla zbioru nieskończonego w ogóle nie sposób utworzyć szeregu (Anscombe 1965: 136 i nn.).

Tym, do czego cała koncepcja pojęć formalnych bez wątpienia pasuje najlepiej, jest pojęcie liczby. Nic dziwnego, skoro idea szeregu form powstała na bazie konstrukcji, która w *Begriffsschrift* posłużyła Fregeemu do indukcyjnej definicji liczb.

⁷ W myśl *Traktatu* funkcji nie można iterować, ponieważ z jednej strony zakładają one określoną strukturę logiczną swoich argumentów, a z drugiej — zastosowane do tych argumentów — rozbudowują ową strukturę. „Funkcja nie może być swym własnym argumentem, ponieważ znak funkcyjny zawiera już pierwowzór swego argumentu, a nie może zawierać sam siebie” (3.333). Wittgenstein wyraził w ten sposób to, co — jego zdaniem — stanowiło słuszny i oczywisty rdzeń teorii typów Russella, a tym samym pokazał, że operacje logiczne nie są funkcjami, ponieważ mogą być iterowane i mogą się np. znosić (jak negacja).

⁸ Russell i Wittgenstein już w 1912 roku dysponowali preprintem artykułu Scheffera, w którym przedstawiał ideę funktora dysjunkcji, pozwalającego zdefiniować wszystkie funktry klasycznego rachunku logicznego. W *Uwagach o logice* Wittgenstein bezpośrednio odwołuje się do idei tego funktora (Wittgenstein 1999: 166 i nn.). Operator N z *Traktatu* stanowi natomiast rozwinięcie idei funktora binegacji, który — podobnie jak funktor dysjunkcji — również pozwala zdefiniować wszystkie pozostałe funktry klasycznego rachunku zdań.

⁹ Przykład takiego algorytmu podała Gertrude Anscombe (1965: 132-135).

Wittgenstein również podał taką definicję¹⁰, przy czym jej właściwe rozumienie zależy od pewnych niełatwych do dostrzeżenia subtelności. Jak trafnie zauważają Frascolla oraz Marion, definicja zasadza się na tych samych intuicjach, z których ponad dekadę po publikacji *Traktatu* skorzystał Alonso Church w tworzonym przez siebie rachunku lambda (Frascolla 1994: 176; 2007: 187, Marion 1998: 24). Traktatowa definicja liczb wychodzi od ogólnego pojęcia operacji logicznej na zdaniach, które również jest pojęciem formalnym, reprezentowanym przez zmienną określonego typu. Definicja tej zmiennej została podana w tezie 6.01, a na jej oznaczenie używany jest symbol Ω^1 . Kolejna teza, 6.02 — jedna z ciekawszych w całym *Traktacie* — brzmi:

I tak dochodzimy do liczb: definiuję

$$x = \Omega^0 x \text{ Def. oraz}$$

$$\Omega^v \Omega^v x = \Omega^{v+1} x \text{ Def.}$$

Według tych reguł szereg $x, \Omega^1 x, \Omega^2 \Omega^1 x, \Omega^3 \Omega^2 \Omega^1 x, \dots$

zapisujemy jako: $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x, \dots$

Zamiast „ $[x, \xi, \Omega^v \xi]$ ” piszę więc:

$$„[\Omega^0 x, \Omega^v x, \Omega^{v+1} x]”.$$

I definiuję:

$$0 + 1 = 1 \text{ Def.}$$

$$0 + 1 + 1 = 2 \text{ Def.}$$

$$0 + 1 + 1 + 1 = 3 \text{ Def.}$$

(i tak dalej).

Zgodnie z sugestiami Pottera (2000: 178 i nn.) uporządkujmy i uwspółcześnijmy Wittgensteinowski zapis, przesuwając *definiendum* ze strony prawej na lewą, używając nawiasów zamiast apostrofu i litery p zamiast znaku x , konwencjonalnie stosowanego do oznaczania zmiennych zdaniowych¹². Dwie początkowe formuły uzyskują w ten sposób postać:

$$\Omega^0(p) =_{\text{Def}} p$$

$$\Omega^{v+1}(p) =_{\text{Def}} \Omega(\Omega^v(p))$$

Jest to rekurencyjna definicja szeregu liczb naturalnych jako wykładników operacji na zdaniach. Według Frascolliego (2007: 184) takie odczytanie wymaga uznania „ v ” oraz występującego później w tezie 6.241 znaku „ μ ” za symbole metazmiennych względem języka teorii operacji, których zakresem jest dziedzina metajęzykowych

¹⁰ Jak zauważa Krzysztof Rotter (1996: 97), liczba jest w *Traktacie* jedynym skonstruowanym do końca pojęciem formalnym.

¹¹ W ten sposób — wbrew bardziej tradycyjnym ujęciom Blacka i Anscombe — wykląda tę tezę Frascolla (1994: 2).

¹² Jak spekuluje Potter (2000: 178 i nn.), znak x jest w *Traktacie* śladem okresu, w którym Wittgenstein żywił przekonanie, że bazą operacji może być dowolny symbol, a nie tylko zdanie. Przekonanie to znalazło wyraz w uwadze z *Dzienników 1914-1916* sporządzonej 22 listopada 1916 (Wittgenstein 1999: 146).

wyrażeń numerycznych o formie $0+1+1+\dots+1$ ¹³. Najpoważniejszą wątpliwością wobec interpretacji Frascolliego jest konieczność wprowadzenia podziału na język i meta-język, co jest pomysłem sprzecznym z duchem filozofii Wittgensteina (np. Rhees 1970: 3, Potter 2000: 170). Z tego względu zdecydowanie trafniejsze wydaje się odczytanie zaproponowane przez Pottera (2000: 185), według którego formuły z tezy 6.02 i 6.241 są schematami, a występujące w nich znaki „ μ ”, „ ν ”, „ Ω ” oraz „ x ” (względnie „ p ”) to litery schematyczne. Obaj autorzy zgadzają się, że podany w tezie 6.02 schemat definicyjny pozwala Wittgensteinowi ukazać możliwość sprowadzenia liczb — poprzez wyrażenia typu „ $0+1+1+1\dots$ ”, a następnie typu „ $\Omega^{0+1+1+1\dots}(p)$ ” — do wyrażeń o postaci „ $\Omega(\Omega(\Omega(\dots p)))\dots$ ”. To właśnie oznacza stwierdzenie padające w tezie 6.021, że liczby to wykładniki operacji.

Kolejne dwie tezy — 6.022 i 6.03 — rozwiązują problem definicji ogólnego pojęcia liczby naturalnej (Wittgenstein używa co prawda pojęcia liczby całkowitej, ale bez wątplenia chodzi mu o ich nieujemny podzbiór). Mając szereg wyrażeń o postaci „ 0 ”, „ $0+1$ ”, „ $0+1+1$ ” itd., można dostrzec ich wspólną strukturę formalną. Ta formalna zbieżność wymaga wprowadzenia zmiennej, która ją wyrazi. Teza 6.021 stwierdza redukowalność znaczenia każdego znaku numerycznego „ n ” do znaczenia „ n ” w jego wystąpieniu jako wykładnik „ Ω ” (ogólnej zmiennej operacyjnej). Aby uzyskać ogólną formę liczby, Wittgenstein stosuje metodę, którą wykorzystuje wszędzie tam, gdzie ma do czynienia z szeregami form: relacja każdego członu szeregu do jego następnika jest stałą, a zatem pojęcie formalne musi być wyrażone przez zmienną oznaczającą dowolny człon szeregu, tj. zmienną wskazującą pierwszy człon szeregu i formę jednolitej procedury tworzenia następnika każdego członu. Forma złożonego symbolu tej zmiennej podana jest w tezie 6.03: „Ogólna forma liczby całkowitej ma postać $[0, \xi, \xi+1]$ ”. Znaczenie występujących w niej znaków „ 0 ” i „ $+1$ ” można wyprowadzić z pierwotnego kontekstu definicji z tezy 6.02. Pozwala to ostatecznie dokonać redukcji pierwotnych pojęć arytmetyki oraz pojęcia liczby naturalnej do ogólnej idei sukcesywnego stosowania operacji (Frascolla 1994: 12).

W przedstawionym przez Wittgensteina systemie arytmetyki opartym na idei liczb jako wykładników operacji da się w miarę łatwo przeprowadzać dowody twierdzeń matematycznych w rodzaju $2+2=4$ czy $2\times 2=4$. Dowód tego drugiego podany jest w tezie 6.241, a wychodzi od operacyjnej definicji mnożenia, która — po wspomnianych wcześniej przekształceniach proponowanych przez Pottera — wygląda następująco:

$$\Omega^{\nu\times\mu}(p) =_{\text{Df}} (\Omega^{\nu})^{\mu}(p)$$

Potter (2000: 184) podaje również niewystępujący w tekście *Traktatu* dowód dla dowodzenia, który zbudowany jest w oparciu o następującą definicję:

$$\Omega^{\nu+\mu}(p) =_{\text{Df}} \Omega^{\nu}(\Omega^{\mu}(p))$$

¹³ Frascolla (1997) szczegółowo rekonstruuje tę teorię, podając jej pierwotne symbole, definicje, aksjomaty i reguły derywacji.

Rekonstrukcja arytmetyki za pomocą środków zaczerpniętych z teorii operacji logicznych pozwala Wittgensteinowi na dwie rzeczy: po pierwsze, na ukazanie ścisłego związku matematyki z logiką, a po drugie, dzięki temu związkowi na zakotwiczenie wyrażen matematycznych w świecie. Trzeba pamiętać, że żadna sekwencja iterowanej operacji nie może „wisieć w powietrzu”: musi rozpoczynać się od bazy, czyli od pewnego zdania. Innymi słowy, twierdzi autor *Traktatu*, liczymy za pomocą zdań stwierdzających fakty i choć ze względu na istnienie symboliki matematycznej są nimi najczęściej fakty symboliczne, jakimi są same wyrażenia arytmetyczne¹⁴, to jednak bez powiązania z faktami arytmetyka nie może funkcjonować, ponieważ podobnie jak nie ma żadnej specjalnej sfery bytu logicznego, nie ma też żadnej abstrakcyjnej sfery bytu matematycznego¹⁵.

Traktat wyraża powiązanie matematyki ze światem (czyli jej zastosowaniem) i logiką w tezach 6.2-6.22. Ostatnia z tych tez brzmi: „Logikę świata, którą tezy logiki pokazują w tautologiach, matematyka pokazuje w równaniach”. Jak zauważa Frascolla (1994: 20), żadna z klasycznych interpretacji *Traktatu* nie podała zadowalającego wyjaśnienia tej tezy¹⁶. Równanie — jak głoszą tezy 6.23 i 6.24 — oznacza, że dwa wyrażenia arytmetyczne stojące po obu stronach znaku „=” są wzajemnie zastępowalne, a więc można jedno podstawiać w miejsce drugiego. Jak wskazuje Potter (2000: 182 i nn.) oznacza to, że wyrażenie arytmetyczne:

$$\Omega^u(p) = \Omega^v(p)$$

mówi — a właściwie próbuje powiedzieć — że symbole $\Omega^u(p)$ i $\Omega^v(p)$ wyrażają ten sam sens, czyli usiłuje stwierdzać tautologiczność formuł wyprowadzonych ze schematu „ $\Omega^u(p) \equiv \Omega^v(p)$ ”. „Próbuje”, ponieważ w myśl Traktatowej koncepcji języka tego właśnie powiedzieć się nie da: formuła „ a jest tautologią” nie jest w ogóle zdaniem, lecz niby-zdaniem. W ujęciu Wittgensteina tautologie same ujawniają, że są tautologiami (6.127), wskazują tym samym logiczne własności zdań (6.121). Wyrażenia w rodzaju „ a jest tautologią” usiłują opisywać logikę języka i tym samym próbują sytuować się na zewnątrz niego, lecz jak głosi teza 4.12:

Zdania mogą przedstawiać wszelką rzeczywistość, ale nie to, co musi im być z rzeczywistością wspólne, by ją przedstawiać mogły — nie formę logiczną.

Aby przedstawić formę logiczną, trzeba by stanąć ze zdaniem poza logiką, czyli poza światem.

¹⁴ Z perspektywy wczesnego Wittgensteina wyjaśniałoby to uporczywość złudnego mniemania o istnieniu przedmiotów matematycznych.

¹⁵ Na zależność matematyki od zdań empirycznych wskazywał już Rush Rhees (1970: 24).

¹⁶ Dla przykładu nie znajdziemy jej omówienia w komentarzu Anscombe (1965). Sam Frascolla (1994: 22) objaśnia ją, odwołując się do języka proponowanej przez siebie teorii operacji logicznych, jednak z powodów wskazanych wcześniej również jego eksplikację trudno uważać za zadowalającą.

Zgodnie z powszechnie przyjmowanym schematem myślenia można to uczynić, ponieważ o języku przedmiotowym mówi jego metajęzyk. Jednak *Traktat* broni tezy, że mamy tylko jeden język, poza którym jest tylko niedorzeczność.

W tezie 6.2 Wittgenstein mówi wprost, że twierdzenia matematyki, czyli równania, to niby-zdania (*Scheinsätze*). Usiłują one mówić o formie logicznej, a zatem są niedorzeczne (*unsinnig*). Ich status jest więc znacznie bardziej problematyczny niż status tautologii i sprzeczności, które — choć bezsensowne (*sinnlos*) — są jednak poprawnie zbudowanymi znakami zdaniowymi¹⁷. Z drugiej strony, w tezie 6.2341 autor *Traktatu* stwierdza:

Istota metody matematycznej polega na operowaniu równaniami. Metoda ta sprawia, że każde twierdzenie matematyki musi być zrozumiałe samo przez się.

Czy wynika z tego, że cała matematyka jest niedorzeczna? I co miałyby znaczyć, że jej twierdzenia, będące niedorzecznymi niby-zdaniami, mają być zrozumiałe?

Odpowiedź na te pytania wymaga bliższego przyjrzenia się zagadnieniu niedorzeczności, które okazuje się jedną z bardziej zagadkowych i kontrowersyjnych kwestii *Traktatu*. Wittgenstein już w *Przedmowie* pisał, że celem jego książki jest wytyczenie granicy między wyrazem myśli a niedorzecznością, między tym, co da się powiedzieć, a tym, o czym nie można mówić (Wittgenstein 1997: 3). Co prawda znaczenie znaków jest konwencjonalne, jednak nie wszystko w naszym systemie komunikacji podlega arbitralnym umowom. A zatem choć możemy próbować nadawać znakowi sens w niewłaściwy sposób, na przykład mówiąc o formach tak, jakby były one przedmiotami, to nasze znaki nie będą wówczas znakami zdaniowymi (5.4732).

Szczególnym miejscem występowania niedorzeczności wynikających z prób nadawania niewłaściwego sensu znakom jest filozofia — filozofowie bardzo lubią mówić o formach (4.003). Dlatego też Wittgenstein uważa, że wszelkie odpowiedzialne filozofowanie powinno polegać na krytyce języka, czyli rozjaśnianiu myśli — innymi słowy, w filozofii nie chodzi o stawianie tez, lecz o ich eksplikację i wy-

¹⁷ Wielu interpretatorów kwestionuje tę tezę, traktując równania jako odpowiedniki tautologii — czyni tak np. Max Black (1964: 340 i nn.). Także dla Jamesa Conanta i Cory Diamond (2004: 74, 94) równania to takie niby-zdania, które nie są niedorzeczne, lecz bezsensowne — podobnie jak tautologie. Na korzyść ich interpretacji przemawia fakt, że określenie *Scheinsatz* tylko jeden raz — w tezie 4.1272 — użyte jest w *Traktacie* na określenie czegoś innego niż równania i właśnie w tym jedy-nym przypadku zostaje opatrzone przymiotnikiem *unsinnig*. Z drugiej strony, Kremer (2002) wskazuje trudności z ustaleniem, co konkretnie oznacza teza, że tautologie są poprawnie zbudowanymi znakami zdaniowymi. Z jego punktu widzenia jedyny sposób na ugruntowanie różnicy między bezsensownymi tautologiami a niedorzecznościami polega na odwołaniu się do ich praktycznego zastosowania w rachunku. Innymi słowy, racja uznawania tautologii za coś więcej niż tylko bezładny ciąg znaków jest tą samą racją, dzięki której za coś więcej uznajemy także równania (kwestię tę podejmę w dalszej części artykułu). Nawet jeśli przyznamy, że we wspomnianych interpretacjach — zwłaszcza Kremera — tkwi ziarno prawdy, to jednak w świetle przytoczonych analiz Pottera musimy uznać, że tautologie i sprzeczności są w *Traktacie* wyrażeniami na różnych poziomach logicznych.

rażne oddzielenie tego, co da się powiedzieć, od tego, czego powiedzieć się nie da (4.0031, 4.111, 4.114, 4.115).

I tu dochodzimy do najważniejszego bodaj problemu *Traktatu* — jego samowywrotności. Jeśli bowiem właściwy sposób filozofowania nie jest teoretyzowaniem, lecz czynnością porządkowania myśli, jeśli jej wynikiem nie mają być tezy, lecz jasność tez (4.112), to albo *Traktat* sam stanowi przykład krytykowanej przez Wittgensteina złej filozofii, albo tylko pozornie przedstawia jakieś tezy i teorie. Z fundamentalnego dla całej wczesnej filozofii Wittgensteina założenia o beztreściowości logiki wynika, że nie ma zdań syntetycznych *a priori*: poprawnie zbudowane znaki zdaniowe albo nie mają sensu, albo wyrażają tylko przypadkowe prawdy¹⁸. Do pierwszej grupy należą tautologie i sprzeczności — zdania złożone w ten sposób, że ich wartość logiczna nie zależy od wartości zdań składowych. Nie niosą zatem żadnej informacji o świecie, niczego nie wyrażają, a jedynie ujawniają formalne własności języka i świata (6.12). Ściśle biorąc, nie należą one więc do tego, co da się powiedzieć, nie są też jednak niedorzecznościami: to przypadki graniczne powiązania symboli, w których nic już nie jest wyrażane (4.466, 4.4661)¹⁹. Drugą grupę stanowią zdania, które o czymś informują, przedstawiają pewne możliwe sytuacje; w przeciwieństwie do tautologii i sprzeczności ich prawdziwość zależy od stanu świata (2.202, 2.203, 4.03, 4.031, 4.463). Ustalenie dotyczące prawdziwości bądź fałszywości zdań sensownych nie należy do filozofii, lecz do nauk przyrodniczych, zdania te są bowiem zawsze funkcjami prawdziwościami zdań elementarnych, a więc ostatecznie mogą mówić tylko o wzajemnych związkach przedmiotów²⁰.

Samowywrotność *Traktatu* polega na tym, że siła ekspresji języka w myśl przedstawionej w tym dziele teorii wydaje się za słaba, żeby móc wyrazić samą tę teorię. Teoria mówi bowiem — wszystko na to wskazuje — za pomocą zdań syntetycznych *a priori* o koniecznych związkach form logicznych. Dlatego należącemu do niej sformułowaniu z tezy 3.141: „Zdanie nie jest mieszaniną wyrazów” — jeśli odczytu-

¹⁸ „Poza logiką wszystko jest przypadkiem” (6.3).

¹⁹ Peter Carruthers w swoim komentarzu do tych tez trafnie, jak się wydaje, odczytuje ich intencję: chociaż istnienie tautologii i sprzeczności jest nieuniknioną konsekwencją istnienia systemu symbolicznego, to jest to jego „produkt uboczny”, nie po to tworzymy system, by je formułować, lecz by przekazywać treść semantyczną, której one akurat nie mają (Carruthers 1989: 60). Z kolei Kremer — za Lynette Reid — twierdzi, że status tautologii i sprzeczności jest w *Traktacie* nieoczywisty, ponieważ skoro nie przedstawiają one żadnej możliwej sytuacji, to nie ma podstaw, aby dostrzegać w nich symbole, a więc odróżniać je od zwykłych niedorzeczności (Kremer 2002: 276-280). Rozwiązanie, zdaniem autora, polega na potraktowaniu tautologii jako wskazówek dla różnych form praktycznych wnioskowań, które są operacjami na zdaniach sensownych (Kremer 2002: 299-301).

²⁰ „Ogół zdań prawdziwych stanowi całość przyrodoznawstwa” (4.11). Co prawda zdaniem sensownymi są również zdania zgeneralizowane, czyli zawierające zmienne związane kwantyfikatorami, jednak ze względu na konstruktywistyczny charakter tych zmiennych wiążący się z koncepcją szeregów form (jak już wspominałem, mogą one przebiegać tylko takie mnogości, które dają się efektywnie konstruować) Traktatowe zdania zgeneralizowane nie poszerzają wcale możliwości ekspresji języka (5.526-5.5262).

jemy ją jako stwierdzenie wyrażające pewną prawdę — nie można, ściśle rzecz biorąc, nadać żadnego sensu, ponieważ użyto w nim pojęcia formalne „zdanie” i „wyraz” tak, jakby były one nazwami, gdy tymczasem pojęcia formalne mogą być wyrażone wyłącznie przez odpowiednie zmienne (4.126)²¹. Autor *Traktatu* niewątpliwie zdawał sobie z tego sprawę, skoro w tezie 6.54 (przedostatniej) pisał:

Tezy moje wnoszą jasność przez to, że kto mnie rozumie, rozpozna je w końcu jako niedorzeczne; gdy przez nie — po nich — wyjdzie ponad nie. (Musi niejako odrzucić drabinę, uprzednio się po niej wspiąwszy.)

Musi te tezy przewyciężyć, wtedy świat przedstawi mu się właściwie.

Słowa te — jak i cały problem samowywrotności wczesnej filozofii Wittgensteina — doczekały się trzech zasadniczych sposobów interpretacji. Do pierwszej z nich należą stanowiska „klasyczne”, w myśl których treść *Traktatu* jest niedorzeczna, lecz „pouczająco niedorzeczna”, ponieważ autor usiłuje w niej przekazać niewyraźalne prawdy — tak rozumieli *Traktat* m.in. Russell, Max Black, Gertrude Anscombe, David Pears, Jaakko Hintikka czy Peter Hacker. Druga grupa, której najważniejszymi przedstawicielami są Cora Diamond i James Conant, a której swoistym manifestem jest wydana w 2000 roku monografia *The New Wittgenstein*²², głosi pogląd na niedorzeczność w *Traktacie* określany mianem zdecydowanego (*resolute*) bądź zwykłego (*austere*): niedorzeczne tezy niczego nie przekazują ani na nic nie wskazują, są tylko formą filozoficznej terapii²³. Krytycy stanowisk „klasycznych” wskazują, że sama idea niewyraźalnych prawd, które jakoby dają się przekazać w niedorzecznych zdaniach, jest bardzo podejrzana i sprzeczna z przejętą przez Wittgensteina od Fregego zasadą kontekstowości sensu, a taki sposób interpretacji tezy 6.54 jest w istocie jej zniekształceniem (Hutto 2003: 90-92). Z kolei krytycy stanowiska „zdecydowanego” podkreślają, że przy założeniu, iż treść *Traktatu* ma wartość jedynie terapeutyczną, jest niezrozumiałe, dlaczego Wittgenstein przywiązywał do tej swojej książki tak dużą wagę, początkowo starając się ich bronić, a później je dyskredytując (Hacker 2009).

Obie krytyczne argumentacje wydają się trafne, a więc wygląda na to, że ani odczytania klasyczne, ani „zdecydowane” nie oddają sprawiedliwości autorowi *Traktatu*. Z tego założenia wychodzą przedstawiciele trzeciego stanowiska interpretacyjnego, do których można zaliczyć Marie McGinn (2006), Daniela Hutto (2003), Danièle Moyal-Sharrock (2007) i Piotra Dehnela (2014), a także — biorąc pod uwagę jej późniejsze teksty — wspomnianą Corę Diamond (2006). Ich zdaniem *Traktat* składa się zasadniczo z objaśnień służących porządkowaniu naszych mętnych myśli²⁴. Objasnienia te można traktować jako swoiste definicje czy też reguły podstawiania jednych wyrażen (np. „świat”) w miejsce drugich (np. „ogół faktów”). Nie są to zatem

²¹ Podobną uwagę formułuje Peter Hacker (1972: 29).

²² Monografia ta została wydana w języku polskim (Crary, Read 2009).

²³ Szersze omówienia tych dwóch stanowisk wraz z obszernymi listami odnośników bibliograficznych podają np. Michael Morris (2008: 339-343) i Piotr Dehnel (2014: 23-67).

²⁴ Stwierdzenie to jest parafrazą tezy 4.112 *Traktatu* mówiącej o treści i celu dzieła filozoficznego.

zdania mówiące o rzeczywistości, lecz nie są też nic nieznaczącym bełkotem. Gdy próbujemy odczytywać je jako zdania, a więc jako symbole wyrażające myśli, okazują się czystymi niedorzecznościami. Powinniśmy jednak używać ich właściwie, to znaczy jako dyrektyw działania służącego porządkowaniu języka.

Interpretacja *Traktatu* jako zbioru objaśnień wydaje się z wielu względów atrakcyjna. Po pierwsze, jest odporna na oba rodzaje przedstawionej przed chwilą krytyki: z jednej strony, nie postuluje żadnych niewyrażalnych prawd — a więc żadnej „ontologii faktów”; z drugiej, nie prowadzi do wniosku, że treść też jest bez znaczenia: objaśnienia mogą być przecież właściwe (prowadzić do celu, jakim jest przejrzysta notacja), jak i niewłaściwe (wprowadzać jeszcze większy zamęt pojęciowy). Przede wszystkim jednak ujmowanie też *Traktatu* jako objaśnień pozwala na uwzględnienie tezy 6.54 przy jednoczesnym uniknięciu wniosku o samowywrotności dzieła Wittgensteina: tezy są niedorzeczne, jeśli odczytujemy je jako zdania, a rozpoznajemy to, gdy stosujemy te same tezy w ich właściwej funkcji objaśnień. Ponadto, gdy już zastosujemy się do owych objaśnień, nasz język uzyska właściwe uporządkowanie, a wówczas same objaśnienia przestaną być potrzebne i odrzucimy je niczym drabinę, po której się wspięliśmy.

Co więcej, interpretacja ta może pomóc w zrozumieniu roli równań w perspektywie wyznaczonej przez *Traktat*. Same objaśnienia, mające charakter reguł podstawiania, można bowiem ująć jako swoiste równania („świat” = „ogół faktów”, „fakt” = „istnienie stanów rzeczy” itd.)²⁵. Okazują się niedorzeczne tylko wówczas, gdy traktuje się je jako twierdzenia. Niedorzeczność ta bierze się przede wszystkim z faktu, że w myśl *Traktatu* znak „=” nie może pełnić żadnej funkcji deskryptywnej. Co prawda teza 5.533 mówi tylko, że znak ów nie jest istotnym składnikiem ideografii, jednak Wittgenstein postuluje de facto usunięcie go z symbolizmu, skoro dowodzi, że nie może on mieć żadnego zastosowania w zdaniach. To, co znak ten próbuje wyrażać, powinno być albo wyrażone przez użycie identycznego symbolu — w przypadku przedmiotów²⁶ — albo nie może być wyrażone w ogóle — w przypadku form. Równanie jest — czy raczej: próbuje być — właśnie twierdzeniem o formach.

²⁵ Spostrzeżenie to zawdzięczam lekturze nieopublikowanego tekstu Jana Wawrzyniaka pt. *How to Understand the Sätze of Tractatus?* Píše on: „Objaśnienia będące pozornymi zdaniami pokazują nam, które wyrażenia można zastąpić innymi wyrażeniami. Tę możliwość da się wyrazić, łącząc ze sobą dwa symbole znakiem identyczności. [...] Takie identyczności niczego nie mówią, pozwalają jedynie zastąpić jeden sposób zapisu innym sposobem zapisu”.

²⁶ „Powiedzieć o *dwu* rzeczach, że są identyczne, to niedorzeczność; a powiedzieć o *jednej*, że jest identyczna sama ze sobą, to nie powiedzieć nic” (5.5303). Postulat ten wyrażony jest w kontekście krytyki Russella, który w *Principia Mathematica* zdefiniował znak równości w kategoriach posiadania tych samych własności. Jak zauważył Wittgenstein, definicja ta uniemożliwia stwierdzenie, że pewne dwa przedmioty mają wszystkie własności wspólne, co wydaje się zdaniem sensownym (5.5302). Potter dedukuje, że Wittgenstein wyraził tę obiekcję do definicji Russella już w październiku 1913 (Potter 2008: 204 i nn.).

Możemy jednak odczytać równanie nie jako zdanie, lecz jako regułę przekształcania jednego ciągu symboli w inny. Jest to zatem nie tyle opis, ile wyznacznik właściwego działania, dyrektywa dla naszych rachunków²⁷. A zatem równania niczego nie opisują, lecz stanowią dla nas wzorzec poprawnego przechodzenia od jednych opisów do drugich. Jak wskazuje Michael Kremer (2002: 299), w ten sam sposób funkcjonują w *Traktacie* również tautologie: cały ich sens tkwi w ich użyciu jako narzędzi dowodowych, dzięki którym z jednych poprawnych opisów faktów dochodzimy do innych²⁸.

Dość tajemniczo brzmi w tym kontekście uwaga, która zdaje się dyskredytować użyteczność rachunków matematycznych. Wittgenstein pisze bowiem, że „dla równania istotne jest jednak to, że nie jest ono niezbędne, by pokazać, iż połączone znakiem równości wyrażenia mają to samo znaczenie; widać to bowiem z nich samych” (6.232). Wygląda to tak, jakby z jednej strony równania służyły nam do przechodzenia od jednych zdań sensownych do innych, ale z drugiej — nie były w istocie do tego potrzebne.

Aby wytłumaczyć tę dziwną sytuację, można odwołać się do rozróżnienia podmiotu faktycznego i metafizycznego. W tezie 5.641 ten ostatni określony jest mianem Ja filozoficznego i przeciwstawiony Ja psychologicznemu:

Ja filozoficzne to nie jest ani człowiek, ani ludzkie ciało, ani ludzka dusza, którą zajmuje się psychologia — lecz podmiot metafizyczny: granica, nie część świata.

Tym tropem idzie Frascolla, który dodatkowo z tych negatywnych określeń wyciąga wniosek, że Ja filozoficzne jest doskonałym i wszechwiedzącym Bogiem. Dla Boga — twierdzi interpretator — forma logiczna każdego wyrażenia sensownego jest doskonale przejrzysta i nie potrzebuje On ani rachunku logicznego, ani specjalnych notacji formalnych, ponieważ widzi wszystko to, co symbolizm ukazuje (Frascolla 1994: 30 i nn.)²⁹. Nie potrzebuje też rachunku arytmetycznego — po prostu widzi zachodzenie matematycznych relacji w świecie, dlatego bez względu na stopień komplikacji wyrażenia arytmetycznego wie, jaki ciąg rekurencyjnie stosowanych operacji mu odpowiada, bez konieczności posiłkowania się działaniami przeprowadzanymi za pomocą niby-zdań, jakimi są równania. Natomiast my, ograniczone faktyczne podmioty, potrzebujemy zarówno rachunku logicznego, jak i matematycznego jako środków pomocniczych, które pozwalają nam przejść od jednego zdania o świecie do drugiego. Nasza zdolność dostrzegania relacji formalnych zachodzących między wyrażeniami jest bardzo niedoskonała, a więc za każdym razem, gdy Wittgenstein pisze, że te relacje „widać” w samych symbolach, że symbole je „ujawniają”, ma na

²⁷ Teza 6.2341 mówi, że istotą metody matematycznej jest *operowanie* równaniami.

²⁸ Wykładnię tę wzmacnia następująca uwaga z tezy 6.1264: „Każda teza logiki to symbolicznie przedstawiony *modus ponens*”.

²⁹ Interpretację utożsamiającą podmiot metafizyczny z Bogiem powtarza Frascolla także w swojej późniejszej książce o *Traktacie* (Frascolla 2007: 192).

myśli pewien ideał, do którego możemy się zbliżyć dzięki „mechanicznym środkom pomocniczym” rachunku (Frascolla 1994: 30-33)³⁰.

Utożsamienie podmiotu metafizycznego (granicy świata) z Bogiem jest dość ekscentrycznym zabiegiem interpretacyjnym³¹. Znacznie bardziej naturalne i zgodne z duchem *Traktatu* jest uznanie Ja filozoficznego, a raczej jego perspektywy, za *wewnętrzny biegun symbolizmu*. Takie radykalnie antymentalistyczne odczytanie wydaje się konsekwencją równie radykalnie antymetafizycznej interpretacji proponowanej przez McGinn — przedstawicielkę wspomnianego wcześniej stanowiska interpretacyjnego, zgodnie z którym zasadnicze tezy *Traktatu* są objaśnieniami. Jak widzieliśmy, w myśl tego rodzaju interpretacji nie ma sensu mówić o ontologii wczesnego Wittgensteina, ponieważ tezy, które mają ją prezentować, są w istocie dyrektywami porządkującymi nasz sposób posługiwania się słowami „świat”, „fakt”, „przedmiot” itd.

McGinn (2006: 85) zauważa, że każdy stosunek istotny jest dla autora *Traktatu* stosunkiem wewnętrznym. Zatem teza 4.03, w myśl której związek zdania z opisywaną przez nie sytuacją musi być istotny, oznacza, że związek ten jest stosunkiem wewnętrznym. Wynika z tego, że nie da się pomyśleć sensownej wypowiedzi językowej w oderwaniu od jej relacji do tego, o czym ona mówi, ale także nie da się pomyśleć rzeczywistości poza ramami jej wewnętrznego związku z językiem. Stosunek odwzorowania, objaśniany w tezach 2.15-2.22, który realistyczni interpretatorzy ujmują — niewłaściwie — jako relację korespondencji między dwoma odrębnie istniejącymi dziedzinami bytu, opiera się właśnie na owym wewnętrznym związku symbolu z jego sensem. Dlatego relacja przyporządkowania zachodząca między elementami obrazu a ich znaczeniem, o którym mowa w tezie 2.1514, nie jest zewnętrzna względem samego obrazu. Ustala się ją bowiem dzięki regułom projekcji wynikającym z systemu obrazów, czyli symbolizmu (McGinn 2006: 92 i nn.). Jest to konsekwencja utrzymania przez Wittgensteina zasady kontekstowości Fregego — o znaczeniu wyrażeń można mówić wyłącznie w kontekście zdania (3.314). Tak więc to sens zdania — wyznaczany przez system reprezentacji symbolicznej jako całość — a nie znaczenie nazw prostych, jest tym, co łączy język z rzeczywistością.

³⁰ Na rolę równań matematycznych i tautologii jako zapisów obliczeń i wskazówek dla wnioskowań wskazuje również Kremer (2002: 298), przy czym nie podejmuje kwestii zbędności rachunków i podmiotu metafizycznego.

³¹ Jak pisze Katarzyna Gurczyńska w konkluzji swojej pracy o metafizycznych tezach *Traktatu*: „Specyfika miejsca podmiotu w koncepcji Wittgensteina polega na tym, że podmiot jest granicą świata: a to znaczy, że nie ma go w świecie i nie ma go poza światem. [...] Podmiot, który znajdowałby się poza światem, nie tyle byłby niczym Bóg, co sam byłby Bogiem” (Gurczyńska 2000: 134 i nn). Autorka zwraca następnie uwagę, że pozaświatową interpretację podmiotu metafizycznego (skłaniającą do utożsamienia tego podmiotu z Bogiem) podał Edwards, jednak ani ona, ani żaden z czterech omawianych przez nią autorów nie dostrzegli możliwości utożsamienia Boga z granicą świata (Gurczyńska 2000: 135). Sugestię, że podmiot metafizyczny może być utożsamiony z Bogiem (ale i równie dobrze ze mną samym), odnajdujemy natomiast u Blacka (1964: 308 i nn.).

Jeśli projekcja należy do symbolizmu — na co zwracali uwagę już Rush Rhees (1970: 39), a za nim Peter Winch (1993: 101) — to tracą rację bytu wykładnie mentalistyczne, głoszące, że akt nadawania sensu zdaniom jest czynnością umysłu, który wiąże elementy zdania-obrazu z elementami świata³². Antyrealiści traktują myślenie jako proces symboliczny, nie wspominając przy tym o żadnym podmiocie — ani psychologicznym, ani transcendentalnym — który miałby być w nie zaangażowany. Diamond — w jednym ze swoich późniejszych tekstów — pisze:

Pomyślenie sensu, pomyślenie sytuacji jest tym, co robi myśl, będąc obrazem odwzorującym sytuację w przestrzeni logicznej. Sens (sytuacja) jest myślany dzięki temu, że jest odwzorowywany. Jeśli znak zdaniowy w zastosowaniu myśli sens, jest on w swoim zastosowaniu myślą, obrazem logicznym i związany jest ze sposobem odwzorowania (Diamond 2006: 155).

Takie odczytanie projekcji i pomyślenia sensu jednoznacznie sugeruje, że według wczesnego Wittgensteina *symbolizm sam określa swoją własną interpretację*. Tym samym spełnia funkcję tradycyjnie przypisywaną podmiotowi. Dlatego też można stwierdzić — uznając antyrealistyczne odczytanie *Traktatu* — że subiektywność jest tu rozumiana jako wewnętrzny biegun symbolizmu³³. Nie jest to, rzecz jasna, subiektywność w sensie psychologicznym, ponieważ my jako faktyczne podmioty, jak pokazałem na początku (i na co słusznie wskazuje Frascolla), nie mamy bezpośredniego dostępu do symbolizmu — dlatego posługujemy się nim w sposób niedoskonały. Jest to więc subiektywność w sensie wspomnianego w *Traktacie* podmiotu jako granicy świata (5.632).

W tej perspektywie filozofia *Traktatu* jawi się jako szczególna forma transcendentalizmu. Logiczna struktura symbolizmu stanowi zdaniem wczesnego Wittgensteina jedyne transcendentalne *a priori*, a zatem jeśli gdzieś w obrębie tej koncepcji szukać odpowiednika absolutnego rozumu transcendentalnego, to tylko w tej właśnie strukturze³⁴. Tak więc to nie Bóg, a sam symbolizm „widzi” tautologiczność formuł i identyczność różnorako pogrupowanych szeregów symboli zmiennej operacyjnej, jest on bowiem w bezpośredniej relacji wewnętrznej do siebie samego.

Obok tak „podmiotowionego” symbolizmu są jeszcze podmioty w sensie psychologicznym, które stosują znaki zdaniowe w swoich działaniach w świecie. Czynią to z pewną dowolnością, która jest jednak ograniczona i za ograniczeniem tym stoi właśnie transcendentalna logiczna struktura symbolizmu, pod którą faktyczne podmioty ze swoimi faktycznymi językami muszą się, jak pisze David Pears (1971: 85), podłączyć. Podmioty te wymieniają się znakami zdaniowymi, które stosują w prze-

³² Mentalistyczne odczytania proponują np. Norman Malcolm (1993: 53) i David Stern (1995: 69), a w Polsce Włodzimierz Heflik (2013: 292 i nn.).

³³ Należy zauważyć, że stwierdzenia w tym brzmieniu nie wypowiada ani McGinn, ani Diamond (choć można przekonywać, że wypowiedzi Diamond zakładają je *implicitie*).

³⁴ Pojęcie „struktury” jest nieco mylące, ponieważ sugeruje, że da się tu coś przedstawić bądź opisać. Tymczasem formy logicznej nie da się przedstawić.

strzeni logicznej — i na tym kończy się ich rola³⁵. Reszta, a więc myślenie, należy do samych zastosowanych znaków. Psychologiczne podmioty są ograniczone także w tym sensie, że nie są w stanie przekładać bardziej złożonych struktur symbolicznych bezpośrednio na poprawne działania, potrzebują więc środków pomocniczych w rodzaju dowodów logicznych czy matematycznych *Scheinsätze* — mechanicznych środków pozwalających nam dostrzegać bardziej skomplikowane relacje formalne.

* * *

Wittgenstein, jak wiadomo, po powrocie do filozofii na początku lat trzydziestych odrzucił zakładaną w *Traktacie* wizję symbolizmu. Język z perspektywy jego późnej myśli jest właśnie tym, co robią i czego potrzebują skończone podmioty w sensie psychologicznym, nie musząc się „podłączać” do żadnej nadrzędnej transcendentalnej struktury. Należy jednak zauważyć, że o ile zwrot w myśli wiedeńskiego filozofa oznaczał radykalne zmiany w rozumieniu roli i sposobu funkcjonowania logiki i języka, o tyle w przypadku matematyki można raczej mówić o ciągłości pewnych zasadniczych intuicji. Wskażmy tu dwie najważniejsze z nich. Pierwszej myśli Wittgenstein nie tylko nie porzucił, lecz wręcz uczynił ją jednym ze swoich głównych założeń: formuły matematyczne nie mają charakteru deskryptywnego. Innymi słowy, nie istnieje rzeczywistość przedmiotowa, którą matematyka opisuje, a wszystkie dokonania wybitnych uczonych na tym polu należy traktować nie jako odkrycia, lecz inwencje. Po drugie, również późną filozofię autora *Traktatu* cechowało przekonanie, że koniecznym warunkiem sensowności rachunku matematycznego jest możliwość jego pozamatematycznego zastosowania³⁶. Obie te podstawowe idee — wraz z wynikającymi z nich konsekwencjami w rodzaju wrogiego stosunku do teorii modeli — sytuują myśl późnego Wittgensteina w opozycji do głównego nurtu współczesnej filozofii matematyki.

BIBLIOGRAFIA

- Anscombe G. E. M. (1965), *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, New York, NY: Harper & Row.
Black M. (1964), *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*, Cambridge: Cambridge University Press.
Carruthers P. (1989), *Tractarian Semantics. Finding Sense in Wittgenstein's Tractatus*, Oxford: Blackwell.
Conant J., Diamond C. (2004), *On Reading the Tractatus Resolutely. Reply to Meredith Williams and Peter Sullivan* [w:] *Wittgenstein's Lasting Significance*, M. Kölbel, B. Weiss (red.), New York, NY: Routledge.

³⁵ Z analizy tez 5.541 i 5.542 wynika, że podmioty psychologiczne to z perspektywy *Traktatu* „zbiorniki” zdań. Podmioty te nie mogą stanowić fundamentu dla symbolizmu, ponieważ ich istnienie już go zakłada.

³⁶ Jak pokazuje Rodych (1997), Wittgenstein na pewien czas porzucił to przekonanie, ponieważ w średnim okresie swojej aktywności filozoficznej przypadającej na lata 1929-1934 rozwijał czysto syntaktyczną wizję matematyki jako „gry znakowej”.

- Crary A., Read R. (red.) (2009), *Wittgenstein — nowe spojrzenie*, Wrocław: Wydawnictwo Naukowe Dolnośląskiej Szkoły Wyższej.
- Dehnel P. (2014), *Ludwig Wittgenstein. Teoria a terapia. Od Traktatu do Dociekań filozoficznych — studia*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Diamond C. (2006), *Peter Winch on the Tractatus and the Unity of Wittgenstein's Philosophy* [w:] *Wittgenstein. The Philosopher and His Works*, A. Pichler, S. Säätelä (red.), Frankfurt: Ontos.
- Frascolla P. (1994), *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, London: Routledge.
- Frascolla P. (1997), *The Tractatus System of Arithmetics*, „Synthese” 112(3), 353-378.
- Frascolla P. (2007), *Understanding Wittgenstein's Tractatus*, New York, NY: Routledge.
- Frege G. (1876), *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle: Louis Nebert.
- Glock H.-J. (2001), *Słownik Wittgensteinowski*, Warszawa: Spacja.
- Gurczyńska K. (2000), *Metafizyczne tezy Traktatu logiczno-filozoficznego Ludwiga Wittgensteina*, Lublin: Wydawnictwo Uniwersytetu Marie Curie-Skłodowskiej.
- Hacker P. M. S. (1972), *Insight and Illusion. Wittgenstein on Philosophy and the Metaphysics of Experience*, Oxford: Oxford University Press.
- Hacker P. M. S. (2009), *Czy próbował to zagwizdać?* [w:] Crary, Read 2009: 409-449.
- Heflik W. (2013), *Problem formy w perspektywie transcendentnej u Kanta i Wittgensteina. Analiza porównawcza na podstawie Krytyki czystego rozumu i Traktatu logiczno-filozoficznego*, Kraków: Antykwa.
- Hutto D. (2003), *Wittgenstein and the End of Philosophy. Neither Theory nor Therapy*, Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Kremer M. (2002), *Mathematics and Meaning in the Tractatus*, „Philosophical Investigations” 25(3), 272-303.
- Marion M. (1998), *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics*, Oxford: Clarendon Press.
- McGinn M. (2006), *Elucidating the Tractatus. Wittgenstein's Early Philosophy of Logic and Language*, Oxford: Oxford University Press.
- Morris M. (2008), *Wittgenstein and the Tractatus Logico-Philosophicus*, New York, NY: Routledge.
- Moyal-Sharrock D. (2007), *The Good Sense of Nonsense. A Reading of Wittgenstein's Tractatus as Nonself-Repudiating*, „Philosophy” 82(1), 147-177.
- Pears D. (1971), *Wittgenstein*, London: Fontana.
- Potter M. (2000), *Reason's Nearest Kin. Philosophies of Arithmetic from Kant to Carnap*, Oxford: Oxford University Press.
- Potter M. (2008), *Wittgenstein's Notes on Logic*, Oxford: Oxford University Press.
- Proops I. (2000), *Logic and Language in Wittgenstein's Tractatus*, London: Garland.
- Rhees R. (1970), *Discussions of Wittgenstein*, London: Routledge & Kegan Paul.
- Rodych V. (1995), *Pasquale Frascolla. Wittgenstein's Philosophy of Mathematics* [recenzja], „Philosophia Mathematica” 3(3), 271-288.
- Rodych V. (1997), *Wittgenstein on Mathematical Meaningfulness, Decidability, and Application*, „Notre Dame Journal of Formal Logic” 38(2), 195-225.
- Rodych V. (2011), *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics* [w:] *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2011 Edition), E. N. Zalta (red.), <http://goo.gl/qZ3WX8>.
- Rotter K. (1996), *Idea nauk formalnych we wczesnej filozofii Ludwiga Wittgensteina 1913-1922*, Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego.
- Rotter K. (2006), *Gramatyka filozoficzna w dobie sporu o podstawy matematyki. Esej o drugiej filozofii Wittgensteina*, Opole: Wydawnictwo Uniwersytetu Opolskiego.

- Stern D. (1995), *Wittgenstein on Mind and Language*, Oxford: Oxford University Press.
- Sundholm G. (1992), *The General Form of the Operation in Wittgenstein's Tractatus*, „Grazer Philosophische Studien” 42, 57-76.
- Winch P. (1993), *Discussion of Malcolm's Essay* [w:] N. Malcolm, *Wittgenstein. A Religious Point of View?*, P. Winch (red.), London: Routledge, 1-19.
- Wittgenstein L. (1997), *Tractatus logico-philosophicus*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Wittgenstein L. (1999), *Dzienniki 1914-1916*, Warszawa: Spacja.