Filozofia Nauki
Rok XIX, 2011, Nr 2(74)

Anna Wójtowicz

Niemonotoniczna logika niefregowska

1. LOGIKA NIEFREGOWSKA JAKO PODSTAWA TEORII ZNACZENIA

Spójnik identyczności, charakteryzowany przez aksjomaty logiki niefregowskiej, można interpretować na różne sposoby. Najbardziej naturalne jest odczytywanie zdania typu $\alpha \equiv \beta$ jako zdania mówiącego o posiadaniu przez formuły α i β tego samego korelatu ontologicznego (denotowaniu tej samej sytuacji) albo jako zdania stwierdzającego synonimiczność formuł α i β. Tą ostatnią interpretacją posłużę się w artykule z dwóch powodów. Po pierwsze, mamy więcej zdroworozsądkowych intuicji dotyczących równoznaczności wyrażeń języka naturalnego niż ich ko-referencjonalności — i na intuicjach takich możemy się opierać, dokonując oceny różnych omawianych rozwiązań. Po drugie, teoria znaczenia (teoria spójnika '≡' interpretowanego jako spójnik synonimiczności) wydaje się mieć więcej zastosowań niż ontologia (teoria spójnika '≡' interpretowanego jako spójnik ko-referencjalności) — w lingwistyce, programach tłumaczeń maszynowych, sztucznej inteligencji itp. — stąd prowadzone analizy mogą znaleźć praktyczne zastosowanie i przejść empiryczny test.

Dla dalszych rozważań (których celem jest pewna modyfikacja logiki niefregowskiej) istotna jest analiza i określenie wartości logicznej następującego stwierdzenia:

(*) Istnieją zdania syntaktycznie proste (tj. niezawierające stałych logicznych) p i q danego języka J, takie że tezą języka J jest zdanie: $p \equiv q$.

PRZYKŁAD 1

Na poparcie (*) możemy przytoczyć naturalne intuicje językowe: pary zdań:

(A) „Jan wypożyczył *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina" i „*Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina jest wypożyczony przez Jana"

(B) „Jan jest synem Marii", „Maria ma własność bycia matką Jana";

nie zawierają stałych logicznych, a traktujemy je jako zdania synonimiczne.[1]

2. MOŻLIWE REAKCJE NA (*)

Mimo że przykład 1 sugeruje prawdziwość stwierdzenia (*), przeanalizujmy, jakie są możliwe stanowiska dotyczące jego wartości logicznej i na jakich założenia się one opierają.

2.1 Rozwiązanie logiczne

Na gruncie logik niefregowskich można udowodnić, że prawdziwe nietrywialne[2] identyczności tworzą tylko zdania zawierające stałe logiczne.[3]

Jeśli więc jako teorię znaczenia przyjmiemy po prostu którąś z logik niefregowskich, to musimy uznać, że (*) jest fałszywe.

Wadą tego rozwiązania jest jego ewidentna sprzeczność z intuicjami językowymi dotyczącymi np. synonimiczności zdań w stronie czynnej i biernej. Jeśli chcielibyśmy mówić o jakimś praktycznym zastosowaniu teorii, w której spójnik identyczności pełni rolę spójnika synonimiczności, to wada ta jest dyskwalifikująca.

[1] Zauważmy, że w parze (B) zdania nie są strukturalnie izomorficzne (są zbudowane za pomocą predykatów o różnej liczbie argumentów). Oczywiście, jeśli uznamy (np. za Carnapem), że warunkiem koniecznym synonimiczności zdań jest ich izomorfizm składniowy, to zdania te synonimiczne nie będą. Jest to jednak zajęcie dość mocnego stanowiska. Zwykły użytkownik języka (zainteresowany np. przekładem jednego języka naturalnego na drugi) rozumie synonimiczność mniej restrykcyjnie — zdania mówią o tym samym, gdy są prawdziwe w dokładnie takich samych okolicznościach. W naszym przykładzie — gdy Jan jest synem Marii, czyli innymi słowy — gdy Maria jest matką Jana, a mówiąc jeszcze inaczej — gdy Jan ma własność bycia synem Marii, a Maria ma własność bycia matką Jana. Użytkownik języka nie zastanawia się przy tym, czy na gruncie specyficznej ontologii (np. reizmu) zdania te mają takie same zobowiązania ontologiczne. Konsekwencją nałożenia warunku strukturalnej izomorficzności na zdania synonimiczne, z którą natomiast nie chciałby się zgodzić, może być to, że pewne języki (o istotnie różnych składniach) będziemy musieli uznać na wzajemnie nieprzetłumaczalne.

[2] Przez identyczność trywialną rozumiemy zdanie o postaci: $\alpha \equiv \alpha$.

[3] Np. na gruncie logiki WB prawdziwa jest następująca identyczność:

$(p \vee \sim p) \equiv (q \vee \sim q)$,

Nie jest natomiast prawdziwa żadna identyczność postaci $\alpha \equiv \beta$, gdzie α i β nie zawierają stałych logicznych i są formułami różnokształtnymi (por. np. M. Omyła, *Zarys logiki niefregowskiej*, Warszawa, PWN 1986).

Z drugiej strony, uznanie (*) (czyli odrzucenie rozwiązania (2.1)) pociąga za sobą konieczność podania jakiegoś przepisu, pozwalającego ustalić, kiedy dla danych zdań syntaktycznie prostych p i q rzeczywiście jest tak, że ich synonimiczność jest tezą języka J. I tu do dyspozycji mamy trzy rozwiązania: semantyczne, analityczne i dynamiczne.

2.2 Rozwiązanie semantyczne

Rozwiązanie to zakłada, że mamy dany sposób interpretacji zdań (np. teoriomnogościowy) i umiemy **policzyć**, które zdania proste są synonimiczne. Najczęściej jest to związane z jakąś wersją kompozycjonalizmu, czyli stanowiska, zgodnie z którym wartości semantyczne wyrażeń złożonych (w szczególności — znaczenie zdań) są funkcją wartości semantycznych ich składników.

Istnieją różne sposoby obliczania znaczenia zdań. Najprostszy, teoriomnogościowy, polega na przypisaniu poszczególnym składnikom zdania ich interpretacji i uznaniu za znaczenie zdania pewnego teoriomnogościowego tworu złożonego z tych interpretacji.

PRZYKŁAD 2

Za odpowiednik znaczenia zdania „Jan wypożyczył książkę *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina” można uznać trójkę

> <obiekt Jan, relacja wypożyczenia, obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina>,

a za odpowiednik znaczenia zdania: „Książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina jest wypożyczona przez Jana” —

> <obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina, relacja bycia wypożyczonym przez, obiekt Jan>.

Przy takim podejściu para intuicyjnie synonimicznych zdań z przykładu (A) synonimiczna nie jest.

Przy subtelniejszej interpretacji za odpowiednik znaczenia tych zdań uznalibyśmy kolejno zbiory:

> {{obiekt Jan, relacja wypożyczenia}, obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina, obiekt Jan, {relacja bycia wypożyczonym przez, obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina}},

> {obiekt Jan, {relacja bycia wypożyczonym przez, obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina}, {obiekt Jan, relacja wypożyczenia}, obiekt książka *Traktat Logiczno-filozoficzny* Wittgensteina},

które są identyczne, dzięki czemu zdania z pary (A) uznamy za synonimiczne.

Nawet jednak przy tej interpretacji parze zdań (B) odpowiadają zbiory:

> {{obiekt Jan, relacja bycia synem}, obiekt Maria, obiekt Jan, {relacja bycia matką, obiekt Maria}},
>
> {obiekt Jan, {własność bycia synem Marii}},

co nie gwarantuje tym zdaniom synonimiczności.

Ogólnie rozwiązania powyższego typu mają dwie zasadnicze wady.

Pierwsza polega na tym, że chociaż przy subtelniejszych interpretacjach synonimiczność niektórych zdań w stronie czynnej i biernej zostaje zachowana, to trudno dobrać taką interpretację, która zachowywałaby wszystkie intuicje dotyczące synonimiczności z języka naturalnego (np. warunkiem synonimiczności zdań jest przy takich interpretacjach równoargumentowość występujących w nich predykatów — a więc jakby powiedział Carnap — strukturalna izomorficzność).[4]

Druga wiąże się z założeniem kompozycjonalności, a więc w szczególności tym, że pierwotnie muszą być dane relacje synonimiczności składników zdań. Musimy więc mieć określoną relację synonimiczności nazw i albo trzeba uznać, że mamy też określoną niezależnie relację synonimiczność predykatów, albo że synonimiczność predykatów jest zależna od synonimiczności odpowiednich nazw (co rodzi znane problemy).

2.3 Rozwiązanie analityczne

Przy takim podejściu zakładamy, że o pewnych zdaniach syntaktycznie prostych po prostu **wiemy** (bez liczenia, z góry), że są synonimiczne. Innymi słowy zakładamy, że wraz ze znajomością języka dany jest zbiór pewnych identyczności wśród zdań prostych (dalej będziemy go oznaczać przez **id**).

Wadą tego rozwiązania jest jego nierealistyczność — znajomość języka sprowadza się tu nie tylko do znajomości słownika i gramatyki, lecz także zbioru **id**. Nie nadaje się więc, gdy np. dopiero konstruujemy przekład jednego języka na drugi, lub gdy opisujemy dynamiczny rozwój języka. Wiąże się również ze zmianą pojęcia zdania atomowego. Zdania atomowe nie mogą być już utożsamiane ze zdaniami syntaktycznie prostymi, bo takie zdania nie muszą być od siebie niezależne (dwa różne zdania proste syntaktycznie, które są synonimiczne mają zawsze te samą wartość logiczną).[5]

Przy okazji zauważmy podobieństwo rozwiązań (2.2) i (2.3) — w obu zakłada się, że o języku od razu wiemy bardzo wiele: albo w sposób jawny, przez stwierdze-

[4] Na ten temat por. np. „Sytuacje, stany rzeczy i zdarzenia", [w:] S. Kołodziejczyk (red.), *Przewodnik po metafizyce*, Wydawnictwo WAM, Kraków 2011, s. 315-354.

[5] Takie stanowisko jest reprezentowane w A. Wójtowicz, *Znaczenie zdań a znaczenie nazw*, Warszawa, WN Semper 2007.

nie, które zdania syntaktycznie proste znaczą to samo, albo na metapoziomie — przez stwierdzenie, jakie jest znaczenie składników zdań i które z tych znaczeń są identyczne.

2.4 Rozwiązanie dynamiczne

Przy takim rozwiązaniu pojęcie synonimiczności zostaje zrelatywizowane do zbioru przesłanek, którymi dysponujemy i wraz ze zmianą tego zbioru samo może się zmieniać.

Nie tyle więc **wiemy**, które zdania syntaktycznie proste są synonimiczne, co chcemy się tego **dowiedzieć**, mając do dyspozycji określone przesłanki. Przy czym założeniem będącym w tle jest to, że jesteśmy maksymalnie mało rozrzutni — chcemy mieć jak najmniej różnych, niesynonimicznych zdań. Dopóki nie musimy, nie przyjmujemy, że dwa zdania mają różne znaczenie. Dążymy bowiem do tego, aby mieć jak najmniej problemów z przekładami i powoływać do życia jak najmniej bytów w rodzaju sądów czy sytuacji.

2.4.1 Podstawowa idea — modyfikacja zasady zróżnicowania kontekstowego

Na gruncie tzw. układów semantycznych, opracowanych dla logiki niefregowskiej, wprowadza się następującą zasadę nazywaną zasadą zróżnicowania kontekstowego:

(#) Dla dowolnych p, q, przy danym wartościowaniu v
$p \equiv q$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\forall\gamma\ v(\gamma(p)) = v(\gamma(p/q))$.

Zasada ta mówi, że jeśli dwa zdania mają to samo znaczenie, to w dowolnym kontekście zamiana jednego zdania na drugie nie zmieni wartości logicznej tego kontekstu (przy danym wartościowaniu logicznym v).

De facto znaczy to, że dla pewnej teorii zupełnej T — wyznaczającej wartościowanie v[6] — dowolny kontekst zawierający p należy do T zawsze i tylko wtedy, gdy kontekst, w którym zamieniono p na q należy do T.

Przy tej interpretacji zasada zróżnicowania kontekstowego ma postać

(#') Dla dowolnych p, q i danej teorii zupełnej T
$p \equiv q$ zawsze i tylko wtedy, gdy $\forall\gamma \in T\ [\gamma(p) \in T \leftrightarrow \gamma(p/q) \in T]$.[7]

---

[6] Na gruncie logiki klasycznej (która jest negacyjnie zupełna) to, że dane jest pewne wartościowanie v, przypisujące formułom wartość logiczną, jest równoważne temu, że dana jest pewna teoria zupełna T. Albowiem dla dowolnego α:

$\alpha \in T \leftrightarrow v(\alpha) = 1$.

[7] Tak zdefiniowana relacja '$\equiv$', bez założenia, że T jest teorią zupełną, jest nazywana kongruencją języka J wyznaczoną przez teorię T (por. np. M. Omyła „O semantyce zdań", [w:] *Skłonność metafizyczna*, Warszawa, WFiS, s. 57-66).

Mówiąc jeszcze inaczej: dwa zdania nie są synonimiczne (z punktu widzenia pewnej teorii zupełnej T), gdy są „rozróżniane" przez pewien kontekst γ, będący tezą tej teorii.

Założenie, że mamy daną w danym języku teorię zupełną T i na tej podstawie rozstrzygamy, które zdania są synonimiczne, a które nie, jest bardzo mocne i równie podejrzane, jak rozwiązania (2.2) i (2.3). Naturalne jest, aby rozstrzygając o synonimiczności zdań, zamiast na dużej i trudno dostępnej teorii zupełnej T, bazować na dowolnym (nawet małym) zbiorze przesłanek A. Prowadzi nas to do następujących wariantów zasady zróżnicowania kontekstowego:

(##) Dla dowolnych p, q i danego zbioru A
$p \equiv_A q$ zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnego $\gamma \in A$ spełnione są dwa warunki:
(1) $\gamma(p) \in A \leftrightarrow \gamma(p/q) \in A$,
(2) $\gamma \in A \leftrightarrow \gamma(p/q, q/p) \in A$.[8]

(###) Dla dowolnych p, q i danego zbioru A
$p \equiv_A q$ zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnego $\gamma \in Cn(A)$ spełnione są dwa warunki:
(1) $\gamma(p) \in Cn(A) \leftrightarrow \gamma(p/q) \in Cn(A)$,
(2) $\gamma \in Cn(A) \leftrightarrow \gamma(p/q, q/p) \in Cn(A)$.

Rozważmy przykład pokazujący różnicę między tymi dwoma zasadami:

PRZYKŁAD 3

Niech $A = \{p, q, r\}$, $B = \{p, q \wedge r\}$.

Chociaż zbiory te są logicznie równoważne (tzn. $Cn(A) = Cn(B)$), to

---

[8] Podobny pomysł, ale dotyczący synonimiczności nazw miał Ajdukiewicz. Sformułował go w postaci definicji:

Dwie nazwy a i b są synonimiczne zawsze i tylko wtedy, gdy odgrywają takie same role we wszystkich postulatach znaczeniowych języka.

Znany kontrargument Tarskiego przeciwko tej definicji miał następującą postać:

Załóżmy, że jedynym postulatem językowym dotyczącym nazw a i b jest postulat:

$$a \neq b.$$

Nazwy a i b odgrywają w nim taką samą rolę, ale niewątpliwie synonimiczne nie są.

Zauważmy, że Ajdukiewicz mógł się bronić się przed takim kontrargumentem, precyzując, co znaczy, że dwie nazwy dogrywają taką samą rolę w danym wyrażeniu. Jeśli przyjąłby następujące uściślenie:

Dwie nazwy a i b odgrywają w zbiorze postulatów znaczeniowych Z taką samą rolę zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnego $\gamma \in Z$ spełnione są dwa warunki:

(1) $\gamma(a) \in A \leftrightarrow \gamma(a/b) \in A$,
(2) $\gamma \in A \leftrightarrow \gamma(a/b, b/a) \in A$,

to wprawdzie warunek (2) byłby dla nazw z przykładu Tarskiego spełniony, ale nie byłby spełniony warunek (1) — formuła $b \neq b$ nie jest postulatem znaczeniowym żadnego rozsądnego języka.

$p \equiv_A q$ i nieprawda, że $p \equiv_B q$,
w sensie zaproponowanym przez (##), natomiast
$p \equiv_A q$ i $p \equiv_B q$,
jeśli przyjmiemy (###).

Zdania p i q ewidentnie odgrywają taką samą rolę w zbiorze A. W zbiorze B q występuje w koniunkcji z r, ale p nie (i ten fakt zauważa zasada (##)). Nie ma to jednak znaczenia z punktu widzenia wniosków, jakie będziemy ze zbioru B wyprowadzać — na gruncie Cn(B) p i q są nieodróżnialne (i to podkreśla zasada (###)). Powyższy przykład pokazuje też, że zasada (###) jest bardziej naturalna i to z niej będziemy dalej korzystać.

Zauważmy, że zwiększenie liczby przesłanek w zbiorze A może prowadzić do zmiany zbioru identyczności na zbiorze formuł syntaktycznie prostych — w szczególności identyczność, która była dopuszczalna przez mniejszy zbiór przesłanek przestaje być dopuszczalna przez większy. Mówiąc trochę metaforycznie, większy zbiór potrafi czasami odróżnić więcej zdań niż mały. Oznacza to, że wnioskowanie o identycznościach zachowuje się niemonotonicznie.

W efekcie, na zbiorze formuł języka ze spójnikiem identyczności i określoną charakterystyką tego spójnika, daną przez klasyczną logikę niefregowską Cn_{NF}, otrzymujemy pewną definicję niemonotonicznej operacji konsekwencji C.

2.4.2 Definicja niemonotonicznej niefregowskiej operacji konsekwencji

Niech dany będzie język J z identycznością, zbiór formuł FOR tego języka, zbiór formuł atomowych $At = \{p_i: i \in I\} \subseteq FOR$ i operacja Cn_{NF} zadana przez aksjomaty danej logiki niefregowskiej L. Niech $A \subseteq FOR$.

Definiujemy najpierw zbiór nietrywialnych identyczności na zdaniach atomowych języka J wyznaczony przez zbiór A.

DEFINICJA 1

$Id_A = \{p_i \equiv p_j: i, j \in I, i \neq j, \forall\gamma \in Cn(A)\ [\gamma(p) \in Cn(A) \leftrightarrow \gamma(p/q) \in Cn(A)$ i $\gamma \in Cn(A) \leftrightarrow \gamma(p/q, q/p) \in Cn(A)]\}$.

Następnie definiujemy operację C:

DEFINICJA 2

$\forall A \subseteq FOR\ \forall\alpha \in FOR$,
$\alpha \in C(A) \leftrightarrow \alpha \in Cn(Id_A \cup A)$.

OBSERWACJA 1

Jeśli $A = \varnothing$, to $C(A) = Cn(\{p_i \equiv p_j: i, j \in I\})$.

Oznacza to, że nie mając żadnych przesłanek, nie mamy powodu sądzić, że jakieś dwa zdania syntaktycznie proste znaczą co innego.

Wydaje się, że nie jest to wniosek intuicyjny, ale po pierwsze nasze intuicje opierają się zawsze na jakimś niepustym zbiorze przesłanek (np. że jeśli obiekt ma pewną własność, to nie ma innej), a po drugie — tak jest dużo oszczędniej.[9]

OBSERWACJA 2

Tak zdefiniowana operacja C nie jest tożsama z operacją C_{ID} rozumianą jako operacja z ukrytym w tle założeniem o identyczności wszystkich zdań atomowych (z tzw. konsekwencją założeń domyślnych[10]). Operację taką standardowo definiuje się w następujący sposób:

$C_{ID}(A) = Cn(ID \cup A)$ jeśli ID jest Cn-niesprzeczne z A;

$C_{ID}(A) = \cap Cn(ID' \cup A)$, gdzie ID' jest dowolnym maksymalnym Cn-niesprzecznym z A podzbiorem ID.

Rozważmy najpierw przykłady ilustrujące, czym jest operacja C_{ID}, a następnie przykład pokazujący, że nie jest ona identyczna z operacją C. Dla ustalenia uwagi załóżmy, że $At = \{p, q, r, z\}$.

PRZYKŁAD 4

Niech $A = \{p \to q\}$.

Wtedy — ponieważ A jest Cn-niesprzeczne z ID — mamy:

$C_{ID}(A) = Cn(ID \cup A)$ i w szczególności

$p \equiv q \in C_{ID}(A)$,

$q \to p \in C_{ID}(A)$.[11]

Na powyższym przykładzie widać, że operacja konsekwencji C_{ID} nie ma dobrych własności. W oparciu o zbiór przesłanek A powinniśmy — stosując tę operację — uznać, że zdania p i q są synonimiczne, choć ewidentnie pełnią w nim inną rolę: zdanie p jest silniejsze niż zdanie q.

PRZYKŁAD 5

Niech $B = \{p \to q, \sim(p \equiv q)\}$.

---

[9] Zauważmy w tym miejscu, że choć założenie o synonimiczności wszystkich zdań atomowych wydaje się bardzo mocne, to jest ono naturalnym uogólnieniem zasady zróżnicowania kontekstowego — skoro zbiór przesłanek, na podstawie których oceniamy synonimiczność zdań p i q jest pusty, to nie istnieje kontekst różnicujący ich znaczenie. Niekonsekwentne — względem tej zasady — byłoby natomiast uznanie, że nie mając żadnych przesłanek, uznajemy dowolne dwa zdania za niesynonimiczne — nie ma bowiem takiego kontekstu, który zmienia wartość logiczną, gdy wymienimy w nim jedno z tych zdań na drugie.

[10] Por. np. — D. Makinson, *Od logiki klasycznej do niemonotonicznej*, Toruń 2008, URL: sites.google.com/site/davidcmakinson/polishversionofbridges.pdf i artykuł „Logika niemonotoniczna jako sposób rozumowania w niesprzyjających warunkach" w niniejszym tomie).

[11] Tak jest, ponieważ identyczność formuł jest silniejsza niż ich równoważność, a więc w szczególności wynika z niej implikacja w dowolną stronę.

Wtedy — ponieważ B jest sprzeczne z ID — mamy:

$C_{ID}(B) = Cn(\{p \equiv r, r \equiv z, p \equiv z\} \cup B) \cap Cn(\{q \equiv r, r \equiv z, z \equiv q\} \cup B) \cap Cn(\{p \equiv r, q \equiv z\} \cup B) \cap Cn(\{p \equiv z, q \equiv r\} \cup B) = Cn(B)$.

W szczególności:

$p \equiv q \notin C_{ID}(B)$,

$q \to p \notin C_{ID}(B)$.

Widać więc, że chociaż $A \subseteq B$, $p \equiv q \in C_{ID}(A)$ i $q \to p \in C_{ID}(A)$, to $p \equiv q \notin C_{ID}(B)$ i $q \to p \notin C_{ID}(B)$, co pokazuje też, że C_{ID} nie jest monotoniczna.

PRZYKŁAD 6

Rozważmy zbiory A i B z powyższych przykładów i zbiór $D = \{p \to q, q \to p\}$.

$Id_A = Id_B = \{r \equiv z\}$,

$Id_D = \{p \equiv q, r \equiv z\}$,

$C(A) = Cn(\{r \equiv z\} \cup A)$,

$C(B) = Cn(\{r \equiv z\} \cup B)$,

$C(D) = Cn(\{p \equiv q, r \equiv z\} \cup D)$,

i w szczególności

$p \equiv q \in C(\varnothing)$,

$p \equiv q \notin C(A)$,

co pokazuje, że C jest niemonotoniczna**.**

Mamy też:

$(p \to q) \equiv (q \to p) \in C(D)$,

a więc synonimiczność możemy również przypisywać zdaniom złożonym.

OBSERWACJA 3

Jeśli A jest teorią zupełną, to C(A) daje dokładnie to samo, co założenie, że mamy do czynienia z analitycznym pojęciem języka — z góry wiemy, jakie identyczności między zdaniami atomowymi zachodzą, a jakie nie. Okazuje się więc, że rozwiązanie analityczne jest szczególnym przypadkiem rozwiązania dynamicznego.

OBSERWACJA 4

Jeśli $A = \{p_i \to p_j: i, j \in I, i < j\}$, to $C(A) = Cn(A)$.

Innymi słowy, niektóre zbiory przesłanek w konsekwencji rozróżniają znaczenie wszystkich zdań atomowych. Szczególnym przypadkiem takiego zbioru jest zbiór porządkujący zdania atomowe według ich siły.

OBSERWACJA 5

$Cn(A) \subseteq C(A)$,

czyli C jest operacją nadklasyczną — pozwala z danego zbioru przesłanek wywnioskować więcej, niż daje nam logika klasyczna. Ze względu na twierdzenie o maksymalności operacji klasycznej świadczy to o tym, że C nie jest inwariantna.

Kolejne obserwacje pokazują, że zdefiniowana operacja konsekwencji jest zwrotna i idempotentna.

OBSERWACJA 6

$A \subseteq C(A)$.

OBSERWACJA 7

$Cn(C(A)) = C(A)$,

bo:

$Cn(C(A)) = Cn(Cn(Id_A \cup A)) = Cn(Id_A \cup A) = C(A)$.

OBSERWACJA 8

$Id_A = Id_{Cn(A)}$.

OBSERWACJA 9

$Id_A = Id_{C(A)}$.

OBSERWACJA 10

$C(C(A)) = C(A)$,

bo:

$C(C(A)) = Cn(Id_{C(A)} \cup C(A)) = Cn(Id_{C(A)} \cup Cn(Id_A \cup A)) = Cn(Id_A \cup Cn(Id_A \cup A)) = Cn(Id_A \cup A) = C(A)$.

3. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych analiz możemy sformułować następujące wnioski.

(1) Zdefiniowana operacja konsekwencji C wyznacza niemonotoniczną logikę niefregowską. Jest ona zwrotna i idempotentna.

(2) Dzięki temu, że C jest operacją nadklasyczną, pozwala nam wyciągnąć wniosek o synonimiczności zdań prostych na gruncie danego zbioru przesłanek, którego nie uzyskalibyśmy, stosując zwykłą (monotoniczną) logikę niefregowską i zasadę zróżnicowania kontekstowego. Wzbogacenie zbioru przesłanek może wprawdzie prowadzić do odwołania takiego wniosku, ale daje dobrą hipotezę roboczą na temat synonimiczności zdań prostych danego języka.

(3) Wraz ze zdobywaniem wiedzy o świecie zbiór zdań uznanych za synonimiczne ulega zmianie — przy czym niesynonimiczność zdań występujących w sposób istotny w zbiorze przesłanek ustala się mocniej niż synonimiczność. Wystarczy, aby zdania nie były równoważne, a operacja C uzna je za nierównoznaczne.