Filozofia Nauki
Rok XIX, 2011, Nr 1(73)

Krystyna Misiuna

O pewnej logice informacji

Głównym celem tego artykułu jest przedstawienie intuicyjnie adekwatnego systemu logiki operatora informacji „jest poinformowany, że”, który nie sprowadzałby się do znanych systemów logiki epistemicznej i doksastycznej. W systemach logiki epistemicznej prawo prawdziwości wiedzy: $K\varphi \rightarrow \varphi$ nie opisuje adekwatnie operatora informacji, natomiast w systemach logiki doksastycznej prawo niesprzeczności przekonań: $B\varphi \rightarrow \neg B\neg\varphi$ nie opisuje adekwatnie tego operatora. Oba te prawa powinny być wyłączone z adekwatnego systemu logiki informacji. Jednak nie tylko do tego sprowadza się taki system. System logiki informacji Σ, jaki prezentujemy w tym artykule, oparty jest na semantyce Kripkego dla logik modalnych i zawiera prawa, które nie występują w systemach logiki epistemicznej i doksastycznej, takie jak prawo niezupełności informacji: $\neg I\varphi \rightarrow \neg I\neg\varphi$ i Aksjomat Brouwerowski: $\varphi \rightarrow I\, \neg I\neg\varphi$. Dowodzimy niezupełności systemu Σ i pokazujemy, jak system ten można byłoby przedstawić jako system logiki dynamicznej w sensie van Benthema oraz porównujemy go z systemem logiki informacji, jaki zaproponował Floridi.

1. LOGIKI EPISTEMICZNE I DOKSASTYCZNE JAKO LOGIKI INFORMACJI

Swoje obecne pojęcie informacji w dużym stopniu zawdzięczam J. Michaelowi Dunnowi, gdyż rozumiem informację jako treść zdania, które nie musi być prawdziwe ani uzasadnione, a nawet nie musi być przedmiotem czyjegoś przekonania. Dunn pisze:

> Myślę, że jest częścią pragmatyki słowa „informacja” to, że kiedy ktoś pyta o informację, to oczekuje otrzymania prawdziwej informacji, lecz nie jest częścią semantyki, literalnego znaczenia tego terminu.[1]

Takie ujęcie informacji czyni zjawisko informacji różnym od wiedzy, która tradycyjnie jest rozumiana jako uzasadnione i prawdziwe przekonanie. W innym swoim artykule przytaczam argumentację na rzecz tego, że te trzy własności wiedzy nie tworzą razem wystarczającego warunku wiedzy, a tym samym jeszcze jeden warunek konieczny wiedzy powinien być dodany, aby umożliwić uchylenie problemu Gettiera.[2] Zatem, w naszym ujęciu, zbiór sądów, które kwalifikujemy jako wiedzę, i zbiór sądów, które kwalifikujemy jako informację, krzyżują się. Takie ujęcie wydaje się najbliższe zarówno filozoficznym, jak też potocznym ideom dotyczącym tych dwóch pojęć. Ujęcie to kontrastuje z innym szeroko rozprzestrzenionym ujęciem wiedzy i informacji odwołującym się do klasycznej już dzisiaj pracy J. Hintikki (1962), gdzie pojęcie wiedzy i informacji używane są zamiennie, a co za tym idzie — logiki epistemiczne i doksastyczne uważane są za logiki informacji. W tym samym nurcie mieszczą się również interesujące prace J. van Benthema dotyczące logiki dynamicznej.

Praca Hintikki (1962), jak również niedawna monografia van Benthema i Martinez (2008), gdzie pojęcie wiedzy jest ekstensjonalnie tożsame z pojęciem informacji, wiedza jest parafrazowana jako „najlepsza informacja, jaką posiada podmiot”. Standardowa logika epistemiczna, potraktowana jako logika informacji, jest systemem zupełnym zbudowanym nad zupełnym systemem logiki zdań uzupełnionym o operatory modalne tworzące następujące formuły: $K_i\varphi$, których zamierzone znaczenie jest „i wie, że φ”. Formuła $\neg K_i \neg\varphi$ posiada zamierzone znaczenie: „i uważa φ za możliwe”. Modele Kripkego dla takiego epistemicznego języka są strukturami relacyjnymi złożonymi z trzech zbiorów: zbioru światów możliwych (stanów, sytuacji) W; relacji dwuargumentowej między światami: $\sim_i$; oraz funkcji wartościowania V rozumianej jako funkcja ze zbioru sądów atomowych w zbiór wszystkich podzbiorów W:

$$V: P \to \mathsf{P}(W).$$

Światy w tych modelach reprezentują różne opcje tego, jaka mogłaby być aktualna sytuacja. Tak więc $x \sim_i y$ jest parafrazowane jako „w świecie *x*, *i* uważa *y* za możliwą opcję aktualnego świata”. Hintikka (1962) definiuje tę relację jako relację zwrotną i przechodnią, a zatem, jako quasi-porządek. Zakłada przy tym, że mogą być różne takie relacje dla różnych podmiotów różniących się pod względem informacji. Własności formalne tych relacji dostępności mają wpływ na charakter praw epistemicznych, które zależą od własności formalnych danej relacji dostępności. Tak na przykład zwrotność relacji dostępności gwarantuje to, że *prawo prawdziwości wiedzy*: $K\varphi \to \varphi$, które jest epistemiczną wersją aksjomatu **T** należącego do systemu modalnego T, jest logicznie prawdziwe na ramach z relacją dostępności, która jest zwrotna.

[1] Por. Dunn, 2008, 582.
[2] Por. Misiuna 2010.

Natomiast własność przechodniości gwarantuje logiczną prawdziwość *prawu pozytywnej introspekcji*, będącemu epistemiczną wersją aksjomatu 4 należącego do systemu modalnego S4: $K\varphi \rightarrow KK\varphi$. Warunek prawdziwości formuły z operatorem epistemicznym K_i przyjmuje następującą postać:

$$V(K_i\varphi, s) = 1 \text{ jeśli dla każdego } t \in W \text{ takiego, że } s \sim_i t, V(\varphi, t) = 1.$$

Idea, jaka kryje się poza tym warunkiem prawdziwości, sprowadza się do tego, że prawdziwa wiedza, jako najlepsza informacja, sprawia, że to, co jest prawdziwe, nie podlega zmianie we wszystkich opcjach rozważanych dla aktualnego świata. Tak na przykład zgodnie z moją najlepszą informacją druga wojna światowa zakończyła się w roku 1945. Moja wiedza o tym jest prawdziwa, jeśli sąd, że druga wojna światowa zakończyła się w 1945 roku pozostaje prawdziwy we wszystkich opcjach rozważanych dla aktualnego świata. Semantyka światów możliwych nie jest jedyną semantyką dla języka epistemicznego zawierającego operator wiedzy. Warta odnotowania jest również semantyka topologiczna, gdzie $K_i\varphi$ posiada następujące znaczenie: „φ jest prawdziwe w pewnym otwartym sąsiedztwie danego punktu”.[3]

Jako logika informacji może być interpretowana także logika doksastyczna posiadająca operator $B_i\varphi$, którego zamierzone znaczenie jest następujące: „podmiot *i* jest przekonany, że φ”, występujący w miejscu operatora wiedzy. Semantyka światów możliwych logiki epistemicznej odwołuje się do porządku częściowego $x \leq_{i,s} y$, którego zamierzona interpretacja jest następująca: „w świecie *s* podmiot *i* uważa *y* za co najmniej tak samo możliwe jak *x*”. Warunek prawdziwości zdania z operatorem przekonania przyjmuje następującą postać:

$V(B_i\varphi, s) = 1$ jeśli $V(\varphi, t) = 1$ dla każdego *t* maksymalnego w porządku $x \leq_{i,s} y$.

Warunek ten wyraża ideę, że nasze przekonanie jest prawdziwe, jeśli sąd, o którym jesteśmy przekonani, jest prawdziwy w najbardziej prawdopodobnych dla nas opcjach. Jestem przekonana, że on przyjedzie jest prawdą, jeśli sąd, że on przyjedzie jest prawdziwy w najbardziej prawdopodobnych opcjach aktualnego świata. Jeśli prawdopodobieństwo, do jakiego tu się odwołujemy, interpretujemy subiektywnie, jako stopień oczekiwania, to powyższy warunek ujmuje powszechne przekonanie, że nasze przekonania mogą być fałszywe. Fałszywość ludzkich przekonań ma swoje konsekwencje dla naszego rozumienia relacji dostępności w modelach Kripkego: Relacja ta nie może być zwrotna, ponieważ zwrotność relacji dostępności zapewnia logiczną prawdziwość epistemicznemu prawu prawdziwości wiedzy. Jest to prawo logicznie prawdziwe na ramach, których relacja dostępności jest zwrotna. Wrócimy do praw logiki epistemicznej i doksastycznej poniżej.

[3] Por. van Benthem i Bezhanishvili, 2007.

2. INTUICYJNE UJĘCIE INFORMACJI

Claude'a Shannona teoria komunikacji (1948) należy dzisiaj do klasycznych teorii informacji. Przedmiotem jego badania jest *kanał komunikacyjny* łączący źródło i odbiorcę informacji. Shannon postawił pytanie o to, jaki kanał komunikacyjny jest wiarygodny. Sugeruje on, że istnieje obiektywna miara informacji danej wiadomości, która wychodzi z danego źródła i kierowana jest do danego odbiorcy. Teoria Shannona identyfikuje wielkość informacji, związaną z wystąpieniem jakiegoś zdarzenia, z redukcją niepewności. Jej miara bierze pod uwagę odwrotność prawdopodobieństwa, a ściślej mówiąc, logarytm przy podstawie 2 odwrotności prawdopodobieństwa danego zdarzenia. Na przykład, jeśli mamy 8 równie prawdopodobnych możliwości i dokonujemy eliminacji tych możliwości przez wybór jednej z nich, to prawdopodobieństwo takiej jednej możliwości wynosi 1/8. Tym samym teoria Shannona daje nam wielkość 3 bity jako miarę wielkości informacji generowanej przez nasz wybór, ponieważ:

$$\text{Info(E)} = \log_2[1/\text{Prob(E)}] = \log_2[1/1/8] = 3 \text{ bity.}$$

Zauważmy, że jeśli mamy 16 równie prawdopodobnych możliwości, to eliminując je przez wybór jednej z nich, nasze zdarzenie polegające na wyborze jednej z nich posiada prawdopodobieństwo równe 1/16, co w konsekwencji da nam 4 bity informacji generowanej przez nasz wybór, ponieważ $\log_2[16] = 4$.

Informacja wygenerowana nie musi być identyczna z informacją przesłaną. Shannona teoria komunikacji pozwala na obliczenie ilościowej różnicy między tymi dwoma typami informacji. Różnica ta jest miarą wiarygodności kanału komunikacyjnego łączącego źródło informacji z jej odbiorcą. Wielkość informacji przesłanej równa jest wielkości informacji wygenerowanej minus wielkość statystycznej niezależności między zdarzeniami występującymi w miejscu jej źródła i w miejscu jej odbiorcy. Jeśli te dwa zdarzenia są absolutnie statystycznie niezależne, to wielkość informacji przesłanej jest równa zero. Wielkość tę otrzymujemy z następującej definicji informacji przesłanej:

$$\text{Info}_t(\text{E}) = \text{Info}_g(\text{E}) - \text{Eq},$$

gdzie Eq (niejednoznaczność) jest miarą statystycznej niezależności między zdarzeniami występującymi w miejscu źródła informacji i w miejscu jej odbiorcy. Jeśli mamy do czynienia z wiarygodnym kanałem informacji, wielkość niejednoznaczności Eq jest równa zero, i w konsekwencji cała informacja wygenerowana przez źródło osiąga swój cel. W takim przypadku mówimy o maksymalnej komunikacji. Jednak może się tak zdarzyć, że Eq > 0. Jeśli w naszym przykładzie Eq = 3 bity, to wielkość informacji przesłanej będzie równa 0. W takim przypadku mówimy o zerowej komunikacji.

Fred Dretske (2008) wykorzystuje Shannona teorię informacji w epistemologii. Pojęcie kanału informacyjnego może być wykorzystane w epistemologii, jeśli odbiorcę informacji utożsamimy z tym, kto zdobywa wiedzę, a źródło informacji z tym, kto posiada wiedzę. Rodzi się wtedy pytanie o to, jakie warunki powinny być spełnione, aby zdarzenia, jakie mają miejsce w źródle informacji, były *znane* temu, kto zdobywa wiedzę. Zgodnie z tym, co proponuje Dretske, tylko wtedy, gdy wielkość informacji przesłanej jest ta sama, jak wielkość informacji wygenerowanej, mogą być znane zdarzenia mające miejsce w źródle. Dretske podkreśla, że dowolny fakt empiryczny może być znany tyko wtedy, gdy wielkość niejednoznaczności równa jest zero. Jeśli założymy, że żaden kanał informacyjny nie jest całkowicie wolny od niejednoznaczności, to musimy przyjąć, że żadna informacja nie może być w pełni przesłana, a w konsekwencji, że nic nie jest znane. Takie rozumienie wiedzy może prowadzić do wiedzy rozumianej jako wiedza obiektywna lub subiektywna w zależności od tego, jak rozumiemy informację, a w szczególności pojęcie prawdopodobieństwa występujące w jej definicji. Jeśli prawdopodobieństwo jest rozumiane obiektywnie jako częstość, informacja i wiedza, oparte na takim rozumieniu prawdopodobieństwa, są również obiektywne. Jeśli natomiast mamy do czynienia z subiektywną interpretacją prawdopodobieństwa jako stopnia naszego oczekiwania, to informacja i wiedza rozumiane są subiektywnie. Dretske (1981) proponuje obiektywną interpretację wiedzy opartą na teorii kauzalnej, zgodnie z którą przekonanie jest wiedzą, jeśli powiązane jest relacją przyczynową z faktami.

Uderzającą własnością pojęcia informacji, jakie spotykamy u Dretskego, jest to, że informacja z definicji jest prawdziwa. Takie pojmowanie informacji umożliwia bliski związek między informacją a wiedzą: Poszukujemy informacji, aby uzyskać wiedzę. Dretske pisze:[4]

> Jeśli nic, co ci powiedziano, nie jest prawdziwe, możesz opuścić punkt informacyjny z mnóstwem fałszywych przekonań, lecz nie opuścisz go z wiedzą. Nie opuścisz go z wiedzą, ponieważ nie zostało ci dane to, co potrzebujesz wiedzieć: informacja.

Informacja jest dla Dretskego koniecznym warunkiem wiedzy, ponieważ rozumie on przez informację prawdziwe treści. Jest to pogląd przeciwny do tego, o jakim wspominaliśmy wcześniej, zgodnie z którym informacja nie musi być prawdziwym sądem. Być może te dwa przeciwstawne poglądy są konsekwencją rozróżnienia między informacją a treścią, jakie zostało wprowadzone przez Carnapa i Bar-Hillela, którzy uważają te dwa pojęcia za dualne. Informacja rozumiana jest przez nich jako zbiór stanów opisowych (które są koniunkcjami zdań atomowych i ich negacji), który czyni sąd prawdziwym; natomiast treść — jako zbiór stanów opisowych, który czyni sąd fałszywym. Przy tym rozumieniu informacji i treści, zachodzą między tymi dwoma pojęciami następujące równości:[5]

$\mathrm{Info}(A \wedge B) = \mathrm{Info}(A) \cap \mathrm{Info}(B)$;
$\mathrm{Info}(A \vee B) = \mathrm{Info}(A) \cup \mathrm{Info}(B)$;

[4] Por. Dretske 2008, 30.
[5] Por. Bar-Hillel 1953-55.

$\mathrm{Cont}(A \wedge B) = \mathrm{Cont}(A) \cup \mathrm{Cont}(B)$;
$\mathrm{Cont}(A \vee B) = \mathrm{Cont}(A) \cap \mathrm{Cont}(B)$.

Relacja między informacją jako wiedzą a informacją jako treścią sądu wymaga dalszego badania. Na użytek tego artykułu będziemy zakładali, że zbiór informacji i zbiór sądów będących wiedzą krzyżują się. Na rzecz takiego rozumienia informacji argumentuję w innym miejscu.[6] Tak więc podam tu tylko przykłady wiedzy niebędącej informacją. Do zbioru sądów będących wiedzą zaliczamy sądy logicznie prawdziwe, które nie należą do sądów będących informacją. Poza tego rodzaju sądami do wiedzy zaliczmy sądy introspekcyjne, takie jak na przykład: „Wiem, że nie wiem, która jest teraz godzina", które nie należą do sądów będących informacją.

Relacje dostępności, ze względu na które logicznie prawdziwe są odpowiednie prawa logiki epistemicznej, podane zostały w tabeli poniżej wraz z tymi prawami. Pierwsze prawo występujące w tej tabeli, znane jako *prawo dystrybucji wiedzy*, jest logicznie prawdziwe przy każdej relacji dostępności, a więc w każdej ramie.

Prawo logiki epistemicznej	Własność relacji $\sim_i$	Nazwa
$K(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K\varphi \rightarrow K\psi)$	--	Prawo dystrybucji wiedzy
$K\varphi \rightarrow \varphi$	Zwrotność	Prawo prawdziwości wiedzy
$K\varphi \rightarrow KK\varphi$	Przechodniość	Prawo pozytywnej introspekcji
$\neg K\varphi \rightarrow K\neg K\varphi$	Przechodniość, Symetryczność	Prawo negatywnej introspekcji

Tabela 1. Prawa logiki epistemicznej i ich relacje dostępności

Prawa wyróżnione w Tabeli 1 należą do systemu modalnego S5, gdzie operator konieczności został zastąpiony operatorem K. Podobna tabela wylicza prawa logiki doksastycznej oraz własności formalne relacji dostępności, przy których prawa te są logicznie prawdziwe.

Prawo logiki przekonań	Własność relacji $\leq_{i,s}$	Nazwa
$B(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (B\varphi \rightarrow B\psi)$	--	Prawo dystrybucji przekonań
$B\varphi \rightarrow \neg B\neg\varphi$	Seryjność	Prawo niesprzeczności przekonań
$B\varphi \rightarrow BB\varphi$	Przechodniość	Prawo pozytywnej introspekcji
$\neg B\varphi \rightarrow B\neg B\varphi$	Przechodniość, Symetryczność	Prawo negatywnej introspekcji

Tabela 2. Prawa logiki przekonań i ich relacje dostępności

Powstaje pytanie, czy odpowiednie systemy wiedzy i przekonań akceptowalne są jako intuicyjnie adekwatne systemy informacji. System logiki doksastycznej wydaje

[6] Por. przypis 1.

się bliższy intuicyjnie adekwatnemu systemowi logiki informacji niż system logiki epistemicznej ze względu na brak prawa prawdziwości przekonań. Jak zauważyliśmy wcześniej, informacja w naszym rozumieniu nie musi być prawdziwa. Jak często rzeczywiście nie jest prawdziwa! Czy oznacza to, że prawa doksastyczne wymienione w Tabeli 2 powinny być przyjęte jako prawa logiki informacji? Odpowiedź powinna być negatywna, ponieważ intuicyjnie prawo niesprzeczności przekonań nie powinno być prawem logiki informacji. Może bowiem się zdarzyć, i rzeczywiście się zdarza, że nasza informacja jest sprzeczna. Poza tym, trzy pozostałe prawa powinny być uzupełnione przez inne prawa, które są specyficznymi prawami informacji. Natomiast prawo pozytywnej introspekcji wymaga komentarza, gdy odnosimy je do informacji. Nie jest ono kontrowersyjne, jeśli opisuje informację świadomego podmiotu, lecz może być kontrowersyjne, gdy odnosimy je do przepływu informacji w innych systemach, na przykład, gdy odnosimy je do przepływu informacji genetycznej.

Prawo negatywnej introspekcji odniesione do informacji nie opisuje wystarczająco logiki nieposiadania informacji. Chodzi o to, że może być tak, że jeśli nie mamy informacji, że φ implikuje, że nie mamy informacji, że $\neg\varphi$. Prawo negatywnej introspekcji obejmuje następujące przykłady:

> Jeśli nie mam informacji, że będzie jutro padało, to mam informację, że nie będzie jutro padało.
>
> Jeśli nie mam informacji, że mam złamaną nogę, to mam informację, że moja noga nie jest złamana *etc*.

Rozważmy teraz następujący przykład.

> Jeśli nie mam informacji, że $12^4 = 12.696$, to mam informację, że nie zachodzi równość $12^4 = 12.696$.

Wydaje się, że w odniesieniu do powyższego przykładu prawo negatywnej introspekcji zawodzi. To, co wydaje się intuicyjnie prawdziwe, jest następującą implikacją:

> Jeśli nie mam informacji, że $12^4 = 12.696$, to nie mam informacji, że nie zachodzi równość $12^4 = 12.696$.

Do naszej logiki informacji włączymy również Aksjomat Brouwerowski, który odnosi się do takich przykładów jak ten podany niżej:

> Jeśli $2 + 2 = 4$, to posiadam informację, że nie mam informacji, że nie jest tak, że $2 + 2 = 4$.

3. SYSTEM Σ

Naszą logikę informacji tworzy system logiki modalnej K, w którym operator konieczności został zastąpiony operatorem I, wraz z czterema innymi aksjomatami, które zebrane zostały w Tabeli 3 poniżej. Prawo dystrybucji informacji jest aksjomatem systemu K, w którym dokonano wspomnianego podstawienia. Jeśli chodzi o reguły inferencji, to pozostają one takie, jak w systemie K, czyli: reguła podstawiania, reguła *modus ponens* i odpowiednik reguły Gödla: Jeśli φ jest twierdzeniem, to twierdzeniem jest również $I\varphi$.

Prawo logiki informacji	Własność relacji R	Nazwa
$I(\varphi \to \psi) \to (I\varphi \to I\psi)$	--	Prawo dystrybucji informacji
$I\varphi \to I\, I\varphi$	Przechodniość	Prawo pozytywnej introspekcji
$\neg I\varphi \to I\, \neg\varphi$	Przechodniość, Symetryczność	Prawo negatywnej introspekcji
$\neg I\varphi \to \neg I\, \neg\varphi$	Przechodniość, Niesymetryczność	Prawo niezupełności informacji
$\varphi \to I\, \neg I \neg\varphi$	Symetryczność	Aksjomat Brouwerowski

Tabela 3. Prawa logiki informacji Σ i ich relacje dostępności

Tabela 3 zawiera jedno specyficzne prawo informacji — prawo niezupełności informacji. Będziemy oznaczali to prawo symbolem **I.** Nazwa tego prawa wyraża jego znaczenie, które mówi nam, że w niektórych przypadkach nie mamy informacji, że φ i zarazem nie mamy informacji, że non-φ. Musimy wykazać, że prawo to jest logicznie prawdziwe na ramach, w których relacja dostępności jest przechodnia i niesymetryczna. Jednak zanim przejdziemy do tego dowodu, musimy sformułować warunki prawdziwości dla formuł z operatorem I, których zamierzona interpretacja mogłaby być wyrażona słowami: „istnieje informacja, że φ" lub „bycie poinformowanym, że φ".

Definicja 1: Niech $\langle W, R, V \rangle$ będzie modelem, gdzie V jest funkcją interpretacji, natomiast $t, s \in W$, wtedy:

(Z) Dla dowolnej zmiennej zdaniowej p i dla dowolnego $s \in W$, albo $V(p, s) = 1$, albo $V(p, s) = 0$.

($\neg$) Dla dowolnej formuły φ i dla dowolnego $s \in W$, $V(\neg\varphi, s) = 1$ jeśli $V(\varphi, s) = 0$; w przeciwnym wypadku $V(\neg\varphi, s) = 0$.

($\wedge$) Dla dowolnych formuł φ i ψ i dla dowolnego $s \in W$, $V((\varphi \wedge \psi), s) = 1$ jeśli $V(\varphi, s) = 1$ i $V(\psi, s) = 1$; w przeciwnym wypadku $V((\varphi \wedge \psi), s) = 0$.

(I) $V(I\varphi, s) = 1$, jeśli dla każdego t takiego, że sRt $V(\varphi, t) = 1$; w przeciwnym wypadku $V(I\varphi, s) = 0$.

Nasze światy możliwe to stany mentalne podmiotu. Tak więc warunek (I) mówi nam, że posiadana informacja, że φ uważana jest za prawdziwą w stanie mentalnym s wtedy, gdy we wszystkich stanach mentalnych, które pozostają w relacji R do stanu s, φ uważane jest za prawdziwe. Skorzystamy z powyższej definicji dowodząc, że prawo niezupełności informacji jest logicznie prawdziwe na ramach przechodnich i niesymetrycznych.

Twierdzenie 1: Prawo niezupełności informacji: $\neg I\varphi \rightarrow \neg I\neg\varphi$ jest logicznie prawdziwe na każdej niesymetrycznej i przechodniej ramie, czyli ramie, której relacja dostępności jest niesymetryczna i przechodnia.

Dowód: Niech <W, R, V> będzie dowolnym modelem Kripkego z niesymetryczną ramą. Jest to rama, w której relacja dostępności R posiada następującą własność: istnieją pary światów w i w' należące do W, takie, że wRw' i w'Rw oraz takie, że wRw' i ¬w'Rw. Załóżmy, że dla pewnego $w \in W$, V(p, w) = 1. Rozważmy teraz dowolny świat w' taki, że wRw'. Ponieważ relacja R jest niesymetryczna, to również mamy ¬w'Rw dla pewnego w'. A zatem, ponieważ V(p, w) = 1, warunek (I) powyższej **Definicji 1** daje nam V(Ip, w') = 0, ponieważ nie jest tak, że dla wszystkich w takich, że w'Rw, V(p, w) = 1. Stąd dostajemy V(¬Ip, w') = 1. Ponieważ V(p, w) = 1, więc V(¬p, w) = 0. Natomiast warunek (I) **Definicji 1** daje nam V(I ¬p, w') = 0, ponieważ nie jest tak, że dla wszystkich w takich, że w'Rw, V(¬p, w) = 1. Stąd dostajemy V(¬I¬p, w') = 1. Zatem ilekroć ¬Ip jest prawdziwe w jakimś świecie, to prawdziwe jest ¬I¬p, pod warunkiem, że R jest niesymetryczna, a więc $\neg Ip \rightarrow \neg I\neg p$ jest logicznie prawdziwe na każdej niesymetrycznej ramie.

Teraz pokażemy, że nie jest możliwe wykazanie fałszywości prawa niezupełności informacji na dowolnej przechodniej ramie. Niech W składa się z trzech światów: w, w' i w''. Załóżmy ponadto, że każdy świat jest w relacji R do siebie samego oraz w jest w relacji R do w', w' jest w relacji R do w'', a w jest w relacji R do w''. Niech teraz p będzie prawdziwe w świecie w i w', lecz fałszywe w świecie w''. Wtedy warunek (I) **Definicji 1** daje nam V(Ip, w) = 0, natomiast V(¬Ip, w) = 1. Również V(I ¬p, w) = 0, więc V(¬I¬p, w) = 1. Zatem $V(\neg Ip \rightarrow \neg I\neg p) = 1$. Ten sam wynik dostaniemy, jeśli założymy, że p jest prawdziwe w w''. Zatem prawo niezupełności informacji jest logicznie prawdziwe na każdej niesymetrycznej i przechodniej ramie, co kończy dowód **Twierdzenia 1**. Q.E.D.

Twierdzenie 2: System Σ jest niezupełny.

Dowód: Naszą logikę informacji stanowi system Σ, na który składają się aksjomaty systemu K, w których zastępujemy operator konieczności operatorem I oraz następujące aksjomaty: **4** (prawo pozytywnej introspekcji)**, E** (prawo negatywnej introspekcji)**, I** (prawo niezupełności informacji)**, B** (Aksjomat Brouwerowski), w których obowiązuje to samo zastąpienie symboli, co w systemie K. Wiadomo, że aksjomat **4** jest logicznie prawdziwy na ramach, w których relacja dostępności jest przechodnia, aksjomat **E** jest logicznie prawdziwy na ramach, w których relacja dostępności jest przechodnia i symetryczna, natomiast aksjomat **B** jest logicznie prawdziwy na ramach, w których relacja R jest symetryczna. Ponieważ wykazaliśmy, że aksjomat **I** jest logicznie prawdziwy na ramach z relacją niesymetryczną i przechodnią, więc system Σ nie posiada niesprzecznej klasy ram, ze względu na którą mógłby być zupełny. A zatem Σ jest niezupełny, co kończy dowód **Twierdzenia 2**. Q.E.D.

4. PORÓWNANIE Z SYSTEMEM LOGIKI INFORMACJI *IL* FLORIDIEGO

Po napisaniu tego artykułu miałam możliwość zapoznania się z pracą Luciano Floridiego (2006), który stawia sobie podobny cel do tego, który postawiliśmy w tym artykule, a mianowicie podanie intuicyjnie zadowalającej aksjomatyki logiki informacji, a dokładniej mówiąc — logiki operatora „bycie poinformowanym, że”.[7] System logiki Floridiego jest jednak zdecydowanie odmienny od naszego systemu Σ, a o wyborze takich, a nie innych aksjomatów przesądziły odmienne intuicje, jakie łączy Floridi z pojęciem informacji. Najważniejsze aksjomaty systemu Floridiego IL zostały zebrane w Tabeli 4 poniżej.

Aksjomat logiki IL	Nazwa
$I(\varphi \to \psi) \to (I\varphi \to I\,\psi)$	Aksjomat dystrybucji informacji
$I\varphi \to \varphi$	Aksjomat prawdziwości informacji
$\varphi \to I\neg I\neg\varphi$	Aksjomat Brouwerowski
$I\varphi \to \neg I\neg\varphi$	Aksjomat niesprzeczności informacji
$I(\varphi \to \chi) \to (I(\chi \to \psi) \to I(\varphi \to \psi))$	Aksjomat przesyłania informacji
$I_x I_y \varphi \to I_x \varphi$	Aksjomat Hintikki

Tabela 4. Aksjomaty logiki informacji systemu IL Floridiego

Floridi, podobnie jak Dretske, uważa, że fałszywa informacja nie jest rodzajem informacji, gdyż każda informacja jest dla niego z definicji prawdziwa, stąd wśród aksjomatów jego systemu znajdujemy aksjomat prawdziwości informacji, którego nie ma w systemie Σ. Przy tym rozumieniu prawdziwość, podobnie jak w przypadku wiedzy, jest warunkiem koniecznym informacji, gdyż jeśli podmiot P jest poinformowany, że p, to p jest prawdziwe. Takie ujęcie informacji, musimy podkreślić, spotkało się z krytyką wielu innych autorów, z których najbardziej przekonujący jest Fetzer (2004), odwołujący się do licznych i trafnych przykładów fałszywych informacji zaczerpniętych z życia codziennego. Są informacje, które są zarazem wiedzą, i te informacje są prawdziwe, ale są też informacje, które nie są wiedzą, którym nie musi przysługiwać własność prawdy.

Co do aksjomatu niesprzeczności, który również nie figuruje w systemie Σ, to Floridi jest skłonny do przyjęcia jego normatywnej interpretacji, tak jak jest on cza-

[7] Zob. Floridi 2006, 436.

sami interpretowany w logikach doksastycznych: Jeśli podmiot P ma informację, że pociąg odchodzi o godzinie 10.30, to podmiot P nie powinien mieć informacji, że pociąg nie odchodzi o godzinie 10.30, co Floridi chce interpretować jako ograniczenie nałożone na pojęcie informacji, przy którym podmioty posiadające sprzeczne informacje nie są brane pod uwagę.[8]

Z kolei nie włącza Floridi do swej aksjomatyki praw introspekcji, które należą do systemu Σ, tylko dlatego, że semantyka systemu Σ, będąca semantyką światów możliwych, zakłada rozumienie świata możliwego jako stanu mentalnego, a tym samym zawęża pojęcie informacji do podmiotów świadomych. Floridi, słusznie naszym zdaniem, przypisuje informację obiektom nieświadomym: sztucznym lub biologicznym. Jest sprawą dyskusyjną, czy zwierzęta przejawiać mogą introspekcję będąc podmiotami informacji. Jednakże Floridi nie jest konsekwentnym zwolennikiem rozszerzenia pojęcia informacji na podmioty niewyposażone w umysł, gdyż włącza do swego systemu informacji aksjomat Brouwerowski, który mówi o tym, że jeśli φ jest prawdziwe, to podmiot P jest poinformowany o tym, że nie posiada informacji, że $\neg\varphi$, a zatem podmiot P wyposażony jest w coś, co czyni go zdolnym do posiadania takiej introspekcyjnej informacji. Dwa ostatnie z aksjomatów wymienionych w Tabeli 4 nie występują w systemie Σ. Są to aksjomaty opisujące przesyłanie informacji. Tak na przykład aksjomat Hintikki mówi, że jeśli X jest poinformowany, że Y jest poinformowany, że pociąg do miejscowości Z odchodzi o 10.30 czasu lokalnego, to X jest poinformowany, że pociąg do miejscowości Z odchodzi o 10.30 czasu lokalnego. Niewystępowanie tych dwóch aksjomatów w naszym systemie nie oznacza jednak, że system ten nie mógłby zostać rozszerzony, aby również objąć ten aspekt zjawiska informacji, jaki opisywany jest przez te aksjomaty.

5. LOGIKA INFORMACJI JAKO LOGIKA DYNAMICZNA

Pojęcie informacji jest ściśle związane z pojęciem komunikacji i pojęciem przepływu informacji, którym poświęca się dużo uwagi w najnowszych pracach Johana van Benthema. W życiu codziennym mamy do czynienia ze zjawiskiem komunikacji i zjawiskiem przepływu informacji wtedy, kiedy zadajemy pytania i otrzymujemy odpowiedzi, jak to pokazuje poniższy przykład:

A zadaje pytanie „ψ?”,

B udziela prawdziwej odpowiedzi „Tak”.

Przykład ten jest najprostszym przykładem znanego zjawiska wspólnej wiedzy, że ψ, ponieważ dwie osoby A i B wiedzą, że ψ, jeśli prawdziwa odpowiedź udzielona jest przez osobę B. Możemy uogólnić to zjawisko włączając również zjawisko udzielenia przez B odpowiedzi fałszywej. Zakładając, że te dwa przypadki mogą mieć miejsce,

[8] Zob. Floridi 2006, 441.

zjawisko ilustrowane przez powyższy przykład będziemy nazywali zjawiskiem *wspólnej informacji*. Rozważmy osobę B udzielającą osobie A nowej informacji. W takim przypadku akt osoby B jest publicznym obwieszczeniem o fakcie ψ, co będziemy oznaczali przez:

$$!\psi.$$

Możemy również do publicznych obwieszczeń włączyć takie przypadki, kiedy stwierdzenie ψ jest fałszywe. Każde publiczne obwieszczenie zmienia jakoś mój stan informacji, jako odbiorcy tego obwieszczenia. Opiszemy tę sytuację formalnie mówiąc, że model (M, s), gdzie s jest światem aktualnym, zmienia się w pod-model $(M|\psi, s)$, którego dziedziną jest nowy zbiór: albo ograniczony do tych światów, w których stwierdzenie ψ jest prawdziwe, albo ograniczony do tych światów, gdzie stwierdzenie ψ jest fałszywe. W taki sposób wkraczamy w obszar logiki publicznych obwieszczeń, jeśli tylko odpowiednio rozszerzymy język naszego systemu Σ. Będziemy teraz mieli możliwość utworzenia formuły takiej jak poniżej:

$$[!\psi]\varphi$$

posiadającej następującą zamierzoną interpretację: „po obwieszczeniu ψ, φ jest prawdziwe w świecie aktualnym". Uogólnione warunki prawdziwości tego typu formuł podaje następująca definicja.[9]

Definicja 2:

$V([!\psi], s) = 1$ wtedy, gdy jeśli $V(\psi, s) = 1$, to dla każdego t takiego, że $V(\psi, t) = 1$, $V(\varphi, t) = 1$.

$V([!\psi]\varphi, s) = 1$ wtedy, gdy jeśli $V(\psi, s) = 0$, to dla każdego t takiego, że $V(\psi, t) = 0$, $V(\varphi, t) = 1$.

$V([!\psi]\varphi, s) = 0$ wtedy, gdy jeśli $V(\psi, s) = 1$, to dla pewnego t takiego, że $V(\psi, t) = 1$, $V(\varphi, t) = 0$.

$V([!\psi]\varphi, s) = 0$ wtedy, gdy jeśli $V(\psi, s) = 0$, to dla pewnego t takiego, że $V(\psi, t) = 0$, $V(\varphi, t) = 0$.

Pierwszy warunek tej definicji mówi, że po obwieszczeniu ψ, φ jest prawdziwe w świecie s, jeśli zachodzi następujący warunek: jeśli ψ jest prawdziwe w s, wtedy dla wszystkich światów t takich, że ψ jest prawdziwe w t, φ jest prawdziwe w t. Jest to tylko jedna z możliwości, kiedy $[!\psi]\varphi$ jest prawdziwe w s. Inna możliwość została wyrażona przez nasz drugi warunek. Warunek ten stwierdza, że po obwieszczeniu ψ, φ jest prawdziwe w świecie s, jeśli zachodzi następujący warunek: jeśli ψ jest fałszywe w świecie s, to dla wszystkich światów t takich, że ψ jest fałszywe w t, φ jest prawdziwe w t. Warunek ten opisuje przypadek fałszywej informacji, czyli to, że po

[9] Definicja ta jest uogólnieniem definicji, jaką podaje van Benthem. Por. van Benthem 2009, 135.

obwieszczeniu ψ, φ pozostaje prawdziwe w świecie s niezależnie od fałszywości ψ w s i we wszystkich innych światach. Dwa ostatnie warunki **Definicji 2** mówią, kiedy formuła [!ψ]φ jest fałszywa w świecie s. W jednym przypadku jest tak wtedy, gdy jeśli ψ jest prawdziwe w świecie s oraz w niektórych światach t, to φ jest fałszywe w świecie t. W drugim przypadku jest tak wtedy, gdy jeśli ψ jest fałszywe w świecie s oraz w niektórych światach t, φ jest fałszywe w świecie t.

6. KONKLUZJE

Logiki epistemiczne i doksastyczne oparte są na pewnych założeniach, które wydają się nieintuicyjne, gdy chcemy stosować je do tego pojęcia informacji, którym się posługujemy, mówiąc np. o informacji w Internecie. Pojęcie to w tym rozumieniu przeciwstawiane jest pojęciu wiedzy rozumianej jako prawdziwe i uzasadnione przekonanie. W takiej sytuacji jesteśmy zmuszeni do rozwinięcia nowej logiki informacji, a w szczególności logiki pojęcia posiadania informacji lub bycia poinformowanym. Nasz system Σ miałby odpowiadać takim potrzebom. Charakterystyczną cechą tego systemu jest jego aksjomat nazywany przez nas prawem niezupełności. Obecność tego aksjomatu, posiadającego wiele podpadających pod niego konkretnych przypadków, jest powodem tego, że system Σ jest niezupełny. Z formalnego punktu widzenia zatem nasz system jest mniej elegancki niż zupełne systemy logiki epistemicznej i doksastycznej, lecz z drugiej strony system ten jest bardziej realistyczny, ponieważ opisuje istotną własność informacji, z jaką skończone jednostki ludzkie mają do czynienia, a mianowicie jej niezupełność. System ten może być uogólniony do logiki dynamicznej, jeśli pominiemy założenie, że wynikiem aktu obwieszczania jest prawdziwe stwierdzenie.

LITERATURA

Bar-Hillel, Y. (1953-55). Information and Content: A Semantic Analysis, *Synthese* 9, s. 299-305.

van Benthem, J. (2009). Actions That Make Us Know, [w:] *New Essays on the Knowability Paradox*, ed. J. Salerno, Oxford: Oxford University Press, s. 129-146.

van Benthem i G. Bezhanishvili (2007). Modal Logics of Space, [w:] *Handbook of Spatial Logics*, ed. M. Aiello, I. Pratt, J. van Benthem, Dordrecht: Springer, s. 217-298.

van Benthem, J. i M. Martinez (2008). The Stories of Logic and Information, [w:] *Philosophy of Information*, ed. P. Adriaans, J. van Benthem, Amsterdam: Elsevier, s. 217-280.

Dretske, F. (1981). *Knowledge and the Flow of Information*, Cambridge, MA: MIT Press.

Dretske, F. (2008). Epistemology and Information, [w:] *Philosophy of Information*, ed. P. Adriaans, J. van Benthem, Amsterdam: Elsevier, s. 29-47.

Dunn, J.M. (2008). Information in Computer Science, [w:] *Philosophy of Information*, ed. P. Adriaans, J. van Benthem, Amsterdam: Elsevier, s. 581-608.

Fetzer, J.H. (2004). Information. Does It Have to be True?, *Minds and Machines* 14, 223-229.

Floridi, L. (2006). The Logic of Being Informed, *Logique et Analyse* 196, 433-460.

Hintikka, J. (1962). *Knowledge and Belief*, Ithaca: Cornel University Press.

Misiuna, K. (2010). O wartości prawdy, *Przegląd Filozoficzny*, 73, 197-216.
Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication, *Bell System Technical Journal*, 27, 379-423 i 623-656.