

Jan Woleński

Naturalizm i geneza logiki

Tradycyjnie odróżnia się *logica docens* i *logica utens*, czyli logikę teoretyczną (logikę jako teorię) i logikę stosowaną. Obie można zdefiniować za pomocą pojęcia konsekwencji logicznej. Logika teoretyczna jest zbiorem konsekwencji zbioru pustego, symbolicznie $\text{LOG}^T = \text{Cn}\emptyset$, przy czym operacja Cn spełnia znane ogólne aksjomaty Tarskiego, tj. przeliczalność języka (zbioru zdań) \mathbf{J} , na którym działa konsekwencja (X i Y w dalszych wzorach są zbiorami zdań), zawieranie się każdego zbioru zdań w zbiorze jego konsekwencji (warunek inkluzji, dla każdego X , $X \subseteq \text{Cn}X$), monotoniczności (jeśli $X \subseteq Y$, to $\text{Cn} X \subseteq \text{Cn}Y$), idempotencji ($\text{Cn}\text{Cn}X = \text{Cn}X$) i finitystyczności (jeśli A jest konsekwencją zbioru X , to jest konsekwencją jego skończonego podzbioru). Cn jest odwzorowaniem typu $2^{\mathbf{J}} \rightarrow 2^{\mathbf{J}}$, tj. przeprowadza podzbiory języka \mathbf{J} w jego podzbiory. Dla prostoty zakładam, że Cn jest sprzężona z logiką klasyczną. LOG^T można też zdefiniować jako część wspólną po konsekwencjach wszystkich zbiorów zdań. Jest to jedyny niepusty przekrój tej rodziny. Wynika z tego, że logika jest zawarta w konsekwencjach każdego zbioru zdań, co podkreśla jej uniwersalność. Jeśli zachodzi zależność $\text{Cn}X \subseteq X$, to $X = \text{Cn}X$ z uwagi na aksjomat inkluzji. Mówimy wtedy, że X jest domknięty na operację konsekwencji logicznej, czyli jest systemem dedukcyjnym (teorią dedukcyjną). Znaczący to, że Cn nie wyprowadza poza zbiór X . Konsekwencja logiczna należy do syntaksy języka. Pojęcie wynikania logicznego jest semantycznym odpowiednikiem Cn . Własności obu tych pojęć są takie, że jeśli $A \in \text{Cn}X$ oraz X składa się ze zdań prawdziwych, zdanie też jest (musi być) prawdziwe. Jeśli zbiór $\text{Cn}X$ pokrywa się ze zbiorem zdań prawdziwych (dokładniej: prawdziwych w określonym modelu \mathbf{M} lub stosownej klasie modeli), zbiór ten jest pełny (semantycznie zupełny).

Stwierdzenie, że operacja Cn domyka zbioru zdań, o ile $\text{Cn} X \subseteq X$, sugeruje analogie z topologią, ponieważ niektóre własności tej operacji, spełniają aksjomaty

Kuratowskiego dla przestrzeni topologicznych. Niech Cl oznacza domknięcie przestrzeni topologicznej, a X, Y — dowolne przestrzenie (zbiory). Wówczas (por. Duda 1986, s. 115): (1) $Cl\emptyset = \emptyset$; (2) $X = ClX$; (3) $ClClX = ClX$; (4) $Cl(X \cup Y) = ClX \cup ClY$. Operacje Cn i Cl różnią się pod względem aksjomatów (1) — (3), ponieważ zbiór $Cn\emptyset$ jest niepusty, zbiór CnX nie zawsze jest równe X , a $(CnX \cup CnY) \subseteq Cn(X \cup Y)$ (odwrotna inkluzja nie zachodzi). Pierwsza różnica zasadza się na specyficznej definicji logiki, która nie ma wyraźnego sensu topologicznego (por. jednak niżej), a druga wskazuje na analogię między zbiorami domkniętymi w sensie topologicznym a systemami dedukcyjnymi w sensie logicznym, nie daje się jednak rozszerzyć na dowolne zbiory zdań, natomiast trzecie wskazuje, że domknięcie „logiczne” jest słabsze niż topologiczne. Zbiór twierdzeń logiki jest na pewno niepusty i jest systemem. Można go traktować jako szczególną domkniętą przestrzeń topologiczną, a poszczególne twierdzenia jako jej punkty. Topologia $\{\emptyset, X\}$ jest minimalna, czyli najuboższa (por. Woleński 2007, s. 124) w tym sensie, że mniejszej nie można zadać. Dalej, $Cl\emptyset = ClX$, gdyż dla każdego X , $\emptyset \subseteq X$. Umówmy się (jest to postanowienie konwencjonalne), że $Cl\emptyset$ jest topologicznym odpowiednikiem logiki. Motywacja dla tej umowy polega na wzięciu pod uwagę, że dla dowodu twierdzeń logicznych nie trzeba żadnych założeń. Niewątpliwą sztuczność tej konwencji daje się osłabić dzięki spostrzeżeniu, że domknięcie (logiczne) zbioru pustego produkuje dowolne twierdzenie logiki. Można pokazać, że jeśli A i B są tezami logiki, to $Cn\{A\} = Cn\{B\}$, co znaczy, że dwie dowolne prawdy logiczne są inferencyjnie równoważne. Załóżmy, że X (tym razem jako zbiór zdań) jest niesprzeczny i składa się ze zbioru X' tautologii logicznych i jakiegoś zbioru X'' twierdzeń pozalogicznych. Tak więc, $X' = Cn\emptyset$ oraz $X'' \subseteq \mathbf{J} - X'$. Zbiory X' i X'' to zbiory rozłączne, a więc są wzajemnie swoimi dopełnieniami w zbiorze (przestrzeni) X . Skoro zbiór X' jest domknięty, jego dopełnienie, czyli X'' jest zbiorem otwartym. Wprowadzona konwencja na temat $Cl\emptyset$ pozwala na „topologizowanie” własności zbiorów zdań, w szczególności umożliwia traktowanie zbioru X (zdań) jako zbioru domknięto-otwartego.

Z intuicyjnego punktu widzenia operacja konsekwencji logicznej koduje reguły wyprowadzania jednych zdań z innych, czyli dedukowanie wniosków z określonych zbiorów przesłanek. Dedukcja jest przy tym niezawodna, tj. nigdy nie prowadzi od prawdy do fałszu. Jest to dogodny punkt wyjścia dla uwag na temat logiki stosowanej. Gdy X jest dowolnym niepustym zbiorem zdań, to logika stosowana LOG^{SX} tego zbioru może być utożsamiona z operacją Cn aplikowaną do X . Jest to niejako LOG^{SX} w sensie potencjalnym. Takie rozumienie logiki stosowanej jest jednak zdecydowanie nierealistyczne, gdyż jej użytkownik aplikuje jedynie te reguły, które są mu potrzebne, niezależnie od tego, czy czyni to świadomie, czy nie. Inaczej mówiąc, realna logika stosowana danego zbioru jest zasobem tych praw (lub reguł) logicznych, które użytkowane są w konkretnej pracy inferencyjnej. Okoliczność ta uniemożliwia podanie abstrakcyjnej definicji realnej logiki stosowanej. Warto zauważyć, że Cn może być zredukowana do jakiejś logiki nieklasycznej, np. intuicjonistycznej (jest to jednak klasyczne spojrzenie na intuicjonizm) lub rozszerzenie aparatu inferencyjne-

go przez dodanie funktorów modalnych. Jeszcze inna zmiana polega na pominięciu warunku monotoniczności dla uzyskania logiki niemonotonicznej. Uwagi te wskazują, że logiki nieklasyczne podlegają podobnemu reżimowi definicyjnemu co system klasyczny. Ponieważ logika stosowana działa na zbiorach domknięto-otwartych, tj. na mocy założenia, zawierających zdania pozalogiczne obok twierdzeń logiki (warunek inkluzji przesądza, że logika daje się wydedukować z dowolnego zbioru zdań), fakt ten ma poważne znaczenie metodologiczne. O ile dedukcja w ramach zbiorów domkniętych „prowadzi” do punktów skupienia w sensie topologicznym, dodawanie nowych zdań pozalogicznych może odbywać się drogą pozadedukcyjną. Odpowiada to definicji zbioru otwartego jako takiego, który zawiera pewne otoczenie każdego swego punktu. Mówiąc inaczej, przechodzenie do otoczeń punktów (zdań) zbioru X , czyli rozszerzanie tego zbioru, może być niededukcyjne. O ile dedukcja jest konserwatywna w tym sensie, że zachowuje treści ustalone poprzednio (wnioskowanie dedukcyjne nie jest twórcze w sensie informacyjnym, przynajmniej w sensie obiektywnym), o tyle inferencje niededukcyjne mogą wzbogacić te treści. Gdybyśmy mieli do dyspozycji w pełni zadowalający system logiki niededukcyjnej (np. indukcyjnej), kompletna logika stosowana (dedukcyjna plus indukcyjna czy też probabilistyczna) byłaby generowana przez jakiś odpowiednik operatora Kuratowskiego działający na podzbiorach zbioru $\mathbf{J} - X$.

Powyższe rozważania sugerują, że „na początku” była *logica docens* i stała się *logica utens* przez aplikację. Wedle tego obrazu logika jest więc stosowana tak, jak już gotowa matematyka w konkretnej teorii fizycznej, np. geometria Euklidesa w mechanice klasycznej lub geometria nieeuklidesowa w szczególnej teorii względności. Okoliczność ta utrudnia, a nawet uniemożliwia naturalistyczną interpretację logiki. Prawa logiki są na ogół uważane za abstrakcyjne w najwyższym stopniu i jako takie należą do platońskiego świata form. Platonik powiada, że naturalizm jest bezradny wobec dziedziny abstraktów z dwóch powodów. Po pierwsze, dlatego że pogląd naturalistyczny uznaje egzystencję przedmiotów czasoprzestrzennych jako jedynych (istnieją tylko i wyłącznie przedmioty czasoprzestrzenne i zmieniające się), podczas gdy twory logiczne bytują poza czasem i przestrzenią. Wedle platonizmu, jest to ontologiczna trudność naturalizmu. Po drugie, naturalista ma też kłopot epistemologiczny, ponieważ jako empirysta genetyczny nie może objaśnić genezy wiedzy uniwersalnej i koniecznej, a taką jest logika i matematyka. W szczególności, dodaje platonik, żadna procedura empiryczna nie jest w stanie wygenerować twierdzeń logicznych jako prawdziwych niezależnie od okoliczności empirycznych. Platonizm powyższych uwag jest w gruncie rzeczy etykietą historyczną i metaforyczną. Z systematycznego punktu widzenia znacznie lepiej jest operować transcendentalizmem (czy antynaturalizmem) jako opozycją wobec naturalizmu, albowiem każda krytyka naturalizmu prędzej czy później odwołuje się do argumentów transcendentalnych w sensie Kanta. Tak przebiegała np. krytyka psychologizmu, czyli pewnej wersji naturalizmu, dokonana przez Fregego i Husserla, czy też argumentacja Moore’a na temat nieredukowalności predykatów aksjologicznych do nieaksjologicznych.

W ogólności, transcendentaliści zarzucają naturalistom to, co Moore określił jako błąd naturalistyczny w związku z krytyką utylitaryzmu jako redukcji wartości moralnych do pożytku. Dualizmy faktów i wartości czy twierdzeń logicznych i pozalogicznych nie są jedynymi, z którymi naturalizm ma problemy. Inne opozycje, od których, zdaniem transcendentalistów, naturaliści są odcięci w sensie niemożności ich zadowalającego objaśnienia są np. takie: informacja fizyczna — informacja semantyczna, ilość — jakość, barwa — kolor. To oczywiście prawda, że naturalizm boryka się z rozmaitymi trudnościami. Krytyka tego kierunku przeocza jednak kłopoty antynaturalizmu, na które zwrócił już uwagę Moore. Argumentował on, że supranaturalistyczne (używał takiej kwalifikacji) ugruntowanie moralności przez wywodzenie jej ze świata nadprzyrodzonego jest podobnym błędem, jak redukcja orzeczników aksjologicznych do definiowalnych w kategoriach naturalnych. Inny kłopot transcendentalizmu powstaje w związku z tzw. argumentem Benacerrafa wskazującym na zagadkowość poznania obiektów matematycznych przy założeniu, że każde poznanie polega na oddziaływaniu przyczynowym ze strony przedmiotu aktów epistemicznych, a liczby na mocy swej natury nie oddziałują przyczynowo na ludzi. Jak zatem antynaturalista wyjaśni genezę logiki, by ograniczyć się tylko do kwestii rozważanej w niniejszym artykule? Może albo założyć, jak czynił Platon, że świat abstrakcyjnych form jest odwieczny bądź, jak Kartezjusz, że pewne idee są wrodzone, bądź, jak niektórzy teiści, że człowiek otrzymał logikę w darze od Boga, gdy został stworzony jako *imago Dei*. Droga platońska i kartezjańska jest *ad hoc*, a teistyczna opiera się na przesłankach pozanaukowych. W każdym razie, sytuacja antynaturalisty jest nie do pozazdroszczenia, bo musi uciekać się do tajemniczych bytów (dusze, duchy, idee) i tajemniczych rodzajów poznania (intuicja intelektualna itp.). Naturalista może sparafrazować tytuł znanej książki Hoimara von Ditfurtha (*Duch nie spadł z nieba*) przez powiedzenie, że logika nie spadła z zaświatów, platońskich czy innych (w sprawie obrony naturalizmu w innych kontekstach por. Woleński 2006, Woleński 2010, Woleński 2010a, Woleński 2011).

Dla pozytywnej argumentacji naturalisty niezbędne jest uzupełnienie dychotomii *logica docens—logica utens* pojęciem kompetencji logicznej, urobionym na wzór kategorii kompetencji gramatycznej w sensie Chomskiego. Obie te umiejętności pełnią podobną rolę. Kompetencja gramatyczna generuje poprawne posługiwanie się językiem, a kompetencja logiczna warunkuje aplikowanie reguł logiki w procesach inferencyjnych. Niemniej jednak analogia nie jest kompletna, przynajmniej wedle mojego pojmowania kwestii. O ile Chomsky określa kompetencję gramatyczną po prostu jako gramatykę czy też teorię gramatyczną, o tyle dystynkcja, z której zamierzam skorzystać, odróżnia logikę, zarówno teoretyczną, jak i stosowaną od kompetencji logicznej. Ta ostatnia kategoria odnosi się do określonej dyspozycji tych organizmów biologicznych, które są zdolne do spełniania funkcji myślowych (por. dalsze uwagi niżej). Dokładniej mówiąc, kompetencja logiczna jest zdolnością do posługiwania się operacją *Cn*. Teoria logiczna nie jest więc kompetencją logiczną, ale jej artykulacją. Dyspozycyjny charakter kompetencji logicznej nie przesądza, czy każdy

element logiki jako teorii ma pokrycie w jej naturalnym generatorze. Nawiasem mówiąc, odpowiedź negatywna jest raczej oczywista w tej materii, albowiem rozwój teorii logicznych był i jest silnie uzależniony od natury i potrzeb interakcji komunikacyjnych w społeczeństwie ludzkim.

Dalsze rozważania w tym artykule poświęcone będą genezie kompetencji logicznej. Dotyczą one genezy logiki o tyle, że bez sposobności do tworzenia i stosowania reguł logiki nie powstałaby logika w żadnym z dwóch wyróżnionych sensów. Inaczej mówiąc, *logica docens* i *logika utens* są pochodnymi (a właściwie jedną pochodną) kompetencji logicznej. Okoliczność ta usprawiedliwia tytuł „Naturalizm a geneza logiki”. W każdym razie, jedna z głównych tez niniejszego artykułu głosi, że kompetencja logiczna nie jest wieczna, kiedyś pojawiła się w kosmosie oraz jest zakorzeniona w biologicznej strukturze organizmów. Od razu jednak zaznaczę, że nie traktuję swoich uwag jako dotyczących kwestii biologicznej. Mój interes poznawczy jest filozoficzny, mieści się w ramach epistemologii ewolucyjnej. Niemniej jednak, zgodnie z moimi przekonaniem metafizycznymi trzeba uwzględnić dorobek nauk szczegółowych, w tym wypadku biologii, w analizie problemów filozoficznych.

Zgodnie z powyższymi wyjaśnieniami kompetencja logiczna poprzedza logikę, zarówno teoretyczną, jak i stosowaną, aczkolwiek zachodzi też sprzężenie zwrotne, tj. refleksja teoretyczna nad logiką i jej aplikowanie do konkretnych zagadnień może ulepszyć sposobność logiczną. Wszystko wskazuje na to, że teoria logiczna wymagała uprzedniego stosowania reguł logiki i rozwoju języka. W wypadku kultury śródziemnomorskiej logika stosowana pojawiła się na pewno u matematyków i filozofów greckich. Gdy Anaksymander powiadał, że nie istnieje zasada bezkresu, bo byłaby jej kresem, posługiwał się jakąś regułą podobną do *regres sum ad absurdum*. Pitagoras dowodził istnienia liczb niewymiernych, jego rozumowanie było dowodem nie wprost w sensie współczesnym. Podobny charakter miały paradoksy ułożone przez eleatów. Pierwsza teoria logiczna, tj. sylogistyka Arystotelesa, powstała znacznie później, ale na pewno na bazie obszernego materiału praktycznego zgromadzonego wcześniej. Była też istotnie związana ze strukturą zdań języka greckiego. Nie można jednak powiedzieć, że wykonywanie operacji logicznych wymaga znajomości języka, ponieważ są one udziałem niemowląt (por. Langer 1980), a te jeszcze nie operują materiałem lingwistycznym. Kwestia rozumowań u zwierząt jest sporna, ale może następujący przykład (można go traktować anegdotycznie) jest na miejscu (por. Aberdein 2008). W 1615 r. odbyła się w Uniwersytecie w Cambridge debata na temat psiej logiki, której przysłuchiwał się król Jakub I. Problem dotyczył tego, czy psy myśliwskie tropiące w trakcie łowów stosują logikę, w szczególności tzw. prawo sylogizmu dysjunktywnego, w postaci „*A* lub *B*, a więc jeśli nie-*A*, to *B*” (kwestia ta była rozważana przez Chryzypa). Przypuśćmy, że pies dociera do rozwidlenia dróg. Tropiona zwierzyna ucieka w prawo lub lewo. Pies ustala, że nie w lewo, a więc biegnie w prawo. Debata miała bardzo poważny charakter i prawdziwie akademicką oprawę. John Preston (wykładowca w Queens' College) bronił tezy, że psy stosują logikę, natomiast jego oponent Matthew Wren (z Pembroke College) argumentował,

iż psy jedynie kierują się węchem i tylko dlatego wybierają właściwy kierunek. Debatę moderował Simon Reade (z Christ's College). Gdy moderator przyznał rację Wrenowi, król, który był zapalonym myśliwym i odwoływał się do własnego doświadczenia myśliwskiego, zauważył, iż oponent powinien jednak lepiej myśleć o psach, a nieco gorzej o sobie. Wren zręcznie wybrnął z sytuacji, powiadając, że psy królewskie w przeciwieństwie do innych są wyjątkowe, ponieważ polują na polecenie władcy. To kompromisowe rozwiązanie ponoć zadowoliło wszystkich. Wszelako nawet jeśli psy myśliwskie stosują niekiedy sylogizm dysjunktywny, na pewno nie czynią tego, korzystając z języka.

Debata przed obliczem króla Anglii dobrze ilustruje pewną istotną trudność w analizie genezy logiki. Pojawia się bowiem pytanie, jakie świadectwa mogą w tym pomóc. Dyskutanci w Cambridge rozpatrywali zachowanie się psów i z tego wyciągali swoje wnioski. W przypadku ludzi, możemy obserwować oznaki procesów inferencyjnych u naszych bliźnich lub bazować na przeszłych świadectwach pisanych. W każdym razie baza empiryczna jest nader ograniczona. Niewiele można wnosić z inskrypcji na ścianach jaskiń zamieszkiwanych przez naszych odległych przodków. Wszelkie informacje, przez które manifestowała się ludzka kompetencja logiczna, są zapisane w rozwiniętym języku, który jeśli nawet nie wystarczył do sformułowania teorii logicznej, to jednak umożliwiał kodowanie faktycznie przeprowadzanych wnioskowań. Pod tym względem geneza logiki jawi się bardziej tajemniczo niż powstanie matematyki (por. Dehaene 1997) czy języka (por. Botha 2003, Johansson 2005, Larson, Déprez, Yamakido 2010, Talerman, Gibson 2012). W obu tych dziedzinach, zwłaszcza w drugiej, pojawiło się mnóstwo prac i teorii. W szczególności, na serio rozważa się kwestię, czy zwierzęta liczą i posługują się językiem, przynajmniej jakimś protojęzykiem (por. Hauser 1997, Bradbury, Vehrencamp 1998). Studia nad powstaniem logiki ograniczają się do badań nad logiczną kompetencją dzieci w okresie przedjęzykowym lub ludzi żyjących w społeczeństwach pierwotnych. To dostarcza tylko materiału epigenetycznego i ontogenetycznego, a filogenetycznego tylko o ile przyjmie się tradycyjne i mocno spekulatywne założenie Haeckla, że ontogeneza odtwarza filogenezę. Niemniej jednak, rozważania na temat pochodzenia kompetencji rachunkowej i kompetencji językowej są ważne także dla dyskusji na temat pochodzenia logiki. Dotyczy to w szczególności koncepcji powstania i rozwoju gramatyki i systemów znakowych (por. Heine, Kuteva 2007). Wedle dość powszechnego przekonania najwcześniej pojawiły się oznaki, zwłaszcza ekspresywne, potem znaki ikoniczne, a po nich symbole. Odpowiadała temu ewolucja struktur gramatycznych od nominalnych przez zdaniowe ekstensjonalne do zdaniowych intensjonalnych. Tak więc, rozwój języka odbywał się na zasadzie przechodzenia od obiektów asemantycznych lub mało semantycznych do w pełni semantycznych (intensjonalność, symboliczność). Pochodzenie języka było zawsze przedmiotem żywego zainteresowania ze strony filozofów (por. Stam 1976 dla przeglądu dawniejszych teorii). W 1866 r. Francuskie Towarzystwo Językoznawcze zdecydowało, że rozważania na ten temat powinny być wykluczone z nauki. Wszelako notujemy re-

nesans badań nad powstaniem i ewolucją języka od połowy XX wieku. Można spekulować, że prace traktujące o genezie logiki, gdyby je masowo pisano w I połowie XIX wieku, jako zbyt spekulatywne podzieliłyby los rozpraw lingwistycznych na temat pochodzenia języka.

Nie bez znaczenia jest też modelowanie procesów mikrobiologicznych i neurologicznych, np. przez automaty komórkowe (por. Ilachinski 2001) lub nawet za pomocą zaawansowanych technik matematycznych (por. Bates, Maxwell 2005) i komputacyjnych (por. Lamm, Unger 2011). Przedsięwzięcia te wskazują, iż same organizmy i to, co się w nich dzieje, posiadają własności dające się ująć matematycznie. Potrzebna jest jednak daleko idąca ostrożność metodologiczna. Tytuł jednej z cytowanych książek brzmi *Topologia DNA*. Może być on rozumiany dwojako. Po pierwsze, sugeruje, że np. DNA w pewnych okolicznościach ma strukturę zapętloną. Po drugie, można to rozumieć słabiej, tj. tak, że topologiczne pojęcie pętli modeluje pewne własności DNA. Lektura książki Batesa i Maxwella skłania do wniosku, że autorzy posługują się oboma znaczeniami. Moje zdanie w tej materii polega na rekomendowaniu drugiego sensu modelowania. Zakłada się tutaj tylko (a może aż) tyle, że świat jest matematyzowalny (tj. opisywalny matematycznie) z uwagi na pewne swoje własności, ale nie matematyczny. Prace z zakresu ewolucji języka oraz poświęcone modelowaniu zjawisk biologicznych z reguły akceptują naturalizm, milcząco lub wyraźnie. Wyrazem tego jest powstanie biosemiotyki (por. Barbieri 2003, Barbieri 2008, Hoffmeyer 2008, Favareau 2010), biologii kognitywnej (por. Auletta 2011; autor ten deklaruje światopogląd teistyczny, ale zawiesza go w swej książce) czy coraz powszechniejsza fizykalizacja biologii (por. Luisi 2006, Nelson 2008). Skoro dokonuje się syntez biologii i semiotyki lub biologii i kognitywistyki, nie ma żadnego powodu, aby nie próbować powiązać logiki z biologią.

Jedyna znana mi zaawansowana próba naturalistycznego ugruntowania logiki pochodzi od Williama Coopera (por. Cooper 2001). Rozważa on następującą sekwencję: (*) matematyka, logika dedukcyjna, logika indukcyjna, teoria decyzji, historia strategii życiowych, teoria ewolucji. Relacje między elementami (*) są takie, że od teorii ewolucji do matematyki mamy implikację, natomiast redukcja zachodzi w kierunku odwrotnym. Jeśli chodzi o logikę dedukcyjną, to ta jest bezpośrednio implikowana przez logikę indukcyjną i do niej się redukuje. Teoria ewolucji jest bazą ostateczną, zarówno dla implikacji, jak i redukcji. Krótko mówiąc, logika dedukcyjna powstała na pewnym etapie ewolucji (Cooper nie precyzuje tego dokładnie) drogą doboru naturalnego i procesów adaptacyjnych. Schemat Coopera pozostawia wiele do życzenia. Pomijając wskazany wcześniej brak dokładniejszego określenia „wytworzenia” logiki przez proces ewolucji, pojęcia implikacji i redukcji nie są jasne. Ponieważ logika dedukcyjna (czyli $Cn\emptyset$) jest implikowana przez dowolny zbiór zdań, rola logiki indukcyjnej (pomijam spory co do jej istnienia; por. wyżej) nie jest specyficzna. W konsekwencji, redukcja logiki dedukcyjnej do indukcyjnej jawi się wielce niejasno. Nadto, fraza „logika jako część biologii” (podtytuł monografii Coopera) jest dwuznaczna. Może znaczyć, że *logica docens* jest częścią teorii biolo-

gicznej (dokładniej: ewolucyjnej) albo też że kompetencja dedukcyjna (Cooper nie operuje tą nazwą) jest elementem biologicznego wyposażenia człowieka. Wprawdzie zgodnie ze znaną maksymą Theodosiusa Dobzhansky'ego nic w biologii nie ma sensu, jeśli nie jest rozważane w kontekście ewolucji, ale to nie znaczy, że wszystko daje się objaśnić za pomocą ewolucji. Cooper w swej analizie całkowicie pomija genetykę i to jest bodaj najpoważniejszym brakiem jego modelu.

Czysto ewolucjonistyczne klasyczne podejście do powstania i rozwoju ludzkich kompetencji mentalnych, takich jak zdolność posługiwania się językiem czy rozumowania jest w zarysie następujące (można je wyczytać w niezliczonej ilości publikacji z zakresu teorii ewolucji i jej aplikacji do różnych szczegółowych zagadnień; por. np. Lieberman 2005, Tomasello 2010): wszechświat powstał około 15 miliardów (wszystkie daty są podane w przybliżeniu) lat temu, Ziemia liczy sobie 4,5 miliarda lat, pierwsza komórka pojawiła się miliard lat później, a organizmy wielokomórkowe po dalszych 2,5 miliardach. Rośliny mają za sobą 500 milionów lat, gady — 340 milionów, ptaki — 150 milionów lat, a małpy — 7 milionów. Gatunek *homo* — powstał dwa miliony lat temu, *homo erectus* — od 1 miliona do 700 tysięcy, a *homo sapiens* — 200 tysięcy. Ewolucja kulturowo-cywilizacyjna znacząca językiem (w nam współczesnym rozumieniu), alfabetem i pismem zaczęła się 8500 lat temu. Trzy i pół miliarda lat od powstania pierwszej komórki do pojawienia się cywilizacji i kultury w zupełności wystarczyło, by wykształcił się umysł zdolny do typowych czynności intelektualnych, w szczególności do przeprowadzania operacji logicznej. *Homo sapiens* był do nich zdolny zapewne znacznie wcześniej, może nawet od początku istnienia tego gatunku. Niewykluczone, że rudymenty kompetencji logicznej przysługiwały już *homo erectus*. Datowanie pojawienia się kompetencji logicznej na drodze ewolucji, a także przypisywanie jej innym organizmom niż ludzkie jest przy tym niezbyt istotne. Bezpieczna hipoteza ewolucjonistyczna w tym względzie może np. głosić, że zdolność inferencyjna pojawiła się drogą stochastycznie działającej mutacji, a ponieważ okazała się sprawnym narzędziem adaptacyjnym, została rozwinięta przez *homo sapiens* także dzięki dostępnym i coraz doskonalszym instrumentom lingwistycznym. Teoria logiczna pojawiła się jako finalny produkt długiego procesu ewolucyjnego. Jest to adaptacja klasycznej koncepcji ewolucji języka (por. jednak uwagi na końcu artykułu).

Neodarwinowski ewolucjonizm wiąże powstanie życia i dalszą jego ewolucję ze zjawiskami entropijnymi (por. Brooks, Wiley 1986, Küppers 1990). Ta perspektywa prowadzi do potrzeby wskazania na zjawiska antyentropijne, tj. mechanizmy utrzymujące stabilność organizmów i ich wewnętrzny porządek, a więc warunkujące ich trwanie (por. Kauffman 1993). Decydującym wydarzeniem dla poważnej rewizji teorii ewolucji stało się odkrycie struktury DNA przez Cricka i Watsona w 1953 (model podwójnej helisy) oraz dalsze badania nad kodowaniem genetycznym. Rezultaty te uzmysłowiły potrzebę głębszego powiązania teorii ewolucji z genetyką. Pojęcie informacji genetycznej i sposoby jej przekazywania stały się kluczowymi instrumentami nowej syntezy biologicznej, oczywiście przy zachowaniu odpowiednio zmody-

fikowanych klasycznych kategorii teorii ewolucyjnej. Zauważone znacznie wcześniej, bo jeszcze w latach 20. XX w., formalne analogie między informacją a entropią skłoniły biologów i filozofów biologii do bliższego zainteresowania się związkami tego pierwszego pojęcia z przebiegiem procesów biologicznych (por. Yockey 2005). Kilka faktów z biologii molekularnej jest istotnych z punktu widzenia tematu niniejszego artykułu (na razie je wymieniam bez komentarza „metalogicznego”, a cały czas abstrahuję od kwestii fizykochemicznych, a także od mechanizmu dziedziczności). Po pierwsze, przekazywanie informacji genetycznej jest skierowane, mianowicie od DNA przez RNA (dokładniej: mRNA — litera m oznacza, że RNA jest w tym wypadku messengerem, czyli przekaźnikiem wiadomości) do białek. Obserwacja ta stanowi tzw. główny dogmat biologii molekularnej. Są wprawdzie pewne wyjątki w tym względzie (np. w wypadku wirusów), ale przynajmniej w tzw. organizmach eukariotycznych (ludzie do nich należą) transmisja informacji jest zgodna z tym dogmatem. Po drugie, informacja genetyczna jest przekazywana w sposób uporządkowany, liniowy i dyskretny i sekwencyjny. Po trzecie, cząsteczki DNA podlegają replikacji (kopiowaniu) i rekombinacji (przegrupowaniu). Po czwarte, wewnątrzkomórkowy system informatyczny koduje i przetwarza informację, co sprawia, że można go interpretować jako system obliczeniowy i odpowiednio modelować. Po piąte, system ten jest wyposażony w mechanizmy z jednej strony chroniące posiadaną informację, a z drugiej naprawiające błędy informacyjne, aczkolwiek nie zawsze skutecznie. Po piąte, przekazywanie informacji genetycznej nie jest deterministyczne, ale stochastyczne, dzięki czemu mogą powstawać nowości genetyczne. Ten ostatni fakt jest istotny z punktu widzenia teorii ewolucji, ponieważ tłumaczy sposób pojawiania się mutacji na poziomie mikrobiologicznym.

Pogląd, że informacja genetyczna ma charakter lingwistyczny jest bardzo kuszący. W samej rzeczy, dość często można spotkać się z traktowaniem jej jako języka. I tak powiada się o alfabecie, słowach, syntaksie, kodach i kodowaniu czy też translacjach (w sensie przekładu z języka genetycznego na jakiś inny); czynią tak zwłaszcza przedstawiciele biosemantyki, którzy w informacji genetycznej doszukują się wymiaru semantycznego lub przynajmniej jego załączków. Takie podejście jest jednak bardzo sporne (por. dyskusję w Kay 2000; Sarkar 1996 odrzuca pojęcie kodu genetycznego, ale to rozwiązanie wydaje się zbyt radykalne). W samej rzeczy, techniczne opracowania genetyki unikają porównywania kodu genetycznego z językiem (por. np. Klug, Cummings, Spencer 2006). Niezależnie od stosowanego języka, np. niektórzy piszą o „słowach” jako składnikach kodu genetycznego, zapewne używając cudzysłowu dla zaznaczenia pewnej metaforyczności ujętkowania informacji genetycznej, a inni o słowach, odnajdujemy tutaj łatwo problem stosunku informacji fizycznej (ilościowej) do informacji semantycznej (jakościowej). Matematyczna teoria informacji dotyczy tej pierwszej, a tylko bardzo pośrednio tej drugiej. Znane twierdzenie Shannona o wydajności kanałów przesyłania informacji i ograniczaniu tzw. szumu informacyjnego ma sens tylko w odniesieniu do jej rozumienia ilościowego. Informacja genetyczna jest rodzajem informacji fizycznej, a nie semantycznej.

Z drugiej strony, przetwarzanie pierwszej, czyli ilościowej w drugą, tj. jakościową, jest faktem notorycznym, np. czytając książkę i o ile rozumiemy język, w jakim została napisana, błyskawicznie przetwarzamy bodziec fizyczny w jednostki semantyczne, tj. takie, które rozumiemy wedle ich sensu językowego. Mechanizm tej transformacji nie jest na razie znany i być może stanowi największą zagadkę antropologiczną (por. Hurford 2007). Być może własności informacji genetycznej leżą u podstaw, by tak rzec, semiotyzacji procesów mentalnych, ale jest to założenie całkowicie spekulatywne, chociaż filozoficznie uprawnione.

Na pierwszy rzut oka, gdyby informacja genetyczna była językiem w pełnym znaczeniu lub nawet tylko przybliżonym, można by poszukiwać genezy kompetencji logicznej bezpośrednio na poziomie mikrobiologicznym. Wszelako własności kodu genetycznego, czymkolwiek on jest, są dalekie od tych, jakie mogą posłużyć do zdefiniowania operacji *Cn*. Niemniej jednak, własności te można powiązać z logiką w jej dzisiejszym rozumieniu. Zanim przejdę do próby ukazania tego związku, zwrócę uwagę na pewne kwestie teoretyczne. Kazimierz Ajdukiewicz (por. Ajdukiewicz 1955) podzielił wnioskowania na dedukcyjne, uprawdopodobniające (indukcyjne w szerokim sensie) i logicznie bezwartościowe. Pierwsze opierają się na operacji *Cn* zachodzącej między przesłankami a wnioskiem (konkluzja wynika logicznie z przyjętych założeń), drugie uprawdopodobniają wniosek na podstawie przesłanek, a trzecie pozbawione są jakiegokolwiek związku logicznego pomiędzy ich ogniwami, np. „jeśli Kraków leży nad Wisłą, to Paryż znajduje się we Francji”. Logika w tym kontekście jest rozumiana szerzej niż na początku artykułu, gdyż obejmuje także reguły indukcyjne. Można też odpowiednio rozszerzyć pojęcie kompetencji logicznej, ale nie będę rozważał takiej generalizacji. Traktując rzecz z informacyjnego punktu widzenia (por. wyżej), dedukcja wprawdzie nie poszerza informacji zawartej w przesłankach, aczkolwiek nie dopuszcza do jej utraty, indukcja poszerza treść przesłanek, czyli prowadzi do nadwyżki treściowej, ale za cenę ryzyka, że konkluzja jest fałszywa, co rozprasza (w sensie entropii) informację wcześniej nabytą, natomiast wnioskowanie logicznie bezwartościowe jest redundantne z informacyjnego punktu widzenia.

Niezawodność reguł generowanych przez operację *Cn* bierze się stąd, że odpowiadają twierdzeniom logiki, tj. zdaniom (formułom) prawdziwym w każdych okolicznościach. Jednym z aksjomatów rachunku prawdopodobieństwa jest założenie, że istnieje zdarzenie pewne, tj. o prawdopodobieństwie równym 1 (zdarzeniem tym jest cała przestrzeń, na której określona jest miara prawdopodobieństwa). Interesująca interpretacja tego aksjomatu polega na uznaniu, że zapobiega on wyrównywaniu się prawdopodobieństw przypisywanych poszczególnym zdarzeniom, tj. podzbiorów całej przestrzeni. Inaczej mówiąc, aksjomat ten chroni różnice w ilości informacji warunkujące jej przepływ. Działa więc antyentropijnie, tj. blokuje rozpraszanie się informacji, czyli ją chroni. Operacja *Cn* może też być rozumiana jako instrument protekcji informacji przed jej rozproszeniem, ponieważ zapobiega wytworzeniu informacji fałszywej na podstawie prawdziwej. Jak już wcześniej dwukrotnie wspominałem, logika indukcji jest przedmiotem sporu, ale z drugiej strony, nikt nie za-

przecza, że przynajmniej pewne reguły indukcyjne, np. indukcji statystycznej, są racjonalne. Wprawdzie nie wykluczają rozproszenia informacji, ale jakoś normalizują jej przepływ i w ten sposób ją chronią czy też kontrolują. Wnioskowania logicznie bezwartościowe nie odgrywają żadnej roli w procesach ochrony informacji.

Ochrona informacji (rzecz jasna, nie chodzi tutaj o kwestie prawne czy moralne) zarówno fizycznej, jak i semantycznej stanowi istotną funkcję wszelkich organizmów, które operują danym rodzajem kodu. Skoro traktujemy operację *Cn* jako instrument informacyjno-protekcyjny, chroniący posiadaną treść (w sensie zawartości informacyjnej, niekoniecznie znaczącej w rozumieniu semantyki intensjonalnej), to przynajmniej z naturalistycznego punktu widzenia konsekwencja logiczna ma biologiczne zakorzenienie. W związku z tym powrócę do wcześniej wymienionych właściwości kodów genetycznych i informacji genetycznej, tym razem w kontekście metalogicznym. Oto cechy kodu genetycznego (por. Klug, Cummings, Spencer 2006, s. 307; w dalszym ciągu abstrahując od natury elementów kodu z jednym wyjątkiem (aminokwasy) z uwagi na zrozumiałość pewnych sformułowań): (i) kod genetyczny jest zapisany w formie linearnej; (ii) jeśli założymy, że mRNA składa się ze „słów”, to każde takie słowo ma trzy „litery”; (iii) każda grupa trzyliterowa, czyli kodon, wyznacza kolejny element w postaci aminokwasu; (iv) jeśli kod jest jednoznaczny, to wyznacza jeden i tylko jeden aminokwas; (v) jeśli kod jest zdegenerowany, dany aminokwas może być wyznaczony przez więcej kodonów; (vi) kod genetyczny zawiera sygnał początkowy i sygnał terminalny w postaci kodonów inicjujących i kończących procesy przekazywania informacji genetycznej; (vii) kod genetyczny nie zawiera znaków przestankowych (przecinków); (viii) elementy kodu genetycznego nie nakładają się na siebie, tj. konkretna „litera” może być częścią tylko jednego kodonu; (ix) kod genetyczny jest prawie uniwersalny, tj. poza niewieloma wyjątkami ten sam „słownik” kodowania obsługuje wszystkie wirusy, organizmy prokariotyczne i eukariotyczne. Uzupełniając wcześniejsze uwagi, dodam (por. Klug, Cummings, Spencer 2006, s. 264-265), że replikacja DNA (tworzy dwa nowe włókna z pierwotnej helisy) może być semikonserwatywna (każda replikowana cząsteczka DNA ma jedno stare włókno i jedno nowe włókno), konserwatywna (rodzicielskie włókno jest zachowane w wyniku syntezy w dwóch nowych włóknach) lub rozproszona (stare włókna są rozproszone w nowych). Najczęstszy jest wypadek semikonserwacji. Niemniej jednak, uprzednio istniejąca informacja genetyczna jest dziedziczona przez helisy powstałe drogą replikacji.

Z własności (i)-(ix) wynika, że „składnia” kodu genetycznego jest rygorystyczna. Opiera się na dokładnej specyfikacji elementów prostych („liter”) i ich kombinacji (kodonów). Brak przecinków wskazuje, że jest serią konkatenacji. Kod jest jednoznaczny, o ile nie jest zdegenerowany. Jednoznaczność można porównać do poprawności syntaktycznej, degenerację do jej braku. „Litery” są atomami w tym samym sensie, jak wyrażenia proste, dalej już nierozkładalne. Transformacja kodonu w aminokwas jest funkcją, chyba że kod nie jest jednoznaczny. Początek i koniec procedury realizowanej przez kod jest wyraźnie zaznaczony, odrębnymi „słowami”. Zazna-

czyłem niektóre wyrażenia literami, aby nie sugerować traktowania kodu jako języka. Terminologii lingwistycznej można zresztą łatwo uniknąć przez mówienie o konfiguracjach i ich elementach. Tak traktowane kody genetyczne są podobne sieciom elektrycznym czy automatom komórkowym, co zresztą jest podkreślone przez wspomniane wcześniej modelowanie zjawisk genetycznych. Istota rzeczy polega na tym, że zarysowana „składnia” ma efektywny charakter i jest trywialnie rekurencyjna, ponieważ operacje realizowane przez kody mają charakter terminalny. Chociaż zachodzą podobieństwa między strukturą kodu genetycznego a składnią języków formalnych, nie ma powodu, aby widzieć w konkatenacji genetycznej wynik działania operacji Cn . Z drugiej strony, jeśli rozpatrywać konfigurację wyznaczoną przez kodony, jest ona zamknięto-otwarta w sensie topologicznym, co jest też charakterystyczne dla przestrzeni zdań, na których działa konsekwencja logiczna wraz z niededukcyjnymi regułami organizacji informacji semantycznej. Odpowiada temu konserwatywny charakter najbardziej typowej replikacji DNA. Domknięcie części tej przestrzeni chroni wcześniej akumulowaną informację, a to, że zawiera ona także podzbiory otwarte, zapewnia powstawanie informacji nowej. Niekiedy mówi się (por. Kauffman 1993, s. 203, s. 447-449) o kanalizowaniu procesów regulacji genetycznej przez funkcje prawdziwościowe (boolowskie). Niech x będzie elementem aktywnym w takim procesie, a obiekt (x lub y) elementem regulowanym. Wówczas, obiekt (x lub y) jest także aktywny. Procedura jest w tym wypadku analogiczna do stosowanej w syntezie sieci elektrycznych. W terminologii niniejszego artykułu kanalizacja w sensie Kauffmana jest cząstkowym przedmiotowym przypadkiem konsekwencji logicznej. Ogólna konkluzja, którą można wyprowadzić z zarejestrowanych analogii jest następująca: kod genetyczny jest biologicznym podłożem kompetencji logicznej. Ponieważ filozofowi przystoi spekulacja, rzecz można ująć tak: topologiczne czy też prototopologiczne własności „przestrzeni genetycznej” skierowały ewolucję biologiczną w takim kierunku, że zaowocował on, może drogą stosownych mutacji, powstaniem dyspozycji do operowania konsekwencją logiczną.

Nie jest rzeczą możliwą ustalenie rozmaitych ważnych szczegółów. Nie wiadomo, kiedy powstała kompetencja logiczna w pełnej krasie, by tak rzec, i jaki jest jej zakres w odniesieniu do innych gatunków niż nasz. Inaczej mówiąc, nie wiadomo, czy kompetencja logiczna przysługuje tylko ludziom czy też innym gatunkom, a nawet na ile realna ludzka kompetencja logiczna odpowiada jej abstrakcyjnemu obrazowi formułowanemu w teorii logicznej. Być może teoria ewolucji ma w tej materii coś do dodania. Wydaje się np. że gatunki inwestujące w mniejszą ilość potomstwa (ptaki i ssaki) zostały „zmuszone” do wytworzenia mocniejszych środków ochrony informacji genetycznej niż owady, gady i ryby, gdzie jej rozproszenie jest rekompensowane znaczną ilością potencjalnych osobników. Naturalista utrzymuje, aby powtórzyć raz jeszcze, że kompetencja logiczna nie spadła z zaświatów, ale pojawiła się na ziemi. Stanowi, podobnie jak inne operacje mentalne, realizację dyspozycji wyznaczonych przez wyposażenie genetyczne i przebieg ewolucji. Jeśli jest wrodzona, to filogenetycznie, a nie ontogenetycznie.

Podziękowanie. Dziękuję prof. Januszowi Bujnickiemu i prof. Adamowi Łomnickiemu za uwagi, które utemperowały temperament filozofa interpretującego rezultaty biologii, oraz prof. Urszuli Wybraniec-Skardowskiej, prof. Januszowi Czela-kowskiemu (zwłaszcza jemu) i prof. Romanowi Murawskiemu za uwagi i wyjaśnienia w kwestiach analogii logiczno-topologicznej.

BIBLIOGRAFIA

- Aberdein A. (2008), *Logic for Dogs*, [w:] S. D. Hales (ed.), *What Philosophy Can Tell You about Your Dog*, Open Court: LaSalle, s. 167-181.
- Ajdukiewicz K. (1955), *Klasyfikacja rozumowań*, „Studia Logica” II, s. 278-300; przedruk [w:] K. Ajdukiewicz, *Język i poznanie*, t. II, PWN: Warszawa 1964, s. 206-225.
- Auletta G. (2011), *Cognitive Biology. Dealing with Information from Bacteria to Mind*, Oxford University Press: Oxford.
- Barbieri M. (2003), *The Organic Codes. An Introduction to Semantic Biology*, Cambridge University Press: Cambridge.
- Barbieri M. (2008) (ed.), *Introduction to Biosemiotics. The New Biological Synthesis*, Springer: Berlin.
- Bates A., Maxwell A. (2005), *DNA Topology*, Oxford University Press: Oxford.
- Botha R. (2003), *Unravelling the Evolution of Language*, Elsevier: Amsterdam.
- Bradbury J., Vehrencamp S. (1998), *Principles of Animal Communication*, Sinauer: Sunderland, Mass.
- Brooks D., Wiley E. (1986), *Evolution as Entropy. Toward a Unified Theory of Biology*, University of Chicago Press: Chicago.
- Cooper W. (2001), *The Evolution of Reason. Logic as a Branch of Biology*, Cambridge University Press: Cambridge.
- Dehaene S. (1997), *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press, Oxford.
- Duda R. (1986), *Wprowadzenie do topologii*, t. 1: *Topologia ogólna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe: Warszawa.
- Favareau D. (ed.), *Essential Readings in Biosemiotics. Anthology and Commentary*, Springer: Berlin.
- Hauser M. (1998), *The Evolution of Communication*, The MIT Press: Cambridge, Mass.
- Heine B., Kuteva T. (2007), *The Genesis of Grammar. A Reconstruction*, Oxford University Press: Oxford.
- Hoffmeyer J. (2008), *Biosemiotics. An Examination into the Signs of Life and the Life of Signs*, University of Scranton Press: Scranton.
- Hurford J. (2007), *The Origins of Meaning. Language in the Light of Evolution*, Oxford University Press: Oxford.
- Ilachinski A. (2011), *Cellular Automata. A Discrete Universe*, World Scientific, Singapore.
- Johansson S. (2005), *Origins of Language. Constraints on Hypotheses*, John Benjamins: Amsterdam.
- Kauffman S. (1993), *The Origin of Order. Self-Organization and Selection in Evolution*, Oxford University Press: Oxford.
- Kay L. (2000), *Who Wrote the Book of Life? A History of the Genetic Code*, Stanford University Press: Stanford.
- Klug W., Cummings M., Spencer Ch. (2006), *The Concepts of Genetics*, Prentice-Hall: Upper Saddle River, NJ.
- Küppers B.-O., *Information and the Origin of Life*, The MIT Press: Cambridge, Mass.
- Lamm E., Unger R. (2011), *Biological Computation*, CRC Press: London.

- Langer J. (1980), *The Origins of Logic. Six to Twelve Months*, Academic Press: New York.
- Larson R., Déprez Y., Yamakido H. (2010) (eds.), *The Evolution of Human Language. Biolinguistic Perspective*, Cambridge University Press: Cambridge.
- Lieberman Ph. (2005), *Toward an Evolutionary Biology of Language*, Harvard University Press: Cambridge, Mass.
- Luisi P. (2006), *The Emergence of Life. From Chemical Origins to Synthetic Biology*, Cambridge University Press: Cambridge.
- Nelson Ph. (2008), *Biological Physics. Energy, Information, Life*, W. H. Freeman: New York.
- Sarkar S. 1996, „Biological Information: A Sceptical Look at Some Central Dogmas of Molecular Biology”, [w:] S. Sarkar (ed.), *The Philosophy and History of Molecular Biology: New Perspectives*, Kluwer: Dordrecht.
- Stam J. (1976), *Inquiries into the Origin of Language. The Fate of a Question*, Harper and Row: New York.
- Talerman M., Gibson R. (2012) (eds.), *The Oxford Handbook of Language Evolution*, Oxford University Press: Oxford.
- Tomasello M. (2010), *Origin s of Human Communication*, The MIT Press: Cambridge, Mass.
- Wereński S. (2007), *Topologia*, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej: Radom.
- Woleński J. (2006), *Naturalizm, antynaturalizm i podstawy statystyki*, „Filozofia Nauki” IX(33), s. 147-153.
- Woleński J. (2010), *Naturalizm w teorii prawa*, [w:], A. Choduń, S. Czepita (red.) *W poszukiwaniu dobra wspólnego. Księga jubileuszowa Profesora Macieja Zielińskiego*, Uniwersytet Szczeciński: Szczecin, s. 899-911.
- Woleński J. (2010a) *Zdania aksjologiczne w świetle naturalizmu*, „Estetyka i Krytyka” 19(2), s. 131-147.
- Woleński J. (2011), *Naturalizm, antynaturalizm i metaetyka*, „Folia Philosophica” 29, s. 241-257.
- Yockey H. (2005), *Information Theory, Evolution and the Origin of Life*, Cambridge University Press: Cambridge.