Filozofia Nauki
Rok XXIII, 2015, Nr 3(91)

POLEMIKI

Krystian Jobczyk

Putnam i jego argument teoriomodelowy
Polemiczne uwagi do Jana Woleńskiego krytyki antyrealizmu semantycznego*

W *Epistemologii* (2005), w rozdziale *W obronie realizmu epistemologicznego*, Jan Woleński przedstawia argumentację Hilarego Putnama (1980, 1998a) przeciw tzw. realizmowi metafizycznemu i umieszcza ją obok Ajdukiewiczowskiej krytyki realizmu epistemologicznego. Przedstawienie koncepcji Putnama wzbogacone jest uwagami, wyraźnie nastawionymi — zgodnie z tytułem rozdziału — na obronę realizmu epistemologicznego. Wydaje się jednak, że zarówno prezentacja, jak i komentarze obarczone są pewnymi nieścisłościami lub wynikają ze zbyt dosłownego czy wręcz nieżyczliwego potraktowania poglądów Putnama. W rezultacie antyrealizm semantyczny sprawiać może wrażenie stanowiska jawnie błędnego lub banalnego.

Celem artykułu jest ukazanie koncepcji Putnama i jego argumentu teoriomodelowego we właściwych barwach i proporcjach, stosownie jednak do sposobu, w jaki stanowisko to przedstawił Woleński. Zadanie usprawiedliwione jest charakterem *Epistemologii*, określonej przez autora jako coś pośredniego „między monografią a podręcznikiem”, a więc dzieła, które powinno wyrażać treści uznane i ustalone (z określonych punktów widzenia). Czytelnik ma prawo oczekiwać, że omawiana praca przedstawia poglądy Putnama, np. na temat związków teorii z ich modelami, oraz ich mankamenty w sposób uzgodniony już w literaturze przedmiotu. Tymczasem:

---

* Jestem wdzięczny Fundacji Fritza Thyssena, która finansowała moje badania w tym zakresie. Dziękuję Profesorowi Hannesowi Leitgebowi za stymulujące rozmowy na temat możliwości rekonstrukcji Putnamowskiego argumentu i metasystemu Romana Suszki. Jestem też wdzięczny dwóm anonimowym recenzentom za uwagi, które pomogły mi ulepszyć tekst.

(a) Putnamowski antyrealizm i (w szczególności) argument teoriomodelowy są wciąż przedmiotem ożywionej dyskusji między obrońcami koncepcji Putnamowskiej (David Anderson, Frederick Kroon) a jej adwersarzami (Timothy Bays, David Lewis, Manuel Garcia-Carpintero),

(b) interpretacja argumentu teoriomodelowego podana przez Woleńskiego jest w kilku punktach nieuprawniona.

Ujęcie Woleńskiego rozmija się z oryginalną argumentacją w trzech węzłowych punktach: w kwestii związku teorii z modelami, w odniesieniu do celu argumentu i co do twierdzenia Skolema–Löwenheima. Te trzy zagadnienia będą osią mojej polemiki.

1. MIĘDZY TEORIĄ A JEJ MODELAMI

W zgodzie z wywodem Putnama Woleński czyni punktem wyjścia zagadnienie związku modeli z ich teoriami. Choć trafnie i odpowiednio do intencji autora *Modeli i rzeczywistości* podkreśla, że modele są przedmiotami od samego początku konstruowanymi dla zadanych teorii, to traktuje dosłownie metaforyczne stwierdzenie, że modele „są konstrukcjami wewnątrz teorii" (Putnam 1998a: 224; 1980: 482):

> Putnam ma […] rację do pewnego stopnia, ponieważ model jest zawsze modelem czegoś, w szczególności model semantyczny jest zawsze modelem jakiejś teorii. Niemniej jednak, modele nie są tylko i wyłącznie konstrukcjami „wewnątrz naszej teorii", bo to oznaczałoby ich definiowalność wewnątrz teorii, co jest wykluczone przez twierdzenie Tarskiego o definiowalności prawdy (Woleński 2005: 480).

Fragment ten sugeruje, że modele traktowane są przez Putnama jako semantyczne obiekty definiowalne w syntaktyce zadanej teorii, co pozostaje w jawnej sprzeczności z twierdzeniem Tarskiego głoszącym właśnie niedefiniowalność semantyki w syntaktyce.

Czy Putnam rozumie modele jako konstrukcje wewnątrz teorii w tak dosłowny sposób? Podobna interpretacja wydaje się nieuzasadniona nie tylko w kontekście samego artykułu, lecz także z uwagi na konsekwencje jej przyjęcia. Po pierwsze, nieuprawnione jest posądzanie Putnama — uznanego badacza w zakresie teorii mnogości[1] — o nieznajomość twierdzenia Tarskiego o niedefiniowalności prawdy lub o nieumiejętność dostrzeżenia tak jaskrawej kolizji między własnymi przekona-

---

[1] Putnam jest autorem wielu prac z zakresu logiki i podstaw matematyki. W polu jego zainteresowań znalazły się takie zagadnienia, jak twierdzenie interpolacyjne Craiga, logika kwantowa, hierarchia analityczna, modele dla teorii mnogości i arytmetyki Peana, zbiory diofantyczne, teoria rekursji. Warto też zauważyć, że cytowane w artykule twierdzenie Putnama wyznaczyło pewien obszar poszukiwań w zakresie teorii mnogości, ponieważ zostało w pewnym sensie wzmocnione przez znaczący wynik Bellera, Jensena i Welcha (1982), zgodnie z którym możliwe jest zakodowanie wszystkich zbiorów z uniwersum teorii mnogości ZF za pomocą jednej liczby rzeczywistej z pozycji pewnego rozszerzenia generycznego.

niami a tym twierdzeniem. Ten „biograficzny" argument skłania do przyjęcia mniej dosłownej interpretacji, tym bardziej że nie jest to jedyne uzasadnienie.

W istocie, dokładniejsza lektura dalszej części *Modeli i rzeczywistości* ujawnia, że cytowany fragment stanowi treściową całość z innym stwierdzeniem: „Modele nie są noumenalnymi porzuconymi dziećmi, które czekają, aby ktoś nadał im imię; [...] mają imiona od urodzenia" (Putnam 1998a: 224; 1980: 482). Jego dopełnieniem wydaje się ponadto Putnamowska konstatacja, że to, czy dany obiekt jest modelem dla zadanej teorii — nawet jeśli jest on modelem niezamierzonym — rozpoznajemy „na podstawie opisu, za pomocą którego ów model jest zadany" (Putnam 1998a: 224; 1980: 482). Kontekst wskazuje zatem na potrzebę innej interpretacji omawianego cytatu. Model nie jest konstrukcją wewnątrz teorii w tym znaczeniu, że da się zdefiniować w jej syntaktyce, lecz w tym sensie, że jest zdeterminowany przez teorię *od samego początku* jako obiekt, który ją modeluje (w sposób zamierzony lub też nie); jako obiekt, którego związek z teorią, którą modeluje, nie jest przypadkowy, lecz właśnie istotny dla uznania tego obiektu za model tej teorii.

Na rzecz dosłownej interpretacji związku teorii z modelami nie przemawia też — wbrew temu, co zdaje się sugerować Woleński — przekonanie Putnama, że stosunek ten rozpoznajemy na podstawie charakterystyki modelu. Wydaje się bowiem, że Putnam, pisząc o „opisie, za pomocą którego ów model jest zadany", ma na myśli nie tyle samą syntaktykę badanych teorii (np. teorii mnogości ZF), ile pewien metaopis (względem zadanej teorii) ujmujący nasze pragmatyczne intencje, np. co do sposobu rozumienia modelu zamierzonego w odniesieniu do konkretnych teorii (arytmetyki Peana, teorii mnogości). W wypadku analizowanej semantyki języka naturalnego Putnam wyraża to słowami:

> To my interpretujemy nasze języki i nikt ani nic innego tego nie robi (Putnam 1998a: 223; 1980: 482).

Przypuszczenie, że Putnam ma tu na myśli raczej pewien metajęzyk niż sam język przedmiotowy (jakiejś rozważanej teorii), znajduje pośrednie potwierdzenie w odpowiedzi udzielonej Gary'emu Ebbsowi. Wyraża ona wiarę w przydatność metajęzyka przy ewentualnych próbach rekonstrukcji argumentu teoriomodelowego:

> nie można obejść tego argumentu, przechodząc po prostu na poziom metajęzyka, ponieważ wówczas argument ten można po prostu powtórzyć na metametapoziomie (Putnam 1998b: 511).

Putnam dopuszcza możliwość odwołania się do aksjomatów metajęzyka jako wyrażających nasze pragmatyczne intencje (np. że termin „kot" odnosi się do zbioru kotów). W związku z tym przytoczona opinia zdaje się przeczyć tezie Woleńskiego, że „wskazanie modelu zamierzonego odbywa się zawsze środkami danej teorii" (Woleński 2005: 481). Putnam wcale nie umniejsza roli metajęzyka w ujmowaniu związku między modelem a teorią (w szczególności w wyznaczaniu jej zamierzonego modelu). Ma jedynie wątpliwości, czy metajęzyk jest zdolny do uchwycenia zamierzonego modelu bez naszego udziału, wyłącznie za pomocą narzędzi, którymi dysponuje syntaktyka (aksjomatyka metateorii) i semantyka (znaczenie terminów i predykatów teorii i jej metateorii wyznaczone przez „świat”):

> Aksjomat metajęzyka głoszący, że „kot” odnosi się do kotów, nie wyklucza tego rodzaju niezamierzonych interpretacji języka przedmiotowego, jeżeli metajęzyk nie ma wcześniej wyznaczonej swojej interpretacji zamierzonej; z takiego punktu widzenia mamy z metajęzykiem ten sam kłopot co z językiem przedmiotowym (Putnam 1998a: 223-224; 1980: 482).

Diagnoza Woleńskiego wygląda więc na chybioną:

> Putnam zdaje się zakładać, że wskazanie modelu odbywa się zawsze środkami danej teorii. To jest jednak jawna nieprawda, gdyż trzeba przy tym korzystać z metateorii, dokładnie tak, jak w przypadku wyjaśnienia paradoksu Skolema (Woleński 2005: 481).

Putnam nie tylko nie zamierza obarczać teorii wskazywaniem swojego modelu, lecz wręcz dowodzi tezy, że — w istocie — ani semantyka, ani syntaktyka teorii (formalnie wyrażone przez teorię mnogości wzmocnioną aksjomatem konstruowalności) bez naszych pragmatycznych intencji nie są w stanie wyznaczyć swoich zamierzonych modeli semantycznych. Co więcej, autor *Modeli i rzeczywistości* dowodzi tej tezy bardziej szczegółowo niż Woleński.

2. ARGUMENT TEORIOMODELOWY I JEGO CEL

Aby zobrazować słuszność tej tezy, poddamy szczegółowej analizie tzw. twierdzenie Putnama, stanowiące formalny rdzeń argumentu teoriomodelowego, a wyrażone i udowodnione w przywoływanych *Modelach i rzeczywistości*.

> **Twierdzenie Putnama**: Teoria mnogości ZF plus $\mathbf{V} = \mathbf{L}$ ma ω-model, który zawiera każdy dany przeliczalny zbiór liczb rzeczywistych[2].
>
> **Dowód** (Putnam 1980: 468). Zauważmy, że dowodzone twierdzenie głosi, że jeśli X jest przeliczalnym zbiorem liczb rzeczywistych, to istnieje taki ω-model M, że $M \models ZF + \mathbf{V} = \mathbf{L}$ oraz M zawiera „abstrakcyjną kopię” X. Jeśli M jest przeliczalne, możemy zakodować zarówno M, jak i X za pomocą pojedynczej liczby rzeczywistej. W takim razie teza naszego twierdzenia może być wyrażona za pomocą następującej formuły typu Π_2: (dla każdego rzeczywistego s)(istnieje takie rzeczywiste M), że (…, M, s,…).
> Rozważmy teraz to zdanie w pewnym wewnętrznym modelu $\mathbf{V} = \mathbf{L}$. Dla każdego s w tym modelu istnieje pewien model — samo L, które spełnia „$\mathbf{V} = \mathbf{L}$” i zawiera s. Używając dolnego wariantu twierdzenia

[2] Podany przekład nieco odbiega od tłumaczenia Groblera (Putnam 1998a: 194). **L** w dowodzie twierdzenia oznacza klasę wszystkich zbiorów konstruowalnych (w sensie Gödla), a **V** — klasę wszystkich zbiorów. Stąd aksjomat konstruowalności wyraża równość $\mathbf{V} = \mathbf{L}$. Oczywiście, idea dowodu odnosi się do tzw. uniwersum konstruowalnego Gödla.

> Skolema–Löwenheima, uzyskujemy przeliczalny podmodel, elementarnie równoważny wyjściowemu L i zawierający *s*. Tymczasem zgodnie ze znanym wynikiem Gödla ów przeliczalny podmodel „znajduje się" w L oraz — co nietrudno zweryfikować — jego liczbowy kod także należy do L. Stąd wynika, że przedstawiona Π_2-formuła jest w istocie spełniona w wewnętrznym modelu **V** = **L**.
> Następnie wystarczy wykorzystać pewien wynik Shoenfielda, zgodnie z którym Π_2-formuły są absolutne, co oznacza, że jeśli formuła klasy Π_2 jest prawdziwa w L, jest też prawdziwa w V, co dowodzi już tezy twierdzenia. ■

Co w istocie mówi to twierdzenie? Głosi ono istnienie takiego przeliczalnego modelu, w którym możliwe jest „zamknięcie" obu typów ograniczeń: teoretycznych (spełnionych w modelu jako aksjomaty ZF + **V** = **L**) i operacyjnych (zakodowanych przez skończone podzbiory liczb rzeczywistych). Zgadzając się z tezą, że „uwięzione" w tym modelu (w opisany w twierdzeniu sposób) ograniczenia operacyjne i teoretyczne nie są w stanie wyznaczyć owego modelu jako zamierzonego dla ZF, należy zauważyć, że twierdzenie Putnama wyraża więcej: żadne ograniczenia operacyjne ani teoretyczne nie są w stanie wyznaczyć jakichkolwiek modeli dla teorii mnogości jako jej modeli zamierzonych.

Refleksja nad treścią twierdzenia ujawnia także jego filozoficzną wymowę. W tym celu niezbędne jest zrozumienie roli, którą odgrywają poszczególne elementy Putnamowskiej formalizacji. Sam autor *Modeli i rzeczywistości* tak ją rozumie: teoria mnogości w aksjomatyce Zermelo–Fraenkela (ZF) wzmocniona tzw. aksjomatem konstruowalności, stwierdzającym, że wszystkie zbiory są konstruowalne (**V** = **L**), stanowi formalną reprezentację naszej aparatury poznawczej i wszystkiego, co kiedykolwiek może zostać przez poznanie naukowe skonstruowane. Modele semantyczne dla ZF + **V** = **L** pełnią funkcję semantycznej interpretacji naszej aparatury poznawczej, a tzw. teoretyczne i operacyjne ograniczenia nakładane na ZF i jej stosowalność odgrywają rolę ograniczeń nakładanych na nasze poznanie (Putnam 1980: 468 i nn.). Ograniczenia teoretyczne (dla ZF) wyrażone mogą być przez aksjomatykę ZF lub wszystkie dodatkowe aksjomaty (np. aksjomat konstruowalności czy kanoniczności), których spełnienie wydaje się z pewnych powodów istotne[3].

Przy tak zdefiniowanym „przekładzie" teza argumentu teoriomodelowego przyjmuje następującą postać:

> Ani semantyka, ani syntaktyka rozważanych przez nas teorii nie jest w stanie wyznaczyć zamierzonej semantycznej interpretacji tych teorii (szerzej: naszej aparatury poznawczej).

---

[3] Powodem takim może być np. wiara w przynależność aksjomatu konstruowalności do podstawowego kanonu teoretycznych ograniczeń dla ZF (razem z aksjomatyką ZF) lub realistyczna wiara w jego prawdziwość.

Bez względu na wszelkie możliwe zastrzeżenia pod adresem Putnamowskiej argumentacji, zarówno o charakterze formalnym, jak i bardziej filozoficznym, formułowane m.in. przez Lewisa (1984), Garcię-Carpintera (1996) i Baysa (2001, 2007)[4] — jedno wydaje się jasne: celem argumentu teoriomodelowego jest uzasadnienie tezy, że ani „świat", ani nic innego — w szczególności żadne środki teorii — nie wyznaczają zamierzonych interpretacji tych teorii. Dowodzi tego Putnam przez pokazanie, że wszystkie środki potencjalnie posiadające taką zdolność — a zwłaszcza ograniczenia operacyjne i teoretyczne — mogą zostać jej pozbawione np. przez zamknięcie ich w modelach — nawet tak „małych" jak Putnamowski ω-model. Nie jest przy tym istotne pochodzenie mnogości możliwych semantycznych interpretacji, lecz sama niezdolność omawianych przez Putnama środków do ich wyznaczania.

Tymczasem Woleński tak ujmuje sens i cel argumentacji Putnama:

> Przechodzę do argumentu teoriomodelowego. Opiera się on na twierdzeniu Skolema–Löwenheima–Tarskiego (**LST**). Głosi ono, że każda teoria I rzędu, jeśli ma model, to ma model przeliczalny, a jeśli ma model przeliczalnie nieskończony, to ma model dowolnej mocy nieskończonej. Putnam wprowadza następujące rozumowanie. Załóżmy, że wiedza empiryczna **W** jest sformalizowana w języku I rzędu, a teorie są adekwatne empirycznie, tj. reprezentują informacje uznane za wiarygodne; jeszcze inaczej, że spełniają ograniczenia operacyjne i teoretyczne. Okoliczność ta mogłaby sugerować, że wiedza wyznacza jednoznacznie swój model zamierzony. Tak jednak nie jest, ponieważ z **LST** wynika, że **W** posiada rozmaite modele nieizomorficzne z uwagi na różne moce. Nie możemy przy tym rozstrzygnąć środkami dostępnymi w **W**, który z tych modeli jest właściwy (Woleński 2005: 479).

Jednocześnie w ujęciu Woleńskiego integralną częścią eksplikacji Putnamowskiego rozumowania wydaje się stwierdzenie:

> Kluczowy problem polega na identyfikacji modelu zamierzonego. Putnam zdaje się zakładać, że wskazywanie modelu odbywa się zawsze środkami danej teorii (Woleński 2005: 480-481).

Autor *Epistemologii* przypisuje zatem Putnamowi dwojakie przekonanie: z jednej strony nie można za pomocą (odpowiednio sformalizowanej) wiedzy **W** wyznaczyć jej zamierzonych modeli, z drugiej zaś wskazywanie modelu dokonuje się zawsze środkami teorii. Ta dwuczęściowa eksplikacja sugeruje, że Putnamowskie stanowisko wikła się w sprzeczność, jako że podpowiada nam takie rozwiązanie: sformalizowana **W** tworzy pewną teorię i jest tożsama z teorią, powiedzmy T, której środkami dokonuje się wskazywanie zamierzonych modeli dla **W**. Sprzeczność polega na tym, że **W** zarówno jest w stanie wskazać swoje zamierzone interpretacje (jako toż-

---

[4] Zarzuty te odnoszą się do różnych kwestii. Można wyróżnić wśród nich zarzut formalnej bezzasadności użycia dolnego wariantu twierdzenia Skolema–Löwenheima do modeli o uniwersach tworzących klasy właściwe (Bays 2001, 2007), zarzut pewnej nieadekwatności toku argumentacji Putnama do jej celu (Garcia-Carpintero 1996) oraz zarzut Lewisa (1984), w myśl którego — wbrew swej nazwie i sformalizowanej formie — argument teoriomodelowy nie ma w istocie teoriomodelowego charakteru.

sama z T), jak i nie posiada tej zdolności. W istocie jednak eksplikacja ta może być rozumiana inaczej w zależności od tego, co zakładamy o samej wiedzy **W**.

Dla uniknięcia tej sprzeczności — być może wbrew intencji samego Woleńskiego — można wszak przyjąć, że:

> (a) nasza sformalizowana wiedza empiryczna **W** nie tworzy jeszcze pewnej teorii lub
> (b) jeśli tworzy pewną teorię, to różną od teorii T.

Jeśli przypadek (a) wydaje się nieadekwatny do opisywanej przez Woleńskiego sytuacji, ponieważ **W** — posiadając modele niezamierzone na mocy **LST** — powinna być traktowana jak teoria, to można wyrazić eksplikację Woleńskiego tak:

(**Wol$_2$**) Empiryczna wiedza **W** sformalizowana w języku I rzędu nie jest w stanie wyznaczyć swoich zamierzonych interpretacji, ale wyznaczanie zamierzonych modeli dokonuje się zawsze środkami pewnej teorii T, której modele rozważamy (zakładamy przy tym, że **W** $\neq$ T i **W** jest teorią).

Taka interpretacja nie musi prowadzić do sprzeczności, ponieważ można przyjąć, że bogata teoria T (odpowiednio bogatsza niż **W**) dysponuje odpowiednimi narzędziami (np. z poziomu metajęzyka dla teorii **W**), by zamierzone modele dla **W** wskazać. Rzecz jednak w tym, że taka interpretacja rozmija się z oryginalnym argumentem. W istocie Putnam wypowiada raczej twierdzenie postaci:

(**Put**) Żadne środki teorii (same w sobie — tzn. bez pomocy naszych pragmatycznych intencji) nie są w stanie wyznaczyć jej zamierzonych modeli. W szczególności nie są w stanie takich modeli wskazać ograniczenia teoretyczne ani operacyjne na tę teorię nakładane — najbardziej prawdopodobni kandydaci do takiej zdolności (por. Putnam 1980: 468, 481-482).

Nie ma tu więc sugerowanej przez *Epistemologię* sprzecznej tezy o jednoczesnym wyznaczaniu i niewyznaczaniu zamierzonych modeli przez teorię. Nie sposób także doszukać się w (**Put**) sytuacji wyznaczania zamierzonych modeli dla **W** przez inną niż ona teorię — jak w (**Wol$_2$**). (**Put)** stanowi odrębną deklarację: nic nie jest w stanie wyznaczyć zamierzonych interpretacji dla (z góry) zadanej teorii, jeśli my tego nie uczynimy.

Interpretacje **Wol$_2$** i **Put** różni jeszcze jedna kwestia, która pobrzmiewa w tle przedstawionego zestawienia. Jest nią rola przypisana twierdzeniu Skolema–Löwenheima przez obu filozofów w ich wersjach argumentu teoriomodelowego. Kwestia ta wymaga nieco szerszego komentarza.

3. TWIERDZENIE SKOLEMA–LÖWENHEIMA

Woleński przypisuje szczególną rolę w argumencie teoriomodelowym tzw. górnemu wariantowi twierdzenia Skolema–Löwenheima (**LST**), głoszącemu istnienie modeli o dowolnej mocy nieskończonej dla teorii I rzędu spełnialnych w modelu przeliczalnym. Daje temu wyraz w poprzednio cytowanej eksplikacji, pisząc, że twierdzenie to niespodziewanie determinuje istnienie wielu innych, niezamierzonych modeli dla naszej odpowiednio sformalizowanej wiedzy empirycznej **W**. W innym miejscu wyraża przekonanie, że:

> Realizm nie jest zagrożony przez **LST**, ponieważ dotyczy ono modeli zamierzonych i niezamierzonych, a w semantycznej definicji prawdy nie ma nic tajemniczego w sprawie związku języka ze światem. Z drugiej strony, twierdzenie to obala tezę Putnama, że modele nie są niczym innym jak konstrukcjami wewnątrz teorii (Woleński 2005: 480).

Tymczasem górny wariant twierdzenia Skolema–Löwenheima i istnienie niezamierzonych modeli jako jego możliwa konsekwencja nie zaprzątają uwagi autora *Modeli i rzeczywistości*, który istotną rolę w swoim argumencie teoriomodelowym przypisuje tylko dolnemu wariantowi tego twierdzenia (a nawet konstrukcji modelu metodą tzw. otoczki Skolema, wykorzystywanej w dowodzie tego wariantu). Wydaje się to dostatecznie czytelne w świetle przywołanego twierdzenia Putnama, w którym to właśnie dolny wariant **LST** gwarantuje istnienie pożądanego przeliczalnego modelu dla ZF + **V** = **L**, skonstruowanego metodą otoczki Skolema z uniwersum wyjściowego modelu dla tej teorii. Rolę górnego wariantu w oryginalnym Putnamowskim argumencie zdaje się jednocześnie pomniejszać fakt, że przykład alternatywnego modelu dla ZF (względem ω-modelu dla ZF + **V** = **L**) uzyskuje Putnam nie przez odniesienie do tego wariantu, lecz przez rozważenie negacji warunku **V** = **L** (rozważa model dla ZF + **V** = **L**)[5] (Putnam 1980: 469). Wbrew temu, co sugeruje Woleński (2005: 480), ograniczona rola górnego wariantu **LST** w Putnamowskim argumencie nawet w odniesieniu do problemu modeli niezamierzonych każe powątpiewać w rolę tego wariantu jako głównego narzędzia antyrealisty w sporze z realistą epistemologicznym.

Pełna odpowiedź na pytanie o rolę i realną siłę **LST** w argumencie teoriomodelowym wymaga jednak ponownego odniesienia do formalnego „rdzenia" tej argumentacji w postaci przywołanego poprzednio twierdzenia Putnama. Zostało już powiedziane, że dolny wariant **LST** zapewnia przeliczalność konstruowanego podmodelu, spełniającego warunki twierdzenia Putnama. W dowodzie swojej tezy Putnam wykorzystuje jednak także absolutność w sensie Shoenfielda dla Π_2-formuł, zapewniającą istnienie przeliczalnego modelu zawierającego — w zgodzie z intencją Putnama — wszystkie zbiory konstruowalne w sensie Gödla.

[5] Niezamierzone modele dla ZF — będące modelami dla ZF + **V** $\neq$ **L** — zasługują nawet w oczach Putnama na miano alternatywnych modeli zamierzonych dla ZF (albo żadne modele na takie miano nie zasługują). Por. Putnam 1980: 469-470.

Oba metamatematyczne rezultaty wydają się jednakowo istotne dla udowodnienia twierdzenia Putnama. Potwierdzić to może próba rekonstrukcji tego twierdzenia w tzw. nadsystemie kanonicznym dla teorii mnogości, wprowadzonym przez Romana Suszkę (1951b: 336-339). Systemowi temu przysługuje własność przeliczalnego modelu, co wynika nie z dolnego wariantu **LST,** lecz z samej definicji tego systemu[6]. Uniwersum takiego przeliczalnego modelu — czego dowodzi się w tym systemie — zawiera ponadto wyłącznie przedmioty konstruowalne (w sensie Suszki), dzięki czemu ów model byłby już żądanym modelem i żadne „przejście" z dowolnego ω-modelu do modelu obiektów konstruowalnych za pomocą absolutności nie byłoby już potrzebne. Analizowany przypadek nadsystemu kanonicznego Suszki wzmacnia przypuszczenie, że waga dolnego wariantu **LST**, jak i absolutności w sensie Shoenfielda, dla twierdzenia Putnama i całego argumentu teoriomodelowego jest porównywalna: oba metalogiczne fakty są istotne dla przeprowadzenia dowodu tego twierdzenia w oryginalnej postaci, ale żaden z nich nie wydaje się niezbędny do uzyskania wersji twierdzenia zrekonstruowanej w metasystemie kanonicznym Suszki.

Obserwacje te, mimo szkicowego charakteru, dość wymownie pokazują, że twierdzenie Skolema–Löwenheima — choć odgrywa nieprzypadkową rolę w oryginalnym sformułowaniu twierdzeniu Putnama i jego argumencie teoriomodelowym — nie jest koniecznym narzędziem dowodowym w każdej z możliwych rekonstrukcji tego twierdzenia. Skoro **LST** nie stanowi bezwzględnie niezbędnego narzędzia dowodowego w sformalizowanym „obszarze" argumentu teoriomodelowego, wątpliwe jest, by mogło pełnić taką funkcję w całym sporze antyrealisty epistemologicznego pokroju Putnama z jego adwersarzami. Można więc odnieść wrażenie, że Woleński przecenia wagę tego twierdzenia w argumentacji teoriomodelowej i w całym sporze realizmu z antyrealizmem. Pewna niezależność argumentu teoriomodelowego względem **LST** stanowi przy okazji pośrednie wyjaśnienie, dlaczego Putnam nie popada w konflikt ze swoją skłonnością do matematyki intuicjonistycznej, mimo nierekonstruowalności **LST** w teorii mnogości opartej na logice intuicjonistycznej (McCarty, Tennant 1987: 165-202)[7].

---

[6] W istocie jest to konsekwencja faktu, że każdy przedmiot *p* uniwersum konstruowalnego jest desygnowany wzajemnie jednoznacznie przez tzw. *k*-nazwę (czyli nazwę konstruowalną). Istnieje zatem bijekcja między p-przedmiotami z uniwersum konstruowalnego a nazwami z systemu kanonicznego X. Nazw w X — jako skończonych ciągów znaków wziętych ze skończonego alfabetu — jest zaś co najwyżej przeliczalnie wiele.

[7] Ten głęboki fakt udowodniony został przez Neila Tennanta i Charlesa McCarty'ego. Mówiąc bardziej precyzyjnie, autorzy ci dowodzą, że zdanie C: *Dla każdego zbioru X zdań, dla każdego modelu M dla X istnieje przeliczalny model M_1 spełniający X* (McCarty, Tennant 1987: 189) jest niezależne względem IZF+ (ZF w logice intuicjonistycznej, wzmocnionej tezą Churcha, zasadą Markowa i aksjomatem wyboru). W dowodzie twierdzenia z założenia nie wprost o istnieniu przeliczalnego modelu dla IZF+ $\cup$ C wnioskuje się o istnieniu odpowiednich funkcji rekurencyjnych, których własności dadzą się wypowiedzieć pewnym predykatem P, mającym postać równoważności. Okazuje się jednak, że jedna strona tej równoważności jest predykatem rekurencyjnie przeliczalnym,

4. PODSUMOWANIE

Dotychczasowe analizy zdają się dostatecznie jasno pokazywać, że podana przez Woleńskiego rekonstrukcja stanowi wprawdzie interesujący „przyczółek” dla obrońcy epistemologicznego realizmu, ale jest nadinterpretacją argumentu teoriomodelowego Putnama. Wbrew przekonaniu autora *Epistemologii* Putnam nie głosi bowiem tezy o wyrażalności semantyki w syntaktyce teorii, nie przypisuje fundamentalnej roli twierdzeniu Skolema–Löwenheima oraz nieco inne wydają się cel i sama specyfika jego argumentu. Ujmując zagadnienie nieco ogólniej, można pokusić się o stwierdzenie, że argument teoriomodelowy w swoim oryginalnym ujęciu pozostaje bardziej niezależny względem twierdzenia Skolema–Löwenheima niż ten sam argument w interpretacji Woleńskiego. Putnamowski antyrealizm ma w mniejszym stopniu, niż sugeruje to Woleński, charakter ustabilizowanego systemu twierdzeń: ma nieco bardziej polemiczny, „zaczepny” charakter w stosunku do pewnych rozwiązań realisty epistemologicznego pokroju Lewisa. Z nieco innej jeszcze strony można by przyjąć, że — wbrew przekonaniu Woleńskiego — Putnamowska argumentacja służy nie tyle ujawnieniu sposobów, na jakie można wskazywać zamierzone interpretacje naszej aparatury poznawczej, ile powiedzeniu, że środki, które uważamy za zdolne do tego (takie jak teoretyczne i operacyjne ograniczenia nakładane na teorie), okazują się zawodne.

Niemniej, problem pewnej nieadekwatności interpretacji Woleńskiego w stosunku do argumentu Putnama i związanej z nią próby „ustatycznienia” Putnamowskiego antyrealizmu może stanowić ważny asumpt do udzielenia odpowiedzi na pytanie, czy Putnamowski antyrealizm oprócz warstwy „polemiczo-zaczepnej” ma także (lub może posiadać) postać (bardziej) statyczną i usystematyzowaną. Zagadnienie to wykracza jednak poza ramy tego artykułu.

BIBLIOGRAFIA

Bays T. (2001), *On Putnam and His Models*, „The Journal of Philosophy” 98(7), 331-350.

Bays T. (2007), *More on Putnam's Models*, „Erkenntnis” 67(1), 119-135.

Beller A., Jensen R., Welch P. (1982), *Coding the Universe*, New York, NY: Cambridge University Press.

Garcia-Carpintero M. (1996), *The Model-Theoretic Argument. Another Turn of the Screw*, „Erkenntnis” 44(3), 305-316.

Lewis D. (1984), *Putnam's Paradox*, „Australian Journal of Philosophy” 62(3), 221-236.

McCarty C., Tennant N. (1987), *Skolem's Paradox and Constructivism*, „The Journal of Philosophical Logic” 16(2), 165-202.

Putnam H. (1980), *Models and Reality*, „Journal of Symbolic Logic” 45(3), 464-482.

Putnam H. (1998a), *Modele i rzeczywistość* [w:] *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 185-224.

---

a druga takiej własności mieć nie może na mocy tzw. lematu Rogersa, co prowadzi do sprzeczności. Szczegóły dowodowe: McCarty, Tennant 1987: 191-192.

Putnam H. (1998b), *Odpowiedź Gary'emu Ebbsow*i [w:] *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 497-517.

Suszko R. (1951a), *Canonic Axiomatic Systems*, „Studia Philosophica" 4, 301-330.

Suszko R. (1951b), *Konstruowalne przedmioty i kanoniczne systemy aksjomatyczne*, „Kwartalnik Filozoficzny" 19(3-4), 333-359.

Woleński J. (2005), *Epistemologia*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.