Filozofia Nauki
Rok XXIII, 2015, Nr 3(91)

Jan Woleński

W odpowiedzi Krystianowi Jobczykowi

Jestem w pewnym kłopocie, przystępując do odpowiedzi Krystianowi Jobczykowi. Wygląda na to, że ma on bezpośredni dostęp do psychiki Putnama, skoro wie, że zwrot „konstrukcja modelu teorii T wewnątrz T" został użyty przez niego metaforycznie. Ma też chyba dostęp do mojej psychiki, skoro wie na przykład, że nieżyczliwie potraktowałem teoriomodelowy argument Putnama (dalej TMAP) czy też że pewne moje konstatacje należy sformułować tak, a nie inaczej. Przyznaję mu jednak rację w tym, że moje przedstawienie TMAP jest uproszczone i pomija pewne ważne elementy rozumowania Putnama. Zdecydowałem się nie tyle na polemikę (oczywiście, będzie ona obecna w mojej odpowiedzi, ale w sposób umiarkowany — również dlatego, że w tekście Jobczyka jest zbyt dużo domniemań, których prostowanie byłoby żmudne), ile na pełniejsze wyłożenie mojego poglądu, zgodnie z którym TMAP nie ma specjalnego znaczenia w sporze o realizm. Wprawdzie moja odpowiedź jest, by tak rzec, zwrotna polemicznie, niemniej krytyka ze strony Jobczyka pozwoliła mi lepiej uświadomić sobie, czym jest TMAP.

Jobczyk zarzuca mi, że nie przedstawiłem TMAP w sposób uzgodniony w literaturze przedmiotu (pomijam pewne perswazyjne dodatki ze strony polemisty związane z tym, czego może i powinien oczekiwać czytelnik po książce napisanej jako coś pośredniego między podręcznikiem a monografią) oraz że przeoczyłem (tak to rozumiem) nadal żywą dyskusję wokół tego argumentu. W *Epistemologii* (Woleński 2005) zacytowałem sześć prac, w których TMAP jest rozpatrywany, a tutaj cytuję dwie kolejne. Chociaż nie przywołałem wszystkich analiz TMAP, trudno mi chyba zarzucić, że nie dostrzegam toczącej się wokół niego debaty. Ważniejsze jest jednak, że lektura wspomnianych prac, a przypuszczam, że również innych, nie skłania do poglądu, jakoby istniał jakiś jeden uzgodniony sposób przedstawiania tego argumentu, a w szczególności zakresu jego zastosowania. Charles Parsons (2015) uważa, że TMAP dotyczy podstaw matematyki (a dokładniej teorii mnogości), natomiast Hartry Field (2015) rozszerza jego zastosowania na teorie odniesienia przedmiotowego. Dawniejsze wyjaśnienia Putnama (1980, 1998), jak i jego odpowiedzi udzielone Parsonsowi i Fieldowi (Putnam 2015a, 2015b), nie rozwiewają tych wątpliwości.

W moim przekonaniu sugestia Parsonsa jest właściwa. Czego dowodzi twierdzenie Putnama? Bez wchodzenia w szczegóły techniczne (dowód został podany przez Jobczyka), jeśli weźmiemy pod uwagę teorię mnogości Zermelo–Fraenkla (ZF) i dodamy do niej aksjomat konstruowalności, tj. zdanie, że $V = L$ (uniwersum teorii mnogości równa się klasie tzw. zbiorów konstruowalnych), nie wystarczy to do identyfikacji standardowego (zamierzonego) modelu teorii mnogości. Dodanie nowych aksjomatów niczego tutaj nie zmienia, ponieważ wzbogacenie teorii mnogości ponad aksjomat $V = L$ iteruje problem. Z jednej strony, o czym świadczą ostatnie dyskusje w dziedzinie podstaw teorii mnogości, np. wokół liczb kardynalnych Woodina i hipotezy kontinuum, nadzieje na „obiektywne" rozstrzygnięcie pytania o naturę zbiorów są raczej znikome. Z drugiej strony, wybór między hipotezą kontinuum a jej negacją nie ma żadnego znaczenia dla codziennej praktyki matematycznej. Stanowi to jednak pewien argument za tym, że niektóre struktury matematyczne, np. ta wyznaczająca naturalny porządek liczb naturalnych, są „bardziej" standardowe od innych, przynajmniej z punktu widzenia „zwyczajnej" matematyki.

Putnam rozważa sytuację, w której teoria ZF + $V = L$ formalizuje naszą wiedzę. Wszelako teoria ta jest za mocna do tego celu i prowadzi do pytań całkowicie nieistotnych z punktu widzenia wiedzy empirycznej, chociaż ważnych dla teorii mnogości. *Nota bene*, teza Jobczyka:

> teoria mnogości w aksjomatyce Zermelo–Fraenkela (ZF) wzmocniona tzw. aksjomatem konstruowalności, stwierdzającym, że wszystkie zbiory są konstruowalne (**V** = **L**), stanowi formalną reprezentację naszej aparatury poznawczej i wszystkiego, co kiedykolwiek może zostać przez poznanie naukowe skonstruowane

jest jawnie fałszywa, ponieważ gdyby tak było, nie dałoby się prowadzić badań nad podstawami teorii mnogości przez dodanie aksjomatów silniejszych niż $V = L$ lub negacji aksjomatu konstruowalności. Putnam nie głosi zresztą tezy wyrażonej w przytoczonym fragmencie.

Wynik Putnama nie dziwi również z tego powodu, że twierdzenie, zgodnie z którym istnieje model teorii T, jest słabsze od twierdzenia, że ma ona model standardowy. W samej rzeczy, jeśli T ma model standardowy, to ma model, ale niekoniecznie na odwrót (por. sytuację w teorii mnogości proponowanej przez Quine'a), a nawet jeśli założymy, że posiada model standardowy, pojawiają się trudności z jego identyfikacją. Jobczyk ma rację, wskazując, że twierdzenie Löwenheima–Skolema (LS) odgrywa drugorzędną rolę w rozumowaniu Putnama. Przy okazji zauważę, że Jobczyk chyba nie dość uważnie czytał mój tekst w *Epistemologii* na stronie 479, skoro twierdzi, że użyłem tylko górnego LS, podczas gdy Putnam odwoływał się do jego dolnej wersji. Nieprawda: użyłem twierdzenia Löwenheima–Skolema–Tarskiego (LST), które obejmuje górne i dolne LS. Pomijając kwestie podstaw teorii mnogości, LS (lub LST) ma o wiele większe znaczenie dla problemu realizmu niż roztrząsanie, czy $V = L$ jest prawdą o zbiorach (Putnam sądzi, że tak), czy też nie (takie było stanowisko Gödla). Wprawdzie jest rzeczą wątpliwą, czy świat realny, czymkolwiek jest, daje się ująć jako model teorii mnogości, ale na pewno można przyjąć, że opisujemy go teoriami I rzędu (można inaczej, ale to odrębna kwestia). LST pokazuje, że trzeba sformułować kryteria standardowości modelu, np. dla arytmetyki liczb naturalnych, teorii, która jest notorycznie stosowana w nauce i praktyce liczenia. Istnienie modeli niestandardowych dla teorii zawierających arytmetykę liczb naturalnych wynika także z pierwszego twierdzenia Gödla o niezupełności. Oczywiście, standardowość wymaga pewnej relatywizacji, co pokazuje przykład analizy niestandardowej.

Nasuwa się więc pytanie o kryteria standardowości modeli. Rzeczywiście, dosłownie potraktowałem wypowiedź Putnama o tym, że modele „są konstrukcjami wewnątrz naszej teorii" (Putnam 1998: 224). Zwrot ten ma ustalone znaczenie w metamatematyce i nie widzę powodu, aby uważać go za metaforę. A skoro traktuję tę wypowiedź literalnie, mogę domniemywać, że konstrukcja modelu M wewnątrz teorii T obejmuje jego definiowalność środkami tej teorii (niekoniecznie czysto syntaktycznymi, jak zakłada Jobczyk). I tutaj pojawia się twierdzenie Tarskiego o niedefiniowalności prawdy (lub modelu, jak kto woli), o ile T wystarcza do ugruntowania arytmetyki liczb naturalnych. Wbrew temu, co sugeruje Jobczyk, nie posądzam Putnama o nieznajomość twierdzenia Tarskiego czy nieumiejętność wykorzystania tego wyniku (w moim tekście nie ma jakichkolwiek posądzeń), a tylko zwyczajnie stwierdzam, że rezultat ten wyklucza możność zdefiniowania M w T w wypadku tzw. bogatych teorii. W związku z tym definiowalność modeli wymaga odwołania się do metateorii, z założenia silniejszej od T. Jobczyk broni Putnama wskazaniem, że jest on specjalistą w dziedzinie podstaw matematyki: ma to stanowić jeden z powodów poszukiwania „mniej dosłownej interpretacji", jak się domyślam, zwrotu „konstruowanie modelu wewnątrz teorii". Na to mogę tylko odpowiedzieć, że standardowe rozumienie tej frazy jest właśnie dlatego uprawnione, że zostało użyte przez specjalistę w logice matematycznej.

Być może, teorie w rozumieniu Putnama obejmują rozmaite dodatkowe elementy, np. to, co nazywa on ograniczeniami operacyjnymi. Putnam mógł mieć na myśli to, że modele są konstruowane dla teorii, lub jeszcze coś innego, co rzeczywiście czyniłoby moje uwagi niezgodnymi z jego intencjami. Według mnie wyraził się niezbyt precyzyjnie, podobnie zresztą jak Jobczyk, który traktuje zwrot „modele są konstruowane dla zadanych teorii" jako dosłowny, a kontekst „modele są konstruowane wewnątrz teorii" jako metaforyczny. Problem polega na tym, że uwagi Putnama można, wykorzystując nieokreśloność jego rozumienia teorii, interpretować raz tak, że teoria T nie jest w stanie rozstrzygnąć, który z jej modeli jest zamierzony, a innym razem tak, że nie da się tego uczynić nawet w metateorii. Moim zdaniem niepodobna tego nigdy ustalić w T, ale niekiedy jest to możliwe w metateorii, aczkolwiek nie zawsze, o czym przekonuje lekcja płynąca z teorii mnogości. W rozważaniach Putnama znajduję nie tyle sprzeczność, jak sądzi Jobczyk, ile niekonsekwencję (z uwagi na moje założenia metateoretyczne, o których sądzę, że są bliższe ustaleniom metamatematyki).

Jestem przy tym wyczulony na uwagi Putnama o semantycznej definicji prawdy (por. Woleński 2001), ponieważ sądzę, że pojmuje ją w sposób zbyt uproszczony (o czym miałem okazję z nim jeszcze raz rozmawiać, gdy go odwiedziłem w styczniu 2015 r.). W szczególności, nadal nie jestem przekonany co do tego, jak Putnam ujmuje relację między językiem a metajęzykiem. Według Putnama, nawet gdy przyjmiemy, że słowo „kot" odnosi się do kotów, nie wykluczamy niezamierzonych (niestandardowych) interpretacji języka, w którym rozprawiamy o kotach. Ja jednak uważam, że wykluczamy, ponieważ decydujemy się na konkretne rozumienie słowa „kot". Słowo „wykluczać" jest w tym wypadku subtelne. Jeśli „nie wykluczać" ma znaczyć tyle co „dopuszczać jako możliwe inne interpretacje", to Putnam ma rację. Uznanie, że nazwa „kot" odnosi się do psów, jest możliwe, ale oznacza zmianę standardowego rozumienia tego terminu. Dopóki używamy go standardowo, wykluczamy inne interpretacje jako zamierzone.

Nie jest też tak, że problem powraca w tej samej postaci w metajęzyku. Przypuśćmy, że cudzoziemiec używa języka polskiego jako przedmiotowego i nie zna znaczenia wyrazu „kot". Wyjaśniamy mu to w jego ojczystym języku, np. angielskim, jako metajęzyku. Choć mogą pojawić się rozmaite wątpliwości co do sensu kontekstów metajęzykowych, problem z „kot" i „cat" jest rozwiązany. Trudno więc twierdzić, że nic nie osiągnęliśmy. W ogólności, przypuszczam, że Putnam rozumie semantykę, przynajmniej logiczną, jako badanie relacji między językiem formalnym a jego możliwymi modelami. Mój pogląd, jasno wyrażony w *Epistemologii*, kontynuuje linię Tarskiego, tj. branie pod uwagę języków sformalizowanych, ale zinterpretowanych. W moim przekonaniu jest to podstawowa różnica między nami.

Jeśli odniesiemy te uwagi do metamatematyki ogólnej, to zobaczymy, że posługiwanie się językiem przedmiotowym zakłada, że ma on już jakąś interpretację, natomiast poziom metajęzykowy dodatkowo umożliwia identyfikację interpretacji standardowej. Nawet jeśli jest ona tymczasowa, to obowiązuje, dopóki nie zostanie odwołana. Jobczyk całkowicie bezzasadnie przypisuje mi pogląd, że wyznaczanie modelu standardowego dla teorii dokonuje się w innej teorii, bogatszej niż wyjściowa. Powiedziałbym, że może tak być, ale wcale nie musi. Do rozwinięcia semantycznej teorii prawdy dla teorii sformalizowanych wystarczy fragment arytmetyki II rzędu z aksjomatem komprehensji arytmetycznej, czyli teoria (dokładniej: jej część). Podobna konstatacja niekoniecznie stosuje się jednak do teorii empirycznych czy wiedzy potocznej. Przeniesienie parametrów pragmatycznych w sensie Putnama na metapoziom umożliwia rozwianie moich wątpliwości co do TMAP. I tak też Jobczyk proponuje uczynić. Kłopot w tym, że wcale nie jest oczywiste, czy wypowiedzi Putnama usprawiedliwiają taki manewr. Niektóre sformułowania Jobczyka rozumiem jako przypisanie mi poglądu, że czynniki pragmatyczne nie odgrywają specjalnej roli w wyznaczaniu modeli zamierzonych. Jeśli mam rację w tym przypuszczeniu, to jestem wielce zdziwiony, ponieważ cała dyskusja na temat semantycznej definicji prawdy zawarta w *Epistemologii* świadczy o czymś zgoła innym.

Rozumowanie Putnama jest w istocie równie kłopotliwe dla antyrealisty, jak i dla realisty (tego spostrzeżenia akurat nie ma w mojej książce), ponieważ wskazuje na problemy z identyfikacją modelu standardowego. Okazuje się, że antyrealista wcale nie jest w lepszej sytuacji wyjściowej, aczkolwiek zawsze pozostaje mu odrzucenie semantyki (jako teorii modeli) i wykorzystanie jakiejś nieklasycznej koncepcji prawdziwości (weryfikacjonistycznej, koherencyjnej itp.). Twierdzenie Tarskiego jest dla realisty, zwłaszcza semantycznego, o tyle cenne, o ile wskazuje na to, że opis M przekracza środki dostępne w T, a w konsekwencji, że warunki prawdziwości przekraczają warunki stwierdzalności. Filozof mógłby powiedzieć, że wspomniane przekraczanie można traktować jako transcendowanie. Takie ujęcie zakłada logikę klasyczną. Natomiast sformułowania Putnama na temat antyrealistycznych konsekwencji jego semantyki i realizmu wewnętrznego są na tyle niejasne, że nie pozwalają na jednoznaczną interpretację, nawet metalogiczną. Z jednej strony, stosuje on klasyczną teorię modeli, a z drugiej, optuje za jakąś rewizją logiki klasycznej. Tak czy inaczej, realizm semantyczny i realizm epistemologiczny nie muszą być pojmowane jako *species* realizmu metafizycznego w sensie Putnama, ponieważ wcale nie zakładają, że istnieje jeden jedyny standardowy opis świata: może na przykład być tak, że nasz finitarny język trafia tylko we fragment rzeczywistości. Gdy weźmie się pod uwagę twierdzenie Tarskiego o niedefiniowalności, to tzw. realizm wewnętrzny staje się zwyczajnym realizmem semantycznym, a zapewne również i epistemologicznym. Tych dwóch tez broniłem w *Epistemologii.* I nadal to czynię.

BIBLIOGRAFIA

Field H. (2015), *Mathematical Undecidables, Metaphysical Realism, and Equivalent Descriptions* [w:] *The Philosophy of Hilary Putnam*, R. E. Auxier, D. R. Anderson, L. E. Hahn (red.), Chicago, IL: Open Court, 145-172.

Parsons C. (2015), *Putnam on Realism and "Empiricism" in Mathematics* [w:] *The Philosophy of Hilary Putnam*, R. E. Auxier, D. R. Anderson, L. E. Hahn (red.), Chicago, IL: Open Court, 113-133.

Putnam H. (1980), *Models and Reality*, „Journal of Symbolic Logic" 45(3), 464-482.

Putnam H. (1998), *Modele i rzeczywistość* [w:] *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 185-224.

Putnam H. (2015a), *Reply to Charles Parsons* [w:] *The Philosophy of Hilary Putnam*, R. E. Auxier, D. R. Anderson, L. E. Hahn (red.), Chicago, IL: Open Court, 134-143.

Putnam H. (2015b), *Reply to Hartry Field* [w:] *The Philosophy of Hilary Putnam*, R. E. Auxier, D. R. Anderson, L. E. Hahn (red.), Chicago, IL: Open Court, 173-179.

Woleński J. (2001), *Putnam contra Tarski* [w:] *Pragmatyzm i filozofia Hilarego Putnama*, U. Żegleń (red.), Toruń: Uniwersytet Mikołaja Kopernika, 173-194.

Woleński J. (2005), *Epistemologia*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.