Filozofia Nauki
Rok XVI, 2008, Nr 2(62)

Zbigniew Tworak

Samoodniesienie a zagadnienie powstawania antynomii

Podejmując temat zakreślony tytułem niniejszego eseju, zamierzam omówić pewne warunki sprzyjające pojawieniu się zjawiska samoodniesienia. Przy okazji pokażę, że pytanie o źródło pewnego typu antynomii, zwanych właśnie *antynomiami samoodniesienia*, jest wciąż otwarte.

Zwykle zjawisko samoodniesienia omawia się w kontekście pojęcia oznaczania — czyli przedmiotowego skierowania wyrażeń — oraz antynomii semantycznych. Jest ono własnością wyrażeń, polegającą na zdolności odnoszenia się do samych siebie. Na szerszy kontekst tego zjawiska zwraca uwagę Steven J. Bartlett. W artykule *Varieties of Self-Reference* otwierającym antologię *Self-Reference: Reflections on Reflexivity* pisze:

> [Samoodnoszenie] jest ważnym i wszechobecnym zjawiskiem wykraczającym poza logikę i filozofię języka, oraz poza samą dziedzinę filozofii (Bartlett, Suber 1987, s. 5).

Analizę przykładów samoodniesienia na terenie różnych dziedzin można znaleźć np. w monografii J. Barwise'a i L. Mossa *Vicious Circles* (Barwise, Moss 1996).

Samoodniesienie jest pojęciem pochodnym względem pojęcia odnoszenia się (dalej będę używać również terminu „referencja"). Z grubsza rzecz biorąc, referencja jest relacją zachodzącą pomiędzy pewnego typu obiektami; nie przesądzam w tym kontekście niczego o naturze tych obiektów — mogą one być wyrażeniami językowymi (np. zdaniami), myślami, ludźmi, zbiorami, stanami rzeczy, programami komputerowymi, obrazami, tekstami literackimi itp. Jedne z nich specyfikuję jako odnoszące się do czegoś, drugie — jako będące odniesieniami tych pierwszych. Z formalnego punktu widzenia relacja referencji jest po prostu zbiorem:

$$R = \{ \langle a, b \rangle \in A \times B\text{: } b \text{ jest odniesieniem } a\}.$$

Zgodnie ze zwyczajem zamiast $\langle a, b\rangle \in R$ piszę niekiedy aRb. Napis aRb można odczytywać: obiekt a odnosi się bezpośrednio do obiektu b. Dziedziną relacji R, dom(R), jest zbiór przedmiotów, które odnoszą się do czegoś, a jej przeciwdziedziną, rng(R), jest zbiór przedmiotów, do których się coś odnosi. Gdy dom(R) jest zbiorem wyrażeń jakiegoś języka, wówczas relacja R ma charakter lingwistyczny; w przeciwnym przypadku ma ona charakter pozalingwistyczny. Problematyka referencji lingwistycznej (której poświęcona jest znaczna część literatury filozoficzno-logicznej) ma dwa aspekty wyrażające się w dystynkcji: referencja mówcy *versus* referencja semantyczna (czysta). Referencja semantyczna jest relacją, którą posiłkujemy się formułując warunki prawdziwości zdań. Można ją opisać za pomocą zwrotu: wyrażenie w języka J odnosi się do przedmiotu p (przy czym p może być również wyrażeniem). Abstrahuje się, że J jest „językiem mówionym", czyli środkiem porozumiewania się pewnej grupy osób; J traktuje się jako wytwór pewnej gramatyki. Natomiast referencja mówcy — w przeciwieństwie do referencji semantycznej — jest relacją o charakterze pragmatycznym, tzn. jest relacją pomiędzy użytkownikami danego języka, wyrażeniami owego języka i przedmiotami. Można ją opisać za pomocą zwrotu: osoba a odnosi się do przedmiotu p wypowiadając wyrażenie w. Ujęcie to opiera się na następujących założeniach (Grzegorczyk 1997, s. 35-36):

— żadne zdanie nie jest po prostu prawdziwe lub fałszywe, ale jest prawdziwe lub fałszywe przy określonym rozumieniu przez użytkownika języka zawartych w nim słów;

— żadne słowo nie oznacza po prostu jakieś rzeczy, ale może ją oznaczać ze względu na sposób używania tego słowa przez użytkownika języka.

Z tego punktu widzenia, referencja semantyczna jest pochodna względem referencji mówcy. Mówiąc tu o referencji lingwistycznej na ogół będę pomijał jej aspekt pragmatyczny (chociaż jest on ważny).

Przyjmijmy następującą definicję relacji referencji:

DEFINICJA 1. Obiekt *a odnosi się do* obiektu b wtw istnieje sekwencja elementów $a_0, a_1 \ldots, a_k$ taka, że $a = a_0$, $b = a_k$ oraz dla każdego $i = 0, 1, \ldots, k - 1$, $a_i R\, a_{i+1}$ (czyli a_i odnosi się bezpośrednio do a_{i+1}). O sekwencji takiej mówię, że jest R-ścieżką (lub krótko: ścieżką) z a do b.

Omówmy teraz niektóre własności tak określonej relacji referencji i obiektów będących jej argumentami.

DEFINICJA 2. Relacja R ma charakter *izolujący* wtw dom(R) $\cap$ rng(R) $= \varnothing$ (czyli jeśli obiekty odnoszące się i będące odniesieniami tworzą dwa rozłączne zbiory).

DEFINICJA 3. Relacja R jest *kolista* wtw istnieje R-ścieżka, w której obiekt początkowy jest równocześnie obiektem końcowym owej ścieżki. Ścieżkę taką nazywam *cyklem* w relacji R i oznaczam przez C_k, gdzie liczba k to długość cyklu. O relacji R mówię, że jest *zapętlona*, jeśli ma cykl o długości 1. Każdy z obiektów tworzących cykl w relacji R nazywam *samoodnośnym*.

Warunkiem niezbędnym samoodniesienia jest to, by relacja R nie była izolująca, czyli by $\mathrm{dom}(R) \cap \mathrm{rng}(R) \neq \varnothing$. Zachodzi bowiem następująca zależność:

FAKT 1. Jeżeli relacja R jest izolująca, wtedy nie istnieje żaden cykl w R, czyli żaden obiekt należący do $\mathrm{dom}(R)$ nie jest samoodnośny.

Istotnie, występowanie cyklu w relacji R przesądza, że pewien obiekt zarazem odnosi się do czegoś i jest czegoś odniesieniem, czyli $\mathrm{dom}(R) \cap \mathrm{rng}(R) \neq \varnothing$. Łatwo też zauważyć, że

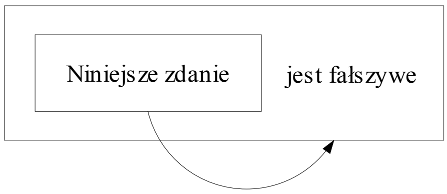
FAKT 2. Jeśli $\mathrm{dom}(R)$ jest zbiorem skończonym oraz domkniętym za względu na R (czyli każdy obiekt będący odniesieniem czegoś zarazem do czegoś się odnosi), to relacja R jest kolista.

Tradycja filozoficzna motywuje wyróżnienie dwóch przypadków samoodnośności:
DEFINICJA 4. (a) Obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest *samoodnośny bezpośrednio* wtw $a \in C_1$, gdzie C_1 jest pętlą w relacji R, czyli aRa (obiekt taki można nazwać punktem stałym relacji R). (b) Obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest *samoodnośny pośrednio* wtw $a \in C_k$, gdzie C_k jest cyklem w relacji R, niebędącym pętlą, tj. $k > 1$.

Definicję powyższą zilustrujmy paroma przykładami. Klasycznym i prawdopodobnie najsłynniejszym przykładem samoodniesienia pierwszego rodzaju jest zdanie (zwane *Zdaniem kłamcy* lub *Zdaniem eubulidesowym*):

(K) Niniejsze zdanie (tj. oznaczone symbolem (K)) jest fałszywe.

Odnosi się ono do siebie samego za pośrednictwem frazy „niniejsze zdanie". Można to zilustrować następująco:



Podobnie w przypadku zdania (zwanego dla kontrastu *Zdaniem prawdomówcy*):

(P) Niniejsze zdanie (tj. zdanie oznaczona symbolem (P)) jest prawdziwe.

Przykłady te warto opatrzyć komentarzem. Po pierwsze, w obu przypadkach mamy do czynienia z samoodniesieniem o charakterze lingwistycznym. Jeśli mówimy, że owe zdania odnoszą się do samych siebie, to trzeba pamiętać, iż jest tak dzięki istnieniu zewnętrznego interpretatora, który nadał odpowiedni sens występującej w ich podmiocie frazie nazwowej „niniejsze zdanie". Po drugie, zdanie (K), w przeciwieństwie do (P), jest antynomialne (na gruncie logiki klasycznej). Znaczy to, że samoodniesienie nie jest warunkiem wystarczającym antynomialności. Czy jest ono chociaż warunkiem koniecznym antynomialności? Czy może istnieją antynomie, w które nie jest uwikłane zjawisko samoodniesienia? Kwestią tą zajmę się później. Tak czy inaczej, pozwala to odróżnić wyrażenia (obiekty), które są samoodnośne w sposób „niewinny" od tych, które są samoodnośne w sposób „złośliwy" (bo konstytuują antynomie). Po trzecie, oba zdania należą do języka potocznego. K. Gödel pokazał, że zdania samoodnośne można również konstruować w pewnych językach formalnych (mianowicie takich, których składnia jest arytmetyzowalna, a formuły są reprezentowane za pomocą kodów liczbowych). Kluczem do owych konstrukcji jest tzw. *Lemat przekątniowy*. Z grubsza rzecz biorąc, głosi on, że jeżeli T jest odpowiednio bogatą teorią (może to być dowolne rozszerzenie arytmetyki Peano), to dla dowolnej formuły $\alpha(x)$ języka J_T (tj. języka teorii T), posiadającej tylko jedną zmienną wolną x, istnieje w J_T zdanie β takie, że tezą T jest równoważność postaci: $\beta \equiv \alpha(\ulcorner\beta\urcorner)$, gdzie $\ulcorner\beta\urcorner$ jest nazwą kodu liczbowego (numeru Gödlowskiego) zdania β. Zdanie β postulowane przez to twierdzenie nazywa się *punktem stałym formuły* $\alpha(x)$. Jeśli formułę $\alpha(x)$ odczytalibyśmy: x jest zdaniem fałszywym (ściślej: zdanie o kodzie liczbowym x jest fałszywe; w zapisie symbolicznym: $Fa(x)$), to — z uwagi na powyższy lemat — istnieje zdanie λ, które na gruncie teorii T jest inferencyjnie równoważne zdaniu $Fa(\ulcorner\lambda\urcorner)$.[1] Problem samoodnośności zdań uzyskanych za pomocą tego lematu, np. zdania λ, ma dwa aspekty: pragmatyczny i syntaktyczno-semantyczny. Zajmijmy się najpierw aspektem drugim. Przede wszystkim zauważmy, że równoważność (materialna) zdań λ i $Fa(\ulcorner\lambda\urcorner)$ nie przesądza, iż $Fa(\ulcorner\lambda\urcorner)$ — które pod względem formy odpowiada zdaniu kłamcy — jest samoodnośne. Decydujący wpływ ma tu kształt zdania λ. Powstaje więc pytanie, czy $\ulcorner\lambda\urcorner$ jest nazwą kodu (liczebnikiem) zdania $Fa(\ulcorner\lambda\urcorner)$? Zauważmy więc, że u podstaw lematu przekątniowego leży procedura zwana *diagonalizacją* (korzysta się z niej w dowodzie tego twierdzenia). W miarę możliwości spróbuję ją przystępnie objaśnić (zob. też Smullyan 1994, s. 3-4). Otóż diagonalizacja jest szczególnym przypadkiem operacji podstawiania. Porównajmy ze sobą następujące dwa zwroty:

(i) Wyrażenie, które powstaje przez podstawienie w wyrażeniu φ za zmienną x nazwy (numeru Gödlowskiego) wyrażenia ψ.

(ii) Wyrażenie, które powstaje przez podstawienie w wyrażeniu φ za zmienną x nazwy (numeru Gödlowskiego) wyrażenia φ.

Rzecz jasna, (ii) jest szczególnym przypadkiem (i). Wynikiem podstawiania wykonanego zgodnie z (ii) jest wyrażenie kształtu $\varphi(\ulcorner\varphi(x)\urcorner)$. Diagonalizacja to właśnie podstawianie typu (ii): diagonalizacją formuły $\alpha(x)$ jest zdanie powstałe z $\alpha(x)$ przez podstawienie za występującą w niej zmienną x nazwy (numeru Gödlowskiego) tej formuły. Weźmy przykładowo formułę „Jan czyta x", którą skracam pisząc

(1) JC(x),

Diagonalizacją (1) jest zdanie kształtu

[1] Predykat fałszywości można zdefiniować jako negację prawdziwości: $Fa(x) \equiv \neg Pr(x)$.

(2) $\mathrm{JC}(\ulcorner \mathrm{JC}(x)\urcorner)$.

Stwierdza ono, że Jan czyta (1), tj. Jan czyta „Jan czyta x". Zdanie (2) nie jest samoodnośne, ponieważ nie stwierdza, że Jan czyta (2). Zamiast pisać „diagonalizacja (wyrażenia) …" będę używał skrótu „$d(\cdot)$". Rozważmy teraz formułę:

(3) $\mathrm{JC}(d(x))$.

Możemy ją odczytywać: Jan czyta diagonalizację (wyrażenia) x. Diagonalizacją (3) jest zdanie kształtu

(4) $\mathrm{JC}(d(\ulcorner \mathrm{JC}(d(x))\urcorner))$.

Zdanie (4) stwierdza, że Jan czyta diagonalizację (3). Zarazem diagonalizacją (3) jest (4). A zatem zdanie (4) stwierdza, że Jan czyta (4), czyli jest ono samoodnośne. Samoodnośny charakter zdań powstałych za pomocą diagonalizacji wyraża się równością $d(\ulcorner \alpha(d(x))\urcorner) = \ulcorner \alpha(d(\ulcorner (d(x))\urcorner))\urcorner$. „Arytmetyczne" zdanie kłamcy otrzymuje zatem postać:

(5) $Fa(d(\ulcorner Fa(d(x))\urcorner))$.

Głosi ono, że diagonalizacja formuły $Fa(d(x))$ spełnia $Fa(x)$, czyli jest fałszywa. Ale diagonalizacją $Fa(d(x))$ jest właśnie (5). Stąd (5) jest samoodnośne i orzeka o sobie samym, że jest fałszywe. Przypomnijmy, na mocy lematu przekątniowego istnieje zdanie λ, które jest inferencyjnie równoważne (na gruncie T) zdaniu $Fa(\ulcorner \lambda \urcorner)$. Zdanie $Fa(\ulcorner \lambda \urcorner)$ na pewno odnosi się do zdania λ (za pośrednictwem liczebnika $\ulcorner \lambda \urcorner$), ale λ nie jest zdaniem kształtu $Fa(\ulcorner \lambda \urcorner)$, lecz raczej ma ono postać (5). W efekcie zdanie $Fa(\ulcorner \lambda \urcorner)$ nie jest samoodnośne; samoodnośne jest natomiast zdanie λ, chociaż różni się ono od „potocznego" zdania kłamcy, stanowiącego jego inspirację. Analiza zdania (5) sugeruje wzmocnienie lematu przekątniowego: jeżeli T jest odpowiednio bogatą teorią, to dla dowolnej formuły $\alpha(x)$ języka J_{T}, posiadającej jedną zmienną wolną x, istnieje w J_{T} term stały t_α, którego wartością jest kod zdania $\alpha(t_\alpha)$, czyli tezą T jest równość: $t_\alpha = \ulcorner \alpha(t_\alpha)\urcorner$ (Smullyan 1985). Term ten ma postać: $d(\ulcorner \alpha(d(x))\urcorner)$. Skoro t_α odnosi się do kodu zdania $\alpha(t_\alpha)$, więc $\alpha(t_\alpha)$ jest zdaniem (bezpośrednio) samoodnośnym. Ponadto $\alpha(t_\alpha)$ jest inferencyjnie równoważne (na gruncie T) zdaniu $\alpha(\ulcorner \alpha(t_\alpha)\urcorner)$, czyli jest ono jednym z tych zdań β, dla których $\beta \equiv \alpha(\ulcorner \beta \urcorner)$ jest tezą teorii T. Tak więc, zdanie $Fa(e)$, gdzie $e = \ulcorner Fa(e)\urcorner$, skonstruowane zgodnie ze wzmocnionym lematem przekątniowym, jest lepszym (niż poprzednie) odpowiednikiem „potocznego" zdania kłamcy.

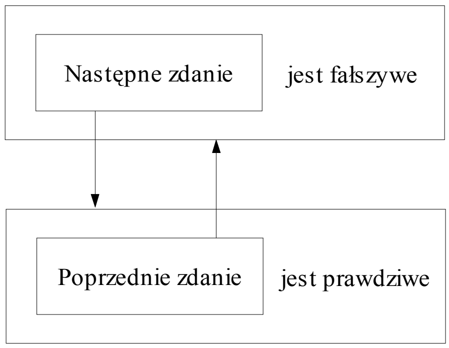
Możemy teraz zająć się aspektem pierwszym. Problem samoodnośności zdań uzyskanych opisaną wyżej metodą można rozpatrywać rozróżniając poziomy, na których używamy wyrażeń języka J_{T}: (1) poziom danego systemu formalnego, w którym wyrażenia są niezinterpretowane, (2) poziom arytmetyczny, na którym mówimy o liczbach i ich własnościach, (3) poziom metamatematyczny, na którym mówimy o pewnych własnościach wyrażeń owego systemu (zob. w tej kwestii np. Krajewski 2003, ss. 123-125; tam też znajdują się odniesienia do innych prac poświeconych temu zagadnieniu). Zdanie kłamcy literalnie odczytane ma treść czysto arytmetyczną, tj. mówi coś o pewnej liczbie (mianowicie, że nie ma ona pewnej arytmetycznej własności). Oczywiście, przy tym odczytaniu zdanie to nie jest samoodnośne. Jeśli natomiast liczbę ową zinterpretujemy jako kod zdania kłamcy, a własność ją dotyczącą jako odpowiednią własność metamatematyczną, to rozważane zdanie stanie się samoodnośne. Można powiedzieć, że interpretacja owa jest dodatkowym sensem, wniesionym do arytmetyki z zewnątrz (przez jakiegoś interpretatora). Dodajmy na koniec, że zdanie kłamcy (jego „arytmetyczna" postać) ma szereg wariantów, wykorzystywanych w dowodach pewnych ważnych metamatematycznych twierdzeń. Najbardziej znanymi są: zdanie Gödla pokazujące niezupełność PA (orzeka ono swą własną niedowodliwość) oraz hipotetyczny program (maszyna) pokazujący nierozwiązywalność problemu stopu (dla maszyn Turinga).

Przykładem samoodnośności drugiego rodzaju są zdania składające się na tzw. „Koło kłamców":

(K_1) Następne zdanie jest fałszywe,

(K_2) Poprzednie zdanie jest prawdziwe.

Stosunki między tymi dwoma zdaniami przedstawia poniższy rysunek:



Również te zdania mają swoje „arytmetyczne" odpowiedniki (Smullyan 1985, s. 442-443). Na „Kole kłamców" wzorowany jest przykład zdań wzajemnie odnośnych podany przez Kripkego. W trakcie debaty politycznej Jones wypowiedział tylko jedno zdanie (alternatywnie: jeśli wypowiedział więcej zdań, to były to zdania wyłącznie prawdziwe):

(J) Większość wypowiedzi Nixona o aferze Watergate jest fałszywych.

Z kolei, Nixon oznajmił:

(N) Wszystkie wypowiedzi Jonesa o aferze Watergate są prawdziwe.

Zauważmy, że antynomialność zdań (J) i (N) zależy od kontekstu konwersacyjnego, mianowicie liczby wypowiedzianych przez Nixona zdań prawdziwych i fałszywych; są one antynomialne, jeśli wśród wypowiedzi Nixona dotyczących afery Watergate — różnych od (N) — albo zdań fałszywych jest tyle samo, co zdań prawdziwych, albo liczba zdań fałszywych jest o jeden większa.

Kolejne przykłady pochodzą z teorii mnogości. Przyjmijmy, że zbiór x odnosi się do zbioru y wtw $y \in x$. Samoodnośny bezpośrednio jest zbiór będący rozwiązaniem równania $x = \{x\}$. Samoodnośne pośrednio są natomiast zbiory będące rozwiązaniem następującego układu równań: $x = \{a, y\}$, $y = \{b, z\}$, $z = \{x\}$, gdzie a, b są określonymi zbiorami (lub atomami), których używamy jako „stałych”.[2]

I jeszcze jeden przykład, pochodzący z teorii wiedzy. Analiza tzw. wiedzy wspólnej (ang. *common knowledge*) na temat pewnej sytuacji wymaga dopuszczenia występowania sytuacji kolistych. W literaturze można się spotkać z następującą łamigłówką, zwaną *paradoksem Conwaya*. Czworo dzieci bawi się w ogrodzie. Mama zakazała im się ubrudzić pod groźbą surowej kary. Jak to zwykle w takiej sytuacji bywa, każde dziecko stara się ubrudzić inne, ale tak, aby nie mogło ono o tym wiedzieć, powiedzmy na czole. W efekcie po pewnym czasie część dzieci, powiedzmy dwoje, ma brudne czoło. Oczywiście żadne dziecko nie wie, czy jest brudne (ponieważ nie może obejrzeć swojego czoła), ale wie, które z pozostałych dzieci są brudne. Tata po powrocie do domu zauważa ubrudzone dzieci i mówi: Co najmniej jedno z was jest brudne. Czy któreś bez wahania może przyznać się do tego? Oczywiście, żadne dziecko nie przyznaje się, gdyż nie widzi własnego czoła. Pytanie zostaje powtórzone. Dopiero teraz brudne dzieci bez wahania przyznają się do winy. Rozwiązanie tej łamigłówki wymaga pewnych założeń dotyczących wiedzy wspólnej. Przede wszystkim analiza jej wymaga dopuszczenia występowania zjawiska kolistości. Załóżmy, że dana jest pewna sytuacja s i że s potwierdza pewien sąd p dotyczący sytuacji s. Sąd p należy do wspólnej wiedzy grupy G, jeśli:

(1) każdy osobnik należący do G wie, że p;

---

[2] Zbiory tego typu dopuszcza teoria hiperzbiorów (**AFA**), zaproponowana przez Petera Aczela w pracy *Non-well-founded Sets* (1988). Zawiera ona wszystkie aksjomaty teorii mnogości Zermela-Fraenkla (**ZF**) z wyjątkiem aksjomatu ufundowania (regularności), który zostaje zastąpiony aksjomatem antyufundowania (głosi on, że każdy oznaczony graf punktowy posiada dokładnie jedną dekorację, czyli obrazuje dokładnie jeden zbiór). Dołączenie tego nowego aksjomatu dość radykalnie rozszerza uniwersum zbiorów, mianowicie dopuszczone zostają zbiory, które nie są dobrze ufundowane, bo są np. zapętlone. Alternatywny w stosunku do powyższego sposób konstytuowania hiperzbiorów, gwarantujący szeroki zakres zastosowań omawianej teorii, wykorzystuje tzw. *lemat rozwiązań* (gwarantuje on, że każdy układ równań (1) jest spełniony przez pewną kolekcję zbiorów z **AFA**-uniwersum, będącą jego rozwiązaniem oraz (2) istnieje dokładnie jedna taka kolekcja). Na jego mocy istnieje dokładnie jeden zbiór, mianowicie Ω, spełniający równanie $x = \{x\}$. Również układ równań z przykładu drugiego ma (dokładnie jedno) rozwiązanie w postaci następującej kolekcji (nieufundowanych) zbiorów: $p = \{a, \{b, \{\{p\}\}\}\}$, $q = \{b, \{p\}\}$ oraz $r = \{p\}$. Zob. Barwise, Etchemendy 1987, s. 48-53; Barwise, Moss 1996, s. 67-76.

(2) każdy osobnik należący do G wie, że (1);

$(n + 1)$ każdy osobnik należący do G wie, że (n).

Tego typu wiedza jest nierzadko najistotniejszą częścią wiedzy wspólnej. Modelując sytuację s (potwierdzającą dany sąd p) musimy uwzględnić sądy (fakty), które zachodzą w s. Trzeba więc przyjąć, że s jest sytuacją zawierającą nie tylko fakt wyrażany przez sąd p, ale także fakt, że każdy rozmówca wie, że p oraz fakt, że każdy rozmówca zna sytuację s. Pojawia się tym samym kolistość. Istnieje wiele teorii dostarczających analizy wspólnej wiedzy. Jedną z nich jest teoria Barwise'a opierająca się na pojęciu punktu stałego i teorii zbiorów nieufundowanych P. Aczela. (Jak jest możliwe, że chociaż tata nie podał po pierwszym pytaniu żadnej nowej informacji, a jedynie owo pytanie powtórzył, dzieci zachowały się trafnie? Rozważmy w tym celu rozumowanie jakiegoś dziecka o brudnym czole, powiedzmy Alfa. Alfa wie, że co najmniej jedno dziecko jest brudne (ale nie więcej niż dwoje). Widzi bowiem twarze wszystkich dzieci z wyjątkiem własnej. Stąd niczego nie może stanowczo stwierdzić o sobie, wie natomiast, które z pozostałych dzieci są brudne. Niech tym drugim brudnym dzieckiem będzie Beta. Po usłyszeniu pierwszego pytania i braku na nie odpowiedzi, Alfa rozumuje następująco: Skoro Beta od razu się nie przyznał, więc wie on, że ktoś jeszcze jest brudny (czego ja nie wiem). Nie widzę, aby ktoś inny poza Betą był jeszcze brudny. A więc, ja muszę być tym drugim brudnym dzieckiem.)

Zdefiniujmy jeszcze jedną własność charakteryzującą relację odniesienia:

DEFINICJA 5. Relacja R jest *refleksywna* wtw $\mathrm{dom}(R) \subseteq \mathrm{rng}(R)$.

Mówiąc swobodnie, w przypadku relacji refleksywnej każdy obiekt odnoszący się do czegoś jest zarazem odniesieniem czegoś. Metaforycznie: dziedzina „odbija" — niczym zwierciadło — przeciwdziedzinę. Z relacją refleksywną mamy do czynienia np. w różnych sytuacjach samoobserwacji: oglądania siebie w lustrze lub analizy introspekcyjnej, w trakcie której badamy własne przeżycia psychiczne. Na terenie sztuki ma ona swoją ilustrację w postaci obrazu przedstawiającego pokój, w którym wisi on sam. Teoria, w której relacja R jest refleksywna, może nie tylko odnosić się do obiektów ze „świata zewnętrznego" (opisywać je lub oznaczać), ale także może odnosić się do swej własnej zawartości — w szczególności swoich tez.

Refleksywność sama przez się nie jest warunkiem wystarczającym kolistości relacji odniesienia (R) (ani też warunkiem koniecznym). Twierdzenie to ilustruje następująca nieskończona sekwencja:

$$\ldots\, b_k R \,\ldots\, R\, b_1 R\, b_0,$$

w której wszystkie obiekty począwszy od b_1 należą do $\mathrm{dom}(R)$, czyli dla każdego $k > 0$, $b_k \in \mathrm{dom}(R)$. Przypomnijmy, relacja R jest kolista, jeśli pewien element z jej dziedziny odnosi się do samego siebie. Jeżeli relacja R jest refleksywna, to dla każdego elementu $a \in \mathrm{dom}(R)$ istnieje element $b \in \mathrm{dom}(R)$ taki, że b odnosi się do a (tj.

istnieje R-ścieżka z b do a). Nic jednak nie wymusza, by element b był identyczny z elementem a.

Można powiedzieć, że refleksywność jest epifenomenem kolistości. Relacja R mająca własność refleksywności jest kolista, o ile jej dziedzina jest zbiorem skończonym lub zawiera jakiś obiekt uniwersalny (uniwersalnie odnośny). Zależność pierwsza jest oczywista. Zajmę się więc zależnością drugą.

DEFINICJA 6. Mówię, że obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest *uniwersalny* (z uwagi na relację R) wtw dla każdego $b \in \mathrm{rng}(R)$, a odnosi się do b.

Uniwersalny jest program (maszyna Turinga) pokazujący nierozwiązywalność problemu stopu. Uniwersalne jest też np. zdanie: *W każdym zdaniu języka polskiego występuje czasownik*. Mamy tu do czynienia ze zdaniem, które jest o dowolnym zdaniu języka polskiego (w tym o sobie samym). Dodajmy, że tego typu generalizacje nazywa się niekiedy *zdaniami samostosowalnymi* (i odróżnia od zdań samoodnośnych, charakteryzujących się występowaniem frazy nazwowej, za pomocą której zdanie odnosi się do samego siebie).

Jednakże w ogólnym przypadku, sama uniwersalność nie pociąga samoodniesienia. Można łatwo pokazać, że

FAKT 3. Jeżeli obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest uniwersalny, a ponadto relacja R jest refleksywna, to obiekt ów jest samoodnośny (bezpośrednio).

Uzasadnienie. Załóżmy, że obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest uniwersalny i R jest refleksywna. Wtedy dla każdego $b \in \mathrm{rng}(R)$, aRb. Ponieważ $\mathrm{dom}(R) \subseteq \mathrm{rng}(R)$, więc w szczególności aRa. ■

Teorie, które mogą odnosić się do swej własnej zawartości i w których można formułować zdania uniwersalne, skazane są na samoodnośność i ryzyko wystąpienia antynomii.

Zależność, o której tu mowa, zilustruję przykładem zaczerpniętym z teorii mnogości. Otóż na gruncie naiwnej teorii mnogości zbiór określa się jako dowolną kolekcję określonych przedmiotów, m.in. zbiorów. Można więc pomyśleć o zbiorze wszystkich zbiorów; oznaczmy go przez V. Przyjmujemy, że zbiór x odnosi się do zbioru y wtw $y \in x$. W tym sensie zbiór V jest uniwersalny, gdyż odnosi się do wszystkich — w ogóle — zbiorów jako swych elementów. Ponadto relacja odniesienia jest refleksywna, gdyż jej dziedzina zawiera się w przeciwdziedzinie. Stąd zbiór V jest samoodnośny (bezpośrednio), $V \in V$, co powoduje komplikację, zwaną *antynomią Cantora*.

Z analogiczną sytuacją mamy do czynienia na gruncie semantyki sytuacyjnej Barwise'a i Etchemendy'ego, gdzie wprowadza się ograniczenie, że nie wolno wygłaszać sądów dotyczących wszystkich faktów (całego świata). Grozi to bowiem sprzecznością.

Samoodniesieniu (kolistości) towarzyszy nieugruntowanie (ale nie na odwrót).

DEFINICJA 7. Obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ nazywam *ugruntowanym* wtw nie istnieje nieskończona sekwencja elementów $a_0, a_1, a_2, \ldots$ taka, że $a_0 = a$ oraz dla każdego $i = 0, 1, 2, \ldots, a_i R a_{i+1}$. Jeżeli taka sekwencja istnieje, obiekt ów nazywam *nieugruntowanym*.

Tak więc, obiekty ugruntowane mają skończone R-ścieżki. Obiekty nieugruntowane mają nieskończone R-ścieżki: obiekt a jest nieugruntowany, gdy a jest pierwszym elementem pewnej nieskończonej R-ścieżki, w której każdy następny obiekt jest odniesieniem poprzedniego. Można to przedstawić następująco:

$$a \to a_1 \to a_2 \to \ldots .$$

Jako przykład można podać nieskończoną sekwencję zdań, z których każde stwierdza prawdziwość następnego.

UWAGA. Powyższa definicja obiektu ugruntowanego stanowi analogon teoriomnogościowego pojęcia zbioru dobrze ufundowanego. Przypomnijmy, zbiór X określamy jako dobrze ufundowany, jeśli nie istnieje żaden nieskończony ciąg zbiorów taki, że $\ldots \in X_i \in X_{i-1} \in \ldots \in X_1 \in X_0 = X$; w przeciwnym przypadku jest on nieufundowany. ■

Można łatwo pokazać, że:

FAKT 4. Jeżeli obiekt $a \in \mathrm{dom}(R)$ jest samoodnośny, to jest nieugruntowany (ale nie na odwrót, chyba że pole relacji R jest zbiorem skończonym).

Uzasadnienie. Niech $a_0, a_1, \ldots, a_k$ będzie cyklem w R i niech $a = a_0 = a_k$. Nieskończoną sekwencję, o której mowa w powyższej definicji, otrzymujemy przez powtórzenie nieskończenie wiele razy owego cyklu:

$$a_0 \, R \, a_1 \, R \ldots R \, a_k \, (= a_0) \, R \, a_1 \, R \ldots R \, a_k \, (= a_0) \, R \, a_1 \ldots . \blacksquare$$

Zachodzi też następująca zależność:

FAKT 5. Gdy relacja R ma charakter izolujący, czyli $\mathrm{dom}(R) \cap \mathrm{rng}(R) = \varnothing$, wówczas wszystkie elementy są ugruntowane.

Uzasadnienie. Gdy relacja R ma charakter izolujący, to dla dowolnego obiektu $a \in \mathrm{dom}(R)$ nie istnieje sekwencja taka, że $a = a_0$ oraz $a_0 R a_1 R a_2 R \ldots$. Gdyby taka sekwencja istniała, wówczas każdy z obiektów $a_1, a_2, \ldots$ należałby do $\mathrm{dom}(R)$ i zarazem do $\mathrm{rng}(R)$ wbrew założeniu, że R jest relacją izolującą. ■

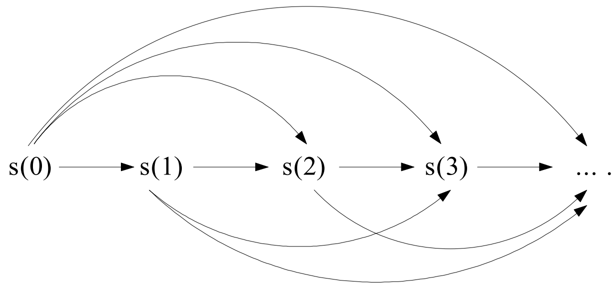
Nieugruntowanie nie zawsze prowadzi do antynomii, chociaż antynomie są często skutkiem ubocznym nieugruntowania. Stephen Yablo (1993) przedstawił konstrukcję, zwaną *antynomią Yablo* lub ω-*Kłamcą*, w której wszystkie składające się na nią zdania są nieugruntowane oraz żadne z występujących w niej zdań nie odnosi się do siebie samego ani bezpośrednio, ani pośrednio, a mimo to generuje ona sprzeczność. Znaczy to, że samoodnośność nie jest ani warunkiem wystarczającym, ani koniecznym powstania antynomii. Dokładniej, antynomię Yablo otrzymujemy biorąc pod uwagę nieskończony ciąg zdań, z których każde głosi jedynie, że wszystkie zdania następujące po nim są nieprawdziwe (zob. Apendyks, punkt 1). Ciąg ów można przedstawić w postaci następującego zbioru:

$$\{\langle s(k), \forall n > k\, \neg Pr(s(n))\rangle : k \geq 0\}$$

lub zbioru (jeśli kwantyfikator generalny zastąpimy przez nieskończoną koniunkcję):

$$\{\langle s(k), \neg Pr(s(k+1)) \wedge \neg Pr(s(k+2)) \wedge \neg Pr(s(k+3)) \wedge \ldots\rangle : k \geq 0\},$$

gdzie *Pr* jest predykatem prawdy, $s(k)$ zaś jest nazwą k-tego zdania. Relację odniesienia dla rozważanej sekwencji zdań reprezentuje następujący diagram:



Antynomia Yablo stała się wzorcem konstrukcji innych antynomii, mających obywać się bez zjawiska kolistości (np. jeśli każde ze zdań $s(k)$ zastąpimy implikacją postaci:

$$\forall n > k\, (Pr(s(n)) \rightarrow \bot),$$

gdzie $\bot$ reprezentuje fałsz, to uzyskamy infinitarny paradoks Curry'ego). Pozwolę sobie w związku z tym na dygresję w kwestii natury tej antynomii. Według G. Priesta (Priest 1997), antynomia Yablo należy do tej samej rodziny, co antynomia kłamcy. Również w nią uwikłane jest zjawisko kolistości, chociaż nie w sposób jawny. Aby to uwidocznić, Priest nadaje jej postać „skończoną" w ten sposób, że sekwencję zdań konstytuujących antynomię Yablo zastępuje formułą postaci:

$$\text{(Y)} \qquad \forall x (Y(x) \equiv \forall y > x\, \neg Sat(y, \ulcorner Y(x) \urcorner)),$$

gdzie *Sat* jest 2-argumentowym arytmetycznym predykatem spełniania, $Y(x)$ zaś jest predykatem Yablo. Prawa strona równoważności (Y) głosi — w języku arytmetyki PA wzbogaconym o predykat spełniania — że żadna liczba większa od x nie spełnia formuły $Y(x)$ (to, że zamiast o nieprawdziwości mówi się tu o niespełnieniu formuły przez liczby, jest nieistotnym szczegółem). Predykat $Y(x)$ jest punktem stałym predykatu: $\forall y > x\, \neg Sat(y, z)$, tj. zdanie (Y) jest tezą rozważanej teorii. Otrzymujemy z niego zdania $Y(\mathbf{0})$, $Y(\mathbf{1})$, $Y(\mathbf{2})$, …, które można uznać za tworzące antynomię Yablo. Zdanie (Y) w połączeniu z

(S) $\forall y(Sat(y, \ulcorner Y(x) \urcorner) \equiv Y(y))$.

prowadzi do sprzeczności. Jeżeli uznamy, że pojęcie punktu stałego w logice matematycznej trafnie wyraża ideę samoodniesienia zastosowaną do wyrażeń językowych, to antynomia Yablo sformalizowana w ramach arytmetyki PA opiera się na zjawisku kolistości (zob. komentarz do „arytmetycznej" wersji zdania kłamcy). Można jednak argumentować, że Priest przez skompresowanie zbioru zdań $Y(\mathbf{0})$, $Y(\mathbf{1})$, $Y(\mathbf{2})$, … zbudował „nową" antynomię, strukturalnie różną od antynomii Yablo (bo skończoną) i opierającą się na zjawisku samoodnośniesienia (*via* Lemat przekątniowy i numeracja Gödlowska).

Następna konstrukcja nawiązuje z jednej strony do antynomii Yablo, z drugiej zaś do antynomii Berry'ego i „Hotelu Hilberta". Niech $e(1)$, $e(2)$, … będzie przeliczalną (niekoniecznie skończoną) listą nazw jednostkowych. Niektóre z nich mogą być nazwami liczb całkowitych dodatnich, których zbiór oznaczam symbolem C^+. Niech max($e(1)$, $e(2)$, …) nazywa największą liczbę spośród liczb nazywanych przez $e(1)$, $e(2)$, … ; jeśli żadne z wyrażeń $e(1)$, $e(2)$, … nie jest nazwą jakieś liczby z C^+, wtedy max($e(1)$, $e(2)$, …) = 0; jeśli zaś istnieje nieskończenie wiele różnych liczb z C^+ nazywanych przez $e(1)$, $e(2)$, … (tj. nie istnieje liczba największa wśród liczb nazywanych przez $e(1)$, $e(2)$, …), wtedy max($e(1)$, $e(2)$, …) = ω (pierwsza pozaskończona liczba porządkowa). Rozważana konstrukcja ma postać nieskończonego ciągu nazw, takich, że k-ta nazwa $d(k)$ odnosi się do liczby $1 + \max(d(k+1), d(k+2), \ldots)$, gdzie $\max(d(k+1), d(k+2), \ldots)$ oznacza największą liczbę spośród liczb desygnowanych przez nazwy następujące po $d(k)$. Ciąg ten można przedstawić w postaci następującego zbioru:

$$\{\langle d(k), 1 + \max(d(k+1), d(k+2), \ldots)\rangle : k \geq 0\}.$$

Można pokazać, że sekwencja ta jest antynomialna, mimo że żaden jej element nie jest samoodnośny, a ponadto nie jest „przeczący" (zob. Apendyks, punkt 2).

Można wyróżnić kilka warunków koniecznych, z uwagi na które dana sekwencja wyrażeń jest antynomialna, mimo że nie jest kolista:

— jest ona nieskończona;

— istnieje co najmniej jedna nieskończona R-ścieżka startująca od wyrażenia w_0 i dla każdego $k \geq 0$ oraz każdego $n > k$, $w_k \, R \, w_n$;

— wszystkie wyrażenia w owej sekwencji są nieugruntowane;

— dla dowolnej liczby k, „poprzedniki" wyrażenia w_k są nieistotne w tym sensie, że nawet po ich usunięciu „reszta" sekwencji będzie nadal antynomialna.

Przedstawiliśmy powyżej niektóre warunki sprzyjające pojawieniu się zjawiska kolistości (samoodniesienia). Wskazaliśmy przy tym, że samo przez się nie jest ono antynomiotwórcze. Stąd pomysł rozwiązania antynomii przez wykluczenie zjawiska kolistości należy uznać za chybiony. Trafne zlokalizowanie i adekwatne wyjaśnienie źródeł antynomii powinno koncentrować się raczej na własnościach relacji odniesienia i jej argumentów. Na zakończenie warto zwrócić uwagę na jeszcze jedną kwestię.

Otóż G. Priest pokazał, jak „nieskończoną” antynomię można przekształcić w odpowiednią „skończoną” antynomię, co ma świadczyć o tym, że kolistość jest istotna dla powstania antynomii. Aby uchylić ten wniosek, należy wskazać sposób na przekształcenie odwrotne. Czy można zdefiniować funkcję „przekładu” przyporządkowującą każdemu wyrażeniu samoodnośnemu nieskończoną sekwencję wyrażeń, która

— nie zawiera żadnego cyklu oraz

— zachowuje wszystkie najważniejsze własności wyrażenia „wyjściowego” (np. jeżeli jest ono antynomialne, to przyporządkowana mu sekwencja też będzie antynomialna)?

Sądzę, że znalezienie odpowiedzi na to pytanie pomoże wskazać własności odpowiedzialne za powstawanie antynomii.

APENDYKS

1. Rozumowaniu tworzącemu antynomię Yablo można nadać następującą postać formalną (różni się ono nieco od przedstawionego przez S. Yablo z uwagi na użycie w roli przesłanki zasady (A)). Ponieważ warunki prawdziwości zdań tworzących sekwencję

$$\{\langle s(k), \forall n > k \neg Pr(s(n))\rangle : k \geq 0\}$$

są strukturalnie takie same (tj. nie różnią się budową), możemy je zamknąć w jednej ogólnej zasadzie (regule heurystycznej):

$$\text{(A)} \qquad \forall k(Pr(s(k)) \equiv \forall n > k \neg Pr(s(n)))$$

Przypuśćmy teraz, że $Pr(s(0))$. Dalej rozumujemy następująco. Z jednej strony,

$$Pr(s(0)) \rightarrow \forall n > 0 \neg Pr(s(n)) \qquad \text{(na mocy (A))}$$
$$\rightarrow \neg Pr(s(1))$$

Z drugiej zaś,

$$Pr(s(0)) \rightarrow \forall n > 0 \neg Pr(s(n)) \qquad \text{(na mocy (A))}$$
$$\rightarrow \forall n > 1 \neg Pr(s(n))$$
$$\rightarrow Pr(s(1)) \qquad \text{(na mocy (A)),}$$

Przez *reductio ad absurdum* otrzymujemy: $\neg Pr(s(0))$. Przyjmijmy więc: $\neg Pr(s(0))$. Znaczy to — w uwagi na zasadę (A) — że na rozważanej liście, wśród zdań następujących po $s(0)$, istnieje co najmniej jedno zdanie prawdziwe, tj. $\exists n > 0\ Pr(s(n))$. Niech $s(m)$ będzie pierwszym takim zdaniem. Dalej rozumujemy następująco.

$$Pr(s(m)) \rightarrow \forall n > m \neg Pr(s(n)) \qquad \text{(na mocy (A))}$$
$$\rightarrow \neg Pr(s(m + 1))$$

Z drugiej strony,

$$Pr(s(m)) \to \forall n > m\ \neg Pr(s(n)) \qquad \text{(na mocy (A))}$$
$$\to \forall n > m + 1\ \neg Pr(s(n))$$
$$\to Pr(s(m + 1)) \qquad \text{(na mocy (A))}$$

Przez *reductio ad absurdum* otrzymujemy: nieprawda, że $Pr(s(\mathrm{m}))$. Sprzeczność.

2. Rozumowaniu tworzącemu antynomię drugą można nadać następującą postać formalną (Simmons 2005). Zapytajmy: Czy każda z nazw tworzących sekwencję

$$\{\langle d(k),\ 1 + \max(d(k + 1), d(k + 2), \ldots)\rangle : k \geq 0\}.$$

desygnuje pewną (dokładnie jedną) liczbę? Niech $d(k)$ będzie jedną — obojętne którą — spośród tych nazw. Przypuśćmy dla dowodu nie wprost, że

(Z) $d(k)$ nazywa liczbę p, dla pewnego $p \in C^+$,

Ponieważ rozważana nazwa ma postać

$d(k)$ $1 + \max(d(k + 1), d(k + 2), \ldots)$

oraz

$d(k)$ nazywa p,

więc

$$\max(d(k + 1), d(k + 2), \ldots) = p - 1.$$

Istnieje więc wśród nazw $d(k + 1)$, $d(k + 2)$, … taka, która nazywa $p - 1$; niech to będzie $d(n)$. Ma ona postać

$d(n)$ $1 + \max(d(n + 1), d(n + 2), \ldots)$.

UWAGA. Oczywiście istnieje dokładnie jedna taka nazwa. W przeciwnym bowiem przypadku otrzymalibyśmy, że $p - 2 \geq p - 1$, co jest wykluczone. Istotnie, przypuśćmy, że $d(m)$ i $d(n)$ obie nazywają liczbę $p - 1$. Możemy też założyć — nic nie tracąc z ogólności — że $m < n$. Zatem $d(m)$ ma postać

$d(m)$. $1 + \max(d(m + 1), d(m + 2), \ldots)$.

Skoro $d(m)$ nazywa liczbę $p - 1$, więc

$$\max(d(m + 1), d(m + 2), \ldots, d(n), \ldots) = p - 2.$$

Ponieważ jednak — na mocy założenia — również $d(n)$ nazywa liczbę $p - 1$, więc $\max(d(m + 1), d(m + 2), \ldots) \geq p - 1$. Ostatecznie, $p - 2 \geq p - 1$. ■

Skoro $d(n)$ nazywa liczbę $p - 1$, więc $\max(d(n+1), d(n+2), \ldots) = p - 2$. Znaczy to, że wśród $d(n+1)$, $d(n+2)$, … istnieje jakaś nazwa, powiedzmy $d(l)$, która nazywa liczbę $p - 2$. Postępując dalej analogicznie otrzymamy nazwę, powiedzmy $d(z)$, która nazywa liczbę 1. Nazwa $d(z)$ ma postać:

$d(z)$. $\quad 1 + \max(d(z+1), d(z+2), \ldots)$.

Wobec tego, że $d(z)$ nazywa liczbę 1, $\max(d(z+1), d(z+2), \ldots) = 1 - 1 = 0$. Z uwagi na definicję operacji „max":

(*) Ani $d(z+1)$, ani $d(z+2)$, ani … nie nazywa żadnej liczby z C^+.

W szczególności mamy więc, że

(**) $d(z+1)$ nie nazywa żadnej liczby z C^+.

Nazwa ta ma postać:

$d(z+1)$. $\quad 1 + \max(d(z+2), d(z+3), \ldots)$.

Na mocy (*) ani $d(z+2)$, ani $d(z+3)$, ani … nie nazywa żadnej liczby z C^+. Stąd $\max(d(z+2), d(z+3), \ldots) = 0$. Ale wtedy $d(z+1)$ nazywa liczbę $1 + 0$, czyli:

(***) Nazwa $d(z+1)$ nazywa pewną liczbę z C^+, mianowicie 1.

Sprzeczność (**) i (***). Obala ona założenie (Z), czyli $d(k)$ nie nazywa żadnej liczby z C^+. Wobec dowolności k, jest tak dla każdej nazwy $d(k)$. Stąd dla dowolnego k, $\max(d(k), d(k+1), \ldots) = 0$. W szczególności,

$\max(d(2), d(3), \ldots) = 0$

$\max(d(3), d(4), \ldots) = 0$, itd.

Ale wtedy

$d(1)$, nazywa $1 + 0$,

$d(2)$, nazywa $1 + 0$, itd.

Ogólnie, $d(k)$ nazywa $1 + 0$. Reasumując:

$d(k)$ nie nazywa żadnej liczby z C^+ oraz

$d(k)$ nazywa pewna liczbę z C^+ (mianowicie 1).

Sprzeczność.

BIBLIOGRAFIA

Aczel P. (1988), *Non-well-founded Sets*, CSLI Lecture Notes, Stanford.
Barlett, S. J., Suber P. (1987), *Self-Reference: Reflections on Reflexivity*, Martinus Nijhoff Publ., Dordrecht.
Barwise J., Moss L. (1996), *Vicious Circles. On the Mathematics of Non-wellfounded Phenomena*, CSLI Lecture Notes, Stanford.
Barwise J., Etchemendy J. (1987), *The Liar. An Essayon Truth and Circularity*, Oxford University Press, New York-Oxford.
Grzegorczyk A. (1997), *„Kłamca" i błąd antypsychologizmu*, w: E. Żarnecka-Biały (red.), *Między prawdą i normą a błędem*, Dialogikon, Wyd. UJ, Kraków, s. 30-40.
Krajewski S. (2003), *Twierdzenie Gödla i jego interpretacje filozoficzne. Od mechanicyzmu do postmodernizmu*, Wyd. IFiS PAN, Warszawa.
Kripke S. (1975), *Outline theory of truth*, „The Journal of Philosophy" 72, 1975, s. 54-81; tłum. polskie (P. Garbacz), *Zarys pewnej teorii prawdy*, „Kwartalnik Filozoficzny" XXIX, 4, s. 97-131.
Simmons K. (2005), *A Berry and a Russell Withaut Self-Reference*, „Philosophical Studies" 126, s. 253-261.
Smullyan R. (1985), *Uniform Self-Reference*, Studia Logica 44, s. 439-445.
Smullyan R. (1994), *Diagonalization and Self-Reference*, Clarendon Press, Oxford.
Woleński J. (1996), *Referencja i desygnacja*, „Kwartalnik Filozoficzny", XXIV, 1, s. 69-86.