Filozofia Nauki
Rok XVI, 2008, Nr 2(62)

Robert Łyczek

Uwagi o okresie warunkowym, implikacji i entailmencie

> A do czego zmierzam w tych słowach? Do sądów prawdziwych. Bo sądy prawdziwe też, jak długo który trwa to ładna rzecz i wszelkie dobro wprowadza. Ale takie sądy nie chcą długo trwać, uciekają z duszy człowieka, tak że niewiele są warte, pokąd ich człowiek nie zwiąże związkiem przyczynowym. […] Kiedy je powiązać, to naprzód robią się z nich składniki wiedzy, a potem trwają.
> [Platon, *Menon* XXXIX, E, 96]

WSTĘP

Niniejsza praca jest próbą podania krótkiej charakterystyki systemu E entailment, mającą stanowić jedynie wprowadzenie do bogatej problematyki formalnej eksplikacji związków łączących człony rozumowań nazywanych związkami relewantnymi — których szczególnym przypadkiem jest związek entailmentu. Ten typ związków relewantnych, które określamy terminem „entailment", zyskał szczególną formalną eksplikację w systemie E Andersona i Belnapa. Cel pracy, którym jest podanie charakterystyki systemu E — jednego z wielu systemów logik relewantnych — realizowany jest w następujących punktach: 1. Uwagi historyczne i terminologiczne, 2. O dwóch powodach konstruowania logik entailmentu, 3. O entailmencie i systemie E, 4. Wątpliwości.

I. UWAGI HISTORYCZNE I TERMINOLOGICZNE[1]

Koncepcja entailmentu jako swoistego związku łączącego człony rozumowań, a także samej logiki entailmentu, zrodziła się w wyniku — dokonanej przez logików — refleksji nad okresem warunkowym oznaczanym w systemie Whiteheada i Russella jako: →, a odczytywanym: jeżeli…, to.[2] Jacek K. Kabziński [1987] pisze: „[…] *entailment* powstał jako pewna koncepcja implikacji, wynikła z krytycznych rozważań w ramach filozofii języka".[3] Koncepcja ta była wynikiem rozważań prowadzonych na gruncie filozofii logiki i samej logiki [zob. Haack 1997]. Logicy dostrzegając niewystarczalność definicji okresu warunkowego (m.in. redukcyjny charakter czy powstawanie paradoksów implikacji) — charakteryzowanego w myśl *Principiów* czy zgodnie z systemami logik modalnych Lewisa — dla celów analizy czy kontroli poprawności pewnych rozumowań dokonywanych w języku potocznym starali się podać formalną, jednoznaczną charakterystykę okresu warunkowego, odmienną od dotychczas istniejących.

Pierwszą i najbardziej doniosłą propozycją tego typu systemów logicznych był przedstawiony przez Alana Rossa Andersona i Nuela D. Belnapa Jr. — w pracy z roku 1959 *Completness theorem for the system* E *of entailment and* EQ *of entailment with quantification* — system E, w którym wyrazem pierwotnym był okres warunkowy, określany terminem: „entailment". Anderson i Belnap piszą:

> […] próbujemy podać formalną analizę pojęcia logicznej implikacji, rozmajcie nazywanego, także jako „entailment" czy „zmodyfikowaną dedukowalność" (*converse of deducibility*) (Moore 1920), pojawiającego się w logicznych kontekstach jako „jeśli…, to —"; „implikuje", „entails" (…pociąga za sobą…) etc., i odpowiada to wnioskom sygnalizowanym przez logiczne wyrażenia takie jak „więc" („*therefore*"), „wynika, że" („*it follows that*"), „stąd" (*hence*), „konsekwentnie" (*consequently*) i innym podobnym [Anderson i Belnap 1962, s. 21].

Konstruując system E Anderson i N. D. Belnap wykorzystali uwagi na temat implikacji, jakie poczynił w swojej pracy *Begründung einer strengen Implikation* Wilhelm Ackerman [1956]. Uznali oni m.in. za obowiązujący w E tzw. warunek relewancji, który, zdaniem Ackermana, winny spełniać poprawne rozumowania dedukcyjne. Ważny krok w kierunku konstrukcji nowego systemu entailmentu i logik relewantnych [zob. III] poczynił Anderson już 1957 roku w swojej recenzji pracy Ackermana, następnie w roku 1958 Anderson i Belnap opublikowali komunikat naukowy zawierający uwagi dotyczące charakteru implikacji zaproponowanej przez Ackermana (*A modification of Ackermann's rigorous implication*). W roku 1959 ukazała się wyżej wspomniana ważna praca *Completness*…. Jednocześnie Belnap

---

[1] Szczegółowe informacje na temat historii logik entailmentu zawierają prace S. Reada [1988] i K. Došena [1992].

[2] Wyrażenie to nazywajmy okresem warunkowym, dla odróżnienia od implikacji materialnej, której to nazwy nie należy odnosić do przytoczonego (powyżej) wyrażenia [zob. Quine 1974].

[3] Wydaje się, że filozofia języka jest tu rozumiana szeroko, tak że jej częścią jest filozofia logiki.

ogłosił swoją dysertację doktorską zatytułowaną *The formalization of entailment*. Kolejne dwie prace opublikowali Anderson i Belnap, to: *Tautological entailment* i *The pure calculus of entailment* z roku 1962. W roku 1975 (pod redakcją Andersona, Belnapa) ukazuje się pierwszy, a w 1992 drugi tom (pod redakcją Andersona, Belnapa i J. Michael Dunna) obszernej i imponującej co do zakresu i treści pracy *Entailment*.

Termin „entailment" jest terminem wieloznacznym i posługując się nim, możemy mówić tak o pojedynczych systemach logicznych entailmentu czy o charakterystycznie rozumianej spójce (funktorze) występującej w tych systemach, jak i o odrębnym kierunku badań z zakresu logiki, podobnie jak mówimy np. o intuicjonizmie [Kabziński 1987, s. 338 i 343]. Zanim przejdziemy do rozważenia samej logiki entailmentu czy okresu warunkowego entailment [zob. III], należy uwzględnić fakt, że sam kierunek ma niejako dwa odrębne, choć przenikające się nurty.

Mianowicie, pierwszy z nich jest nurtem zapoczątkowanym przez Lewisa, który wprowadził w ramach konstruowanych przez siebie systemów logik modalnych pojęcie „ścisłej implikacji". Drugi nurt, bardzo ważny dla sformułowania warunku relewancji, ma swoje korzenie w kantowskiej koncepcji analityczności. Koncepcja ta została bowiem bezpośrednio wykorzystana w zbudowanym przez Williama Parry'ego systemie analitycznej implikacji. Zgodnie z uwagami Kanta, Parry uznał że koniecznym warunkiem uznania jakiejś implikacji za tezę tego systemu jest posiadanie przez nią takiej własności, że każda zmienna, która występuje w jej następniku, musi być zawarta w poprzedniku. Był to po raz pierwszy sformułowany warunek relewancji, do którego odwoływali się także Anderson i Belnap. Wydaje się więc, że to właśnie refleksje i rozstrzygnięcia na temat implikacji, które odnajdujemy w pracy Parry'ego, są szczególnie istotne dla konstrukcji systemów entailmentu, i ogólniej — dla systemów logik relewantnych [Kabziński 1987, s. 343, zob. Priest 2001, s. 179].

Interesujący nas system E i pokrewne mu systemy entailmentu należą do grupy tzw. logik relewantnych [zob. III]. Logikami relewantnymi nazywamy takie logiki, w których jako konieczny warunek poprawności rozumowań uznaje się warunek relewancji. Edwin Mares [1998] pisze:

> logika relwantna jest relewantna na dwa sposoby: 1) nie wymusza na nas akceptacji nierelewancji, w tym sensie, że na ich gruncie nie są poprawne (logicznie prawdziwe) paradoksy implikacji, 2) pewne logiki relewantne, w ramach swojej teorii dowodu, podają relewantne pojęcie dowodu.

Należy wspomnieć tu, że począwszy od lat 60. dwudziestego wieku, badania nad logikami relewantnymi przybrały ogromne rozmiary, tak że dziś mamy już do czynienia z całym spektrum systemów logik relewantnych, takich m.in. jak system NR, będący rozszerzeniem systemu implikacji relewantnej R, system S (R. K. Meyera, E. Martina, R. Dweyera) czy systemy entailmetu E, T, EM.[4] Pierwsza aksjomatyzacja

[4] Spośród licznych autorów zajmujących się problematyką logik relewantnych można m.in. wymienić: J. Bennetta, [1969], K. Došena [1992], J. M. Dunna [1986], P. T. Geacha [1958],

systemu R — wcześniejsza od tej, którą podali Anderson i Belnap — została dokonana przez rosyjskiego logika Ivana Orlowa już w roku 1928. Pierwszy system logiki relewantnej zbudowany został więc jeszcze przed pojawieniem się systemu analitycznej implikacji Parry'ego. Kolejnymi systemami, których autorzy uwzględniali warunek relewancji, a poprzedzającymi konstrukcje systemu R, były opublikowany w roku 1951 system Alonzo Churcha i w roku 1956 system Ackermanna. Prawdziwym jednak impulsem dla rozwoju logik relewantnych były prace Andersona i Belnapa, a w późniejszym okresie ich uczniów [Priest 2001, s. 205-206].

Dla systemów logik relewantnych zbudowane zostały także różne semantyki, do których m.in. zaliczyć można semantyki algebraiczne (*algebraic semantics*) Dunna i Alasdaira Urquharta oraz semantyki operacyjne (*operational semantic*) Kita Fine'a. Co do aplikacji tego typu logik — jak stwierdza Mares — są one wykorzystywane m.in. w filozofii i naukach informatycznych (*computer science*), ale wydaje się, że mogą one stanowić także formalną podstawę dla konstrukcji pragmatyk logicznych i badań nad rozumowaniami. Pośród wielu aplikacji formalnych rozwiązań, które poczyniono na gruncie systemów logik relewantnych, wskazuje się osiągnięcie Meyera, którym jest rozwiązanie zasadniczego problemu Hilberta, to jest przeprowadzenie dowodu absolutnej niesprzeczności systemu arytmetyki relewantnej. Sukces ten jest tylko połowiczny, ponieważ arytmetyka relewantna nie zawiera wszystkich tez systemu klasycznej arytmetyki Peano. Niektórzy logicy, jak Ross Brandy, logikę relewantną traktują jako podstawę dla teorii mnogości, inni w oparciu o aksjomatykę systemu R [Anderson 1967] konstruują systemy logik deontycznych. Także na gruncie nauk informatycznych pewne logiki wykorzystywane w programowaniu należą do klasy logik relewantnych, jak logika linearna (*linear logic*), której twórcą był Francuz Jean-Yves Girard, będąca słabą logiką relewantną wzbogaconą o dwa dodatkowe operatory.

II. O DWÓCH POWODACH KONSTRUOWANIA LOGIK ENTAILMENTU (A TAKŻE LOGIK RELEWANTNYCH)

Zbudowanie systemów entilmentu, takich jak E, T (*ticket entailment*), EM (*E-mingle*) czy pozostałych logik relewantnych, poprzedzone było całym ciągiem badań i refleksji nad „potocznym" okresem warunkowym, a także nad możliwą formalizacją tak rozumianego okresu warunkowego. Możemy więc ogólnie wskazać dwa zasadnicze impulsy, które skłoniły Andersona i Belnapa do skonstruowania wspomnianych systemów, a innych logików do kontynuowania i rozwijania ich badań z za-

---

R. K. Meyera [1971], R. Routley'a, A. Loparica [1987], R. Routleya, E. Meyera [1973], E. Maresa i A. Fuhrmanna [1995], A. Fuhrmanna [1990], R. K. Meyera [1971], S. Reada [1994], R. Routleya, V. Plumwooda, R. K. Meyera, R. Bradya [1982], R. Routleya, V. Routleya [1972], R. Routleya, V. Routleya, R.K. Meyera, E. Martina [1982], A. Urquharta [1972].

kresu „logiki implikacji".[5] Mianowicie inspiracją była tu z pewnością (a) refleksja nad specyfiką okresu warunkowego pojawiającego się na gruncie języka potocznego, a także nad potocznie rozumianą inferencją. Dodatkowo należy wymienić refleksję nad możliwością formalizowania okresu warunkowego, do jakiego odwołujemy się w przypadku pewnego typu rozumowań dokonywanych w języku potocznym. Istotnym impulsem było też rozważenie adekwatności i wystarczalności dokonanych dotychczas formalizacji tego typu dla różnych celów badań: np. okresu warunkowego, jako jednego z funktorów w językach logicznych, za pomocą których może być wyrażona dana teoria naukowa, czy dla celów analiz z zakresu pragmatyki logicznej, np. w analizie rozumowań. Innym powodem (b) było pojawienie się już wewnątrz systemów logicznych tzw. paradoksów implikacji, których interpretacje nie były zgodne z intuicyjnym rozumieniem okresu warunkowego. Obie więc przyczyny (a) i (b) odnoszą się do różnych kwestii — bo (a) jest bardziej natury pozalogicznej i filozoficznej, a (b) natury filozoficznej i logicznej — ale dopełniających się i przenikających.

Zastanówmy się pokrótce nad pierwszym z wymienionych powodów (a). Możemy za Stanisławem Leśniewskim powiedzieć, że filozofia (także logika) posługując się pewną metodą parafraz stanowi „formalną eksplikację intuicji", w tym także intuicji dotyczących użycia danych wyrażeń w języku potocznym [Woleński 1993, s. 293]. Rzeczywiście Leśniewski nie był odosobniony zajmując takie stanowisko, podobnie wypowiadali się między innymi: Alfred Tarski, Willard Van Orman Quine czy Andrzej Grzegorczyk [Grzegorczyk, s. 74-75]. Zdaniem tego ostatniego, logika klasyczna bierze swoje pojęcia z języka potocznego, ale nadaje im ściśle określony sens. Także Tarski pisał:

> Mając na uwadze potrzeby języków naukowych, logicy ze zwrotem „jeśli…, to…" postąpili tak samo, jak ze słowem „lub". Postanowili uprościć jego znaczenie oraz uwolnić je od ubocznych czynników. W tym celu rozszerzyli jego zastosowanie, uznając implikację za zdanie mające sens nawet wtedy, gdy nie zachodzi żaden związek między treścią jej członów, zaś prawdziwość i fałszywość implikacji uzależnili wyłącznie od prawdziwości i fałszywości poprzednika i następnika [Tarski 1994, s. 26].

Podobnie jak inne relacje międzyzdaniowe, okres warunkowy charakteryzowany za pomocą matrycy w klasycznym rachunku zdań jest definiowany w taki sposób, aby o wszystkich formalizowanych w KRZ rozumowaniach, przyjmujących postać „—— → ——" („jeżeli …, to…."), można było rozstrzygnąć, czy posiadają one wartość logiczną: 1 (prawdy) czy wartość 0 (fałszu). Na przykład rozumowanie typu: Jeśli nie jest prawdą, że jeśli kura jest zwierzęciem, to kogut jest płazem, to kura jest zwierzęciem i nie jest prawdą, że kogut jest płazem, daje się sformalizować jako: ~ (p›q) → p ∧ ~q i jest rozumowaniem logicznie prawdziwym.

---

[5] Terminu tego używam jako swoistego rodzaju etykietki dla wszelkich prób formalizowania okresu warunkowego czy implikacji, z jakimi mamy do czynienia w języku potocznym.

Intuicyjne użycie okresu warunkowego, czy terminu „implikuje" w języku potocznym było więc przyczyną skonstruowania formalnych charakterystyk tego spójnika (implikacji) i to nie tylko na gruncie logik klasycznych, ale i logik modalnych. Nie wszyscy jednak byli zadowoleni z wyników, które w formalizacji okresu warunkowego dotąd otrzymano. Dlatego też z jednej strony refleksja nad samym okresem warunkowym w języku potocznym, z drugiej świadomość zbyt redukcyjnego charakteru dotychczasowych osiągnięć formalizacji, stanowiły przyczynę konstruowania takich systemów, jak systemy logik relewantnych, w tym logik entailmentu czy logik niemonotonicznych.

Jacek Malinowski [1997, s. 31-53] podaje kilka typów inferencji, jakie występują w języku potocznym, a z których przynajmniej część z pewnością nie daje się sformalizować środkami logiki klasycznej czy nawet środkami logik modalnych odwołujących się do pojęcia „ścisłej implikacji". Do tego typu inferencji zalicza on:

2.1 Jeśli p, to zwykle q,
2.2 Jeśli p, to w normalnych okolicznościach q,
2.3 Jeśli p jest akceptowalne, to akceptowalne jest q,
2.4 Jeśli p jest prawdopodobne, to i q jest prawdopodobne,
2.5 Jeśli wiemy, że p, to powinniśmy przyjąć q,
2.6 Jeśli wierzę, że p, to powinienem przyjąć q,
2.7 Jeśli w danym stanie badań uznajemy p, to powinniśmy przyjąć q,
2.8 Jeśli p i nie-q jest niesprzeczne, to q.[6]

Wydaje się, że rozumowania typu 2.3, 2.5, 2.6 przy określonej interpretacji i w danym kontekście mogłyby zostać uznane za rozumowania spełniające warunek relewancji, tj. pomiędzy przesłankami i wnioskiem tych rozumowań zachodzi pewien związek treściowy czy znaczeniowy, uprawniający podmiot do przyjęcia wniosku na mocy przesłanki.

Ludwik Borkowski [1990, s. 333] wymienia cztery możliwe sposoby rozumienia okresu warunkowego „jeżeli…,to…":

2.2.1 nieprawda, że p i nie-q,
2.2.2 nie jest możliwe, że p i nie-q,
2.2.2 z tego, że p, wynika to, że q (lub: zdania p wynika zdanie q),
2.2.3 to, że p, jest przyczyną tego, że q.

Ze schematów rozumowań Borkowskiego — jak się wydaje — jedynie schemat rozumowania typu 2.2.2 przy odpowiednim doprecyzowaniu terminu „wynika", mógłby pasować do rozumowań spełniających warunek relewancji. Schemat 2.2.2 musiałby jednak wyglądać np. tak:

2.2.2' z tego, że p, wynika na mocy implikacji relewantnej to, że q (lub: zdania p wynika na mocy implikacji relewantnej zdanie q).

---

[6] Malinowski wymienia typy rozumowań 2.1-2.8, na potrzebę analizy logik niemonotonicznych, jaką przeprowadza w swoim artykule. Jednak owa lista rozumowań dobrze ilustruje bogactwo różnego typu inferencji, jakimi posługujemy się na gruncie języka potocznego.

Logiki entailmentu i systemy takie jak E wyrosły więc bezpośrednio z namysłu nad użyciem w codziennych rozumowaniach okresu warunkowego „jeżeli…, to…". Na istotność tego typu inspiracji wskazuje Witold Pogorzelski [1973, s. 272] stwierdzając, że logiki entailmentu i relewantne zrodziły się z przekonania o potrzebie znalezienia takiej implikacji, która byłaby adekwatną formalizacją okresu warunkowego „jeżeli…, to…". Problem polega jednak na tym, co miałoby stanowić miarę tak rozumianej adekwatności. Z pewnością implikacja występująca w rozumowaniach dających się zapisać za pomocą języka potocznego nie jest implikacją charakteryzowalną jedynie poprzez uwzględnienie związków prawdziwościowych (ekstensjonalnych), ale wymaga także wzięcia pod uwagę związków treściowych (intensjonalnych). Pomiędzy poprzednikiem tak rozumianej implikacji i jej następnikiem ma zachodzić związek relewantny, to jest taki, że jego następnik ma wynikać z poprzednika na mocy związku znaczeniowego lub w sposób intuicyjny. Odwołanie się do pojęcia intuicji, związku znaczeniowego czy treściowego nie wyjaśnia jednak tu kwestii, o jakiego typu związek chodzi. Związek relewancji próbowano więc charakteryzować w sposób formalny, by uzyskać możliwie precyzyjną charakterystykę tego pojęcia.

Możemy ogólnie stwierdzić, że Anderson i Belnap budowali swój system logiczny, aby możliwie jednoznacznie scharakteryzować związek implikacji, który możemy spotkać w rozumowaniach dających się sformułować w języku potocznym, a który nazwali oni związkiem entailmentu. Związek łączący przesłanki i wniosek pewnych rozumowań sformułowanych w języku potocznym jest związkiem relewantnym, to jest jakimś (a) związkiem znaczeniowym lub (b) związkiem treściowym, lub (c) związkiem intuicyjnie uchwytnym, lub możliwą koniunkcją wymienionych, pozwalającym w okresie warunkowym $A \Rightarrow B$ uznać B na podstawie A [zob. Anderson i Belnap 1958, 1959, 1962, 1962a, Balnap 1959, Blanshard 1939, Balys 1931, Duncan-Jones 1934, Nelson 1930, zob. III]. Wszystkie trzy pojęcia, jakie mają stanowić eksplikatum związku relewancji, wydają się jednak zupełnie niejasne i nieprzydatne dla celów badań logicznych, choć w pewnych przypadkach rozumowań zapisanych w języku potocznym zrozumiałe. W wielu publikacjach na ten temat powstaje błędne koło w wyjaśnianiu związków implikacji spotykanych w języku potocznym: często związek ten nazywamy związkiem relewancji, ten zaś eksplikujemy odwołując się do jednego z trzech wymieniony terminów (a), (b), (c) lub jakieś ich koniunkcji. Próbując zaś scharakteryzować związki typu (a), (b), (c) mówimy, że są to związki relewantne. Chcąc uniknąć tak niejasnych sformułowań, Anderson i Belnap konstruują swój system E, a inni logicy — systemy logik relewantnych. W systemach tych implikacja jest precyzyjnie charakteryzowana poprzez aksjomaty. Jednak autorzy tych systemów nie chcą zanegować prawomocności wnioskowań dokonywanych w logice klasycznej czy logikach modalnych, a jedynie budują mocniejsze logiczne systemy implikacji, lepiej odzwierciedlające przynajmniej niektóre inferencje dokonywane w języku potocznym.

Dla celów dalszych rozważań weźmy pod uwagę następujące przykłady:

2.3.1 Jeśli x jest nieżonatym mężczyzną, to x jest kawalerem.

2.3.2 Jeśli x jest Gwiazdą Wieczorną, to x jest planetą Wenus.

2.3.3 Jeśli x posiada cechę rozumności i cechę zwierzęcości, to x jest człowiekiem.

2.3.4 Jeśli x stoi na rękach i prowadzi wykład, to x jest czerwony na twarzy.

Tego typu inferencje wydają się poprawne, tj. między przesłanką (-mi) takich rozumowań a ich wnioskami zachodzi pewien związek relewancji, uprawniający nas do przyjęcia wniosku na podstawie przesłanki (-ek). W pierwszym z zapisanych rozumowań 2.3.1 mamy do czynienia ze związkiem typu (a), tj. związkiem znaczeniowym. Jeśli bowiem ktoś rozumie, co znaczy w języku potocznym zdanie będące przesłanką, to uzna on wniosek i całe to rozumowanie za poprawne. W wypadku rozumowania 2.3.2 mamy zaś do czynienia z jakimś typem związku (b), tj. związku treściowego, choć bowiem terminy występujące w zdaniu będącym przesłanką i zdaniu będącym wnioskiem — jak upominał Frege — mogą mieć inny sens, to posiadają z pewnością tę samą denotację, ale i konotację, a więc wszystkie cechy, jakie posiada desygnat nazwy występującej w przesłance, przysługują nazwie występującej we wniosku. Na mocy tego typu związków treściowych możemy więc także i to rozumowanie uznać za poprawne. Rozumowanie 2.3.3 wydaje się zaś poprawne tak na mocy związku znaczeniowego (a), jaki łączy jego przesłanki i wniosek, jak i na mocy związku treściowego. Jeśli bowiem ktoś rozumie definicję człowieka w systemie Arystotelesa, to uznaje, że każde „coś", o czym możemy orzec koniunkcję predykatów 'jest rozumne' i 'jest zwierzęce', jest człowiekiem. Rozumowanie 2.3.4 nie jest zaś w żaden sposób uprawomocnione na mocy związków typu (a) i (b), choć może moglibyśmy uznać jego prawomocność, odwołując się do jakiegoś związku uchwytnego intuicyjnie (c), choć i ten zabieg uprawomocnienia takiego rozumowania wydaje się wątpliwy. Lepszym przykładem związku intuicyjnie uchwytnego byłby związek występujący w następującym rozumowaniu 2.3.5: Jeśli coś jest czerwone, to nie może być jednocześnie niebieskie.

Innym ważnym powodem sformułowania logik entailmentu były wyniki badań z zakresu filozofii logiki (b). Dotychczasowe próby formalnego charakteryzowania okresu warunkowego występującego w języku potocznym okazały się bowiem niezadowalające, a kolejne charakterystyki implikacji materialnej na gruncie logiki klasycznej i mocnej implikacji w systemach logiki modalnej prowadziły do pojawienia się tzw. paradoksów implikacji (materialnej i ścisłej). Z jednej strony więc dotychczasowe formalizacje okresu warunkowego nie brały pod uwagę relewancji jako ważnej własności rozumowań, z drugiej na gruncie dotychczasowych logik implikacji pojawiały się paradoksy.

Powstaje więc problem, czy rzeczywiście okres warunkowy o formie „—— → ——" definiowany poprzez matryce logiki klasycznej (KRZ) jest adekwatnym odpowiednikiem potocznego okresu warunkowego. Wydaje się, że logicy odnośnie do

tej kwestii zajmują różne stanowiska. Według jednych okres warunkowy zdefiniowany matrycowo — „nieprawda, że p i nie q" jest adekwatny. Inni uważają, że tak nie jest. Jak wskazuje Borkowski, zdaniem Peirce'a, Fregego, Russella i Whiteheada system logiki zawierający taką charakterystykę okresu warunkowego

> jest jedynym systemem logiki, o którym wykazano, że pozwala na formalizacje wszystkich sposobów wnioskowania dedukcyjnego i wszystkich tez logicznych, które stosowane są w sposób intuicyjny i niesformalizowany w matematyce i w innych naukach.

Powodem dla uznania adekwatności okresu warunkowego scharakteryzowanego standardową matrycą jest jednak nie tylko uwzględnienie uniwersalności tak charakteryzowanego okresu warunkowego dla formalizowania wnioskowań, ale także uwzględnienie pewnych własności praktycznych. Dla systemów logiki klasycznej istnieje bowiem prosta metoda rozstrzygania o wartości logicznej danego okresu warunkowego, jaką jest metoda matrycowa [Borkowski 1990, 333-334].

Podobne stanowisko w tej kwestii zajmuje także Quine, który pisze:

> Opisany w matrycy sposób łączenia jest najbliższym, prawdziwościowym odpowiednikiem okresu warunkowego z języka potocznego i może być nazywany prawdziwościowym okresem warunkowym […]. Nie istnieje wyraźny konflikt między matrycą a oznajmującym okresem warunkowym w języku potocznym [Quine 1974, s. 21-23].

Quine rozróżnia okres warunkowy w trybie warunkowym od okresu warunkowego w trybie oznajmującym. Z okresem warunkowym pierwszego typu mamy do czynienia wtedy, gdy dana osoba przesądza o fałszywości poprzednika, z okresem drugiego typu wtedy, gdy nie przesądza się ani o fałszywości poprzednika, ani o prawdziwości następnika. Tylko w drugim przypadku zasada łączenia zdań daje się charakteryzować w sposób prawdziwościowy, na przykład poprzez matrycę. Taka matrycowa charakterystyka okresu warunkowego w trybie oznajmującym prowadzi uznania następujących zdań jako prawdziwych:

a. Jeżeli szpak jest ptakiem, to $2 + 2 = 4$,

b. Jeżeli szpak jest ssakiem, to $2 + 2 = 4$,

c. Jeżeli szpak jest ssakiem, to $2 + 2 \neq 4$.

Jak stwierdza Borkowski, uznanie prawdziwości tego typu zdań może budzić sprzeciw. Wydaje się bowiem, że występuje tu pewna niezgodność pomiędzy sensem, który przypisujemy okresowi warunkowemu występującemu na gruncie języka potocznego, a sensem matrycowym przypisywanym okresowi warunkowemu [Borkowski 1990, s. 333-334]. Nie jest to jednak oczywiste. Quine skłonny jest raczej utrzymywać w tym miejscu, że nie mamy do czynienia z żadną niezgodnością. Zdania takie, jak a, b, c nie są bowiem fałszywe, a jedynie nie ma sensu ich formułować, gdy możemy stwierdzić fałszywość poprzednika lub prawdziwość następnika. „Tylko bowiem — jak mówi Quine — takie okresy mogą być sensownie formułowane, które są podstawieniem lub są wyprowadzalne z jakiegoś prawa logiki" [Quine 1974, s. 23-24].

Należy jeszcze wspomnieć, że Quine należy do tych filozofów, którzy uznają uniwersalność systemów — odwołujących się do definicji 2.3 okresu warunkowego — jako uniwersalnego środka formalizacji wnioskowań dedukcyjnych. Jego zdaniem, dla celów naukowych, to jest dla formułowania w tych systemach pewnych fragmentów naszej wiedzy, tego typu systemy, wraz z odpowiednio mocną teorią mnogości, są zupełnie wystarczające. (Szczególnie jeśli uwzględnimy ich prostotę i ekonomię środków, jakie zostały w nich wykorzystane). Pozostałe systemy logiczne, odwołujące się do innych charakterystyk okresu warunkowego, jak np. systemy logik modalnych, narażają nas na problem niemożności interpretacji podstawowych pojęć tych systemów. Formalizując wnioskowania dla celów naukowych, nie potrzebujemy odwoływać się do żadnych dodatkowych systemów oprócz tych, jakich dostarczają nam systemy klasyczne. Formalizowanie rozumowań innego typu może okazać się zbędne [Quine 1999, 1977].

Podobnie jak Borkowski i Quine, Tarski wyraźnie odróżnia znaczenie okresu warunkowego występującego w języku potocznym od znaczenia okresu warunkowego, który jest określony przez logikę. Interpretując zdania a, b, c, pisze on:

> W języku codziennym z trudem uznalibyśmy je za sensowne, a co dopiero prawdziwe. Natomiast z punktu widzenia logiki matematycznej są one sensowne i [..] prawdziwe [Tarski 1994, s. 27].

Choć Tarski wydaje się uznawać zgodność pojęcia logicznego z potocznym, to nie odwrotnie. Uważa on bowiem, że charakterystyka okresu warunkowego, jak została sformułowana w logice, jest określeniem tego pojęcia niejako „po obróbce", tj. po uściśleniu i uproszczeniu jego sensu, w wyniku czego pojęcie to ma jednoznaczny sens, inaczej niż większość pojęć języka potocznego. Tarski uznaje więc, że pojęcie „okresu warunkowego" w języku potocznym jest bogatsze i na pewno nie jest wyczerpująco scharakteryzowane przez logikę, choć logiczne określenie okresu warunkowego jest zgodne z potocznym. Pytając o zgodność pomiędzy charakterystyką logiczną a potoczną okresu warunkowego, musimy określić, co mamy na myśli mówiąc o zgodności. Jeśli chodzi nam o zgodność logicznej charakterystyki względem charakterystyki, którą przypisujemy potocznemu okresowi warunkowemu, to zapewne wszyscy wspomniani logicy uznaliby, że logiczne pojęcie okresu warunkowego faktycznie jest zgodne z potocznym. Jeśli zaś zgodność rozumiemy szerzej, to zapewne taka nie występuje. Matrycowe określenie okresu warunkowego dokonywane jest bowiem z uwzględnieniem jedynie formy wyrażeń, a nie ich treści, gdy tymczasem z pewnością okres warunkowy, występujący w języku potocznym, nie może być charakteryzowany bez odwołania się do treści wyrażeń [por. Tarski 1994, s. 24-32].

Drugim ważnym powodem b) dla budowania nowych systemów implikacji jest fakt występowania w takich systemach, jak przedstawiony w *Principia Mathematica*, tzw. paradoksów implikacji materialnej. Wyjaśnijmy jednak najpierw różnicę pomiędzy znaczeniami terminów „okres warunkowy" i „implikacja materialna". Mówiąc bowiem o paradoksach, mówimy o paradoksach implikacji, nie zaś o paradoksach

„okresu warunkowego". Jak słusznie wskazuje Quine [1974, s. 22 i 33-39], nie powinno się czytać znaku „→" jako „implikuje", ale jako „jeżeli…,to…". „Implikuje" należy bowiem do metajęzyka, tak jak „jest prawdziwe", „jest fałszywe", a więc wyrażenie to może być umieszczone tylko pomiędzy nazwami zdań. „Implikacja materialna" nie może być traktowana jak funktor zdaniotwórczy od dwóch argumentów zdaniowych (jako okres warunkowy), ale należy ją traktować jako predykat od dwóch argumentów nazwowych. Możemy więc powiedzieć, że jedno zdanie „p" implikuje materialnie inne zdanie „p_1" wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie „p" stanowi poprzednik, a „p_1" następnik prawdziwego okresu warunkowego. Implikacja materialna jest specyficzną i rzadką relacją miedzy zdaniami, dla jej charakterystyki odwołujemy się bowiem do pojęcia prawdziwości. Dla charakterystyki innych relacji między zdaniami — jak się wydaje — nie potrzeba odwołać się do tego pojęcia. Widzimy więc wyraźnie, że wyrażenia, w których używamy okresu warunkowego, odnoszą się do rzeczywistości, nie zaś do zdań, jak to ma miejsce w wypadku wyrażeń zawierających „implikuje materialnie". Na przykład wyrażenie: „Wszyscy ludzie są śmiertelni" implikuje „Wszyscy biali ludzie są śmiertelni", mamy tu do czynienia z implikacją, czyli predykatem od dwóch argumentów będących nazwami zdań. Wyrażenie: 'Wszyscy ludzie są śmiertelni → wszyscy biali ludzie są śmiertelni' odnosi się do sfery przedmiotowej i mówi coś o ludziach, a nie o nazwach.

Wróćmy teraz do tzw. paradoksów implikacji, a więc do pewnych wybranych wyrażeń, którym odpowiadają prawdziwościowe okresy warunkowe, będące tezami w systemach zawierających klasyczny rachunek zdań. Przytacza się tu trzy takie prawdziwościowe okresy warunkowe:

2.4.a. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$,

2.4.b $\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$,

2.4.c $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.

Zgodnie z wcześniejszymi uwagami nie powinniśmy jednak w stosunku do tych okresów warunkowych kierować zarzutów. Paradoksy implikacji materialnej pojawiają się bowiem na poziomie mówienia o zdaniach i nie dotyczą okresu warunkowego —— → ——. Słusznie więc mówi się, że paradoksalne wnioski płynące z 2.4.a, 2.4.b, 2.4.c nie pozwalają uznać implikacji materialnej za adekwatny w szerszym sensie odpowiednik implikacji stosowanej w języku potocznym. Implikacja materialna nie jest relacją odzwierciedlającą pozaprawdziwościowe (treściowe) związki pomiędzy zdaniami. Paradoksy implikacji możemy więc interpretować ogólnie jak następuje: w odniesieniu do 2.4.a, jeżeli pewnemu zdaniu p przypisujemy wartość logiczną 1, to jest ono implikowane przez jakiekolwiek zdanie q; w odniesieniu do 2.4.b, ze zdania p o wartości logicznej 0 wynika dowolne zdanie q; odnośnie do 2.4.c, dla koniunkcji dwóch dowolnych zdań p, q o wartości logicznej 1 bądź pierwsze wynika z drugiego, bądź drugie wynika z pierwszego [zob. np. Haack 1997, s. 189-190, Kiczuk 1995, s. 53-54, Borkowski 1990, s. 336-338].

Lewis starając się zmodyfikować implikację materialną, tak naprawdę popełnił pomyłkę i potraktował prawdziwościowy okres warunkowy „—— → ——" jak im-

plikację materialną. Pomyłka ta doprowadziła go do zbudowania nowych systemów logik modalnych, w których prawdziwościowy okres warunkowy został zastąpiony innym nieprawdziościowym okresem warunkowym, nazywanym przez Lewisa implikacją ścisłą. Jak pisze Quine:

> Lewis, Smith i inni podjęli się systematycznej rewizji spójnika „ —— → ——", w celu zachowania w nim rzeczywistej relacji implikacyjnej. Zbudowane przez nich systemy faktycznie jednak opisują połączenia międzyzdaniowe — zmienione okresy warunkowe o typie nieprawadziwościowym — a nie relacje implikacyjne między zdaniami [Quine 1974, s. 38, zob. Haack 1997 s.192-193, Kotarbiński 1985, s. 125, Kiczuk 1995, s. 54].

Paradoksy powstają, jeśli traktuje się okres warunkowy jako relację zdaniową mającą ujmować coś więcej niż zależność prawdziwościową danych zdań. Jeśli bowiem zgodnie z 2.4 „Ptaki mają skrzydła" implikowane jest przez każde zdanie, na przykład przez zdanie „Niedziela jest dniem świątecznym", to jest to 'paradoksalne wnioskowanie', jeśli uwzględnimy związki treściowe pomiędzy zdaniami, ale nie jeśli uwzględnimy związki prawdziwościowe. Nie dokonując rozróżnienia pomiędzy językiem i metajęzykiem Lewis chciał uchylić 'paradoksalne konsekwencje' zdań 2.4.a, 2.4.b, 2.4.c i jednocześnie podać bliższą (adekwatniejszą) potocznemu pojęciu implikacji, formalną charakterystykę za pomocą tzw. implikacji ścisłej, oznaczanej: „↔".

W swoim systemie przyjmuje Lewis [1918] jako terminy pierwotne funktor koniunkcji i funktor możliwości oznaczany M; wprowadzony przez siebie funktor występujący w okresie warunkowym „—— ↔ ——" definiuje się w systemie Lewisa następująco:

2.5 $p \leftrightarrow q = \sim M (p \wedge \sim q)$,]

Lewis stosując metodę aksjomatyczną zbudował pięć systemów ścisłej implikacji S_1- S_5. System S_5[7] jest najobszerniejszy z tych systemów i można w nim zdefiniować za pomocą pojęcia ścisłej implikacji tak funktor M (możliwości), jak i L (konieczności) w następujący sposób: „M p = ~ (p ↔ ~ p)" i „L p = ~ p ↔ p". W odróżnieniu od Lewisa, Gödel proponuje następującą definicję funktora „↔": p. ↔ q = L (p → q) [Borkowski 1990, s. 339; 1991 s. 205-207].

Aby rozjaśnić terminologię, uwzględnijmy propozycję Tadeusza Kotarbińskiego, zgodnie z którą wyrażenie „p ↔ q" winniśmy czytać na poziomie języka jako: „jeżeli p to stanowczo q" i na poziomie metajęzyka jako: p jest wywodliwe z q i p można wywnioskować z q [Kotarbiński 1985, s. 125-128, Kiczuk 1995, s. 56, por. Borkowski 1991, s. 205; 1990, s. 339]. Wydaje się, że wygodnym rozwiązaniem będzie tu przyjąć odczytanie, zgodnie z którym „implikuje" jest predykatem od dwóch

---

[7] System S_5 posiada następujące aksjomaty: A1. p • q ↔ q • p; A2. p • q ↔ p; A3. p ↔ p • p; A4. (p • q) • r ↔ p • (q • r); A5. p↔ ~ (~ p); A6. (p ↔ q) • (q ↔ r) ↔ (p ↔ r); A7. p • (p↔ q) ↔ q; A8. ° (p) ↔ ~ ° (~ ° (p)), gdzie symbol „↔" oznacza ścisłą implikację, „•" oznacza koniunkcję, „°" oznacza „jest możliwe, że"; w ujęciu Gödla: A.1 Lp → p, A2. L(p → q) → (Lp →Lq), A3. Lp →LLp, A4. Mp → LMp.

argumentów nazwowych i czytać: „p ↔ q", jako „jeżeli p., to stanowczo q", a jego metajęzykowy odpowiednik p ↔ q jako: p ściśle implikuje q. Po przyjęciu takiej terminologii możemy powiedzieć, że definicja 2.5 stwierdza, że jeżeli p to stanowczo q, wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest możliwe, aby p było prawdziwe, a q fałszywe, i 2.5' p implikuje ściśle q, wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie p jest poprzednikiem okresu warunkowego, a q jego następnikiem, to jeżeli p to stanowczo q.

Interpretując systemy Lewisa — jak wskazuje Kotarbiński — należy uwzględnić fakt, że po pierwsze wprowadzenie „↔" wymaga, byśmy zdecydowali się na używanie w tym systemie wyrażeń intensjonalnych, bo takim wyrażeniem jest funktor „↔"; i po drugie, że nie można utrzymywać wszystkich tez tego systemu, bez odrzucenia zasady dwuwartościowości [Kotarbiński 1985, s. 128].

Jak widać, wprowadzenie „↔" miało z jednej strony być wprowadzeniem nowego okresu warunkowego, który byłby adekwatniejszym odpowiednikiem potocznego okresu warunkowego, po drugie miało wykluczyć możliwość pojawienia się takich wyrażeń jak 2.4.a, 2.4.b, 2.4.c, jako tez systemu. I rzeczywiście, w systemach Lewisa tego typu tezy nie występują, choć pojawiają się inne tezy nazywane tzw. paradoksami ścisłej implikacji [zob. Hughes, Cresswell, s. 335, Haack 1997, s. 212-213, Kiczuk 1995, s. 64-65]. Paradoksy te przybierają następującą postać:

2.5. a' L p → (q ↔ p),

2.5. b' L ~ p → (p ↔ q).

Jeśli potraktujemy je jako wyrażenia metajęzykowe, to zgodnie z naszymi uwagami terminologicznymi możemy dopiero mówić o paradoksach implikacji ścisłej. 2.5.a' zapiszmy więc jako 2.5a" L p → (q ↔ p) i odczytujmy: jeżeli jakieś zdanie jest konieczne, to jest ono ściśle implikowane przez jakiekolwiek zdanie; a 2.5.b' jako 2.5.b" L ~ p → (p ↔ q), jeżeli jakieś zdanie jest niemożliwe, to ściśle implikuje ono jakiekolwiek zdanie. Powstaje jednak problem, jak interpretować operatory modalne takie jak „L" i „M" (na gruncie logik modalnych) po wprowadzeniu kwantyfikacji, choć kwestią tą nie będziemy się zajmować w tej pracy [zob. Hintikka, Quine 2000, s. 171-193, Haack 1997, s. 195-211].

I w tym wypadku niezadowolenie wzbudzały paradoksalne interpretacje tez pojawiających się w systemie Lewisa, wobec czego logicy próbowali zbudować systemy, w których wyrażenia typu 2.5. a' i 2.5. b' nie pojawiałyby się jako tezy. Jak twierdzą logicy z „obozu" logików relewantnych, pojawianie się kolejnych paradoksów w systemach, takich jak ten przedstawiony w *Principia* i systemach modalnych, jest spowodowane tym, że nie uwzględniania się we wnioskowaniach w nich dokonywanych tzw. warunku relewancji. Pierwszym systemem, jaki został skonstruowany z uwzględnieniem owego warunku (co pozwoliło uniknąć paradoksów implikacji), był system Ackermana, a następnie systemy logik relewantnych, w tym interesujący nas system entailmentu E. Jak widać, jednym z powodów (a) skonstruowania systemu E była więc chęć podania możliwie adekwatnej charakterystyki potocznego okresu warunkowego, drugim (b) zaś refleksja nad istniejącymi już systemami.

III. O ENTAILMENCIE I SYSTEMIE E

III.A

Starając się choć fragmentarycznie scharakteryzować pojęcie entailmentu, ograniczymy się przede wszystkim do przedstawienia formalnej eksplikacji tego pojęcia, jakiej dokonali Anderson i Belnap konstruując swój system E. System ten zaliczany jest do logik entailmentu podobnie jak systemy: EM (E-mingle) stanowiący rozszerzenie systemu E i system T (ticket entailment), będący z kolei ograniczeniem systemu E.

Zazwyczaj za najistotniejsze systemy logik relewantnych uważa się właśnie systemy E i R. Edwin Mares pisze:

> Historycznie rzecz ujmując głównymi systemami wśród logik relewantnych będzie system E-entailment i system R relewantnej implikacji.

Choć historycznie systemy E i R Andersona i Belapa są z pewnością najważniejszymi — i jeśli nie liczyć systemu „mocnej implikacji" Ackermnana — pierwszymi logikami relewantnymi, to jednak na poziomie refleksji filozoficznej i metalogicznej niektórzy logicy, jak na przykład Arnon Avron, odrzucają systemy R i E jako zbyt słabe i rozwijają badania nad systemami mocniejszymi niż R. Inni, jak m.in. Ross T. Brady, Graham Prist, opowiadają się za akceptacją słabszych systemów niż E i R [Mares]. Oczywiście pojawiają się głosy sceptyczne co do samej zasadności konstrukcji systemu E — jak pisze Haack:

> Niektórzy sądzą, że system E Andersona i Belnapa został skonstruowany za bardzo ad hoc, a inni z kolei, którzy jak ja mają wątpliwości w związku z konwencjonalnymi logikami modalnymi, mogą nie być do końca zadowoleni z bliskiego pokrewieństwa E i S_4 [Haack 1997, s. 217].

Powróćmy jednak do kwestii stosunku logik relewantnych do logik entailmentu. Logiki entailmentu stanowią podzbiór zbioru logik relewantnych.

W pracy *Logika Formalna* [1987] Marciszewski logikom enatilmentu i relewantnym poświęcone są dwa oddzielne podrozdziały. Ich autor, jak już wspominaliśmy, rozróżnia trzy różne rozumienia terminu entailment jako: relacji międzyzdaniowej, systemów logicznych i wreszcie kierunku badań logicznych. Wyróżnienie wśród ogółu logik relewantnych podzbioru tzw. logik entailmentu jest uzasadnione, logiki typu entailment spełniają bowiem warunek relewancji, ale nie tylko [Anderson, Belnap 1962, s. 39-42].

Przyjrzyjmy się najpierw samemu warunkowi relewancji, który uznawany jest w rachunkach entailmentu. Haack rozróżniając badania logiczne i retoryczne wskazuje, że tzw. błąd relewancji i samo pojęcie relewancji należy raczej do aparatury pojęciowej logiki. Jeśli bowiem uznamy, że retoryka uwzględnia w sposób szczególny odbiorcę, to powstanie systemów entailmentu pokazuje, jak możemy za pomocą jedynie środków logicznych badać ów osobliwy związek entailmentu [Haack 1997,

s. 216-217]. Wydaje się, że owe badania, które Haack nazywa retorycznymi, dają się zinterpretować jako badania należące do zakresu tzw. pragmatyk logicznych [zob. Koj 1994, s. 55-68; 1987, s. 281-295], a jeśli te ostatnie dają się zaklasyfikować jako badania logiczne, to nie ma sensu odróżniać badań logicznych i retorycznych. Haack jednak skłonna jest raczej ograniczać badania logiczne do badań z poziomu syntaksy i semantyki, traktując pragmatykę logiczną jako osobny dział pracy naukowej. Rzeczywiście systemy takie jak E czy R rozwijane są co najwyżej na poziomie semantyki. Samo pojęcie błędu relewancji jednak pojawia się w badaniach z zakresu pragmatyki czy, jak woli Haack, retoryki i oznacza nieuwzględnienie w danym rozumowaniu, uznawanym za poprawne, pewnych związków znaczeniowych, jakie winny łączyć przesłankę i wniosek. Terminy zawarte w przesłance muszą bowiem na mocy samego swojego znaczenia umożliwiać wydedukowanie z nich wniosku. O relewancji rozumowania mówimy wówczas, gdy 3.1 B jest dedukowalne z A; B zaś jest dedukowalne z A wtedy i tylko wtedy, gdy w wyprowadzaniu B faktycznie użyte zostało A. Choć samo pojęcie entailmentu jest pojęciem logicznym, to jednak zakłada pojęcie relewancji, a więc pojęcie z poziomu pragmatyki i stanowi jego logiczną eksplikację.

Zdajemy sobie przy tym sprawę z faktu, że pojęcie relewancji nie jest jasne, choć intuicyjnie zrozumiałe. Nie wiemy bowiem — o czym była już mowa — czym miałyby być związki znaczeniowe lub treściowe łączące przesłankę z wnioskiem w rozumowaniu, tak samo jak nie wiemy, co oznaczać miałoby pojęcie faktycznego użycia w 3.1. Logicy, zauważając owe niejasności, starali się wyeksplikować znaczenie pojęcia relewancji w terminach logiki w sposób możliwie jednoznaczny. Jak możemy więc pozaformalnie rozumieć związek relewancji?[8] Była już o tym mowa, że chodzi tu o związek znaczeniowy łączący przesłankę A z wnioskiem B, uprawniający dany podmiot S do uznania B na podstawie A, tj. uznania B na mocy znaczenia A. Nelson twierdzi, że chodzi tu o taką implikację, która stanowi konieczny związek pomiędzy znaczeniami A i B [1930, s. 445]. Inni definiują związek relewantny pomiędzy przesłanką A i wnioskiem B jako: jeśli A implikuje B wtedy i tylko wtedy „intensjonalne znaczenie B jest identyczne z częścią intensjonalnego znaczenia A" [Balys 1931, s. 397], to A implikuje B wtedy i tylko wtedy, gdy B wynika na mocy znaczenia z A [Duncan-Jones 1935, s. 1971].

Problematyczne jest tu jednak to, jak można rozumieć „identyczność intensjonalnego znaczenia", „identyczność części znaczenia A i B" i wreszcie sam „związek znaczeniowy". Do problemu takiej charakterystyki powrócimy jeszcze pod koniec tej pracy. Uwzględnienie relewancji rozumowań jest zaś o tyle ważne, że pozwala uniknąć błędu relewancji (*fallacies of relevance*) [zob. np. Anderson i Belnap 1962a, s. 33]. W odniesieniu do rozumowań dokonywanych na gruncie języka potocznego, błąd ten jest błędem nieuwzględnienia odpowiedniej relacji znaczeniowej, jaka winna w rozumowaniu upoważniać do przyjęcia wniosku B na podstawie przesłanki A.

[8] Poniżej przytoczone przykłady są powtórzeniem z artykułu Andersona i Belnapa [1962a, s. 48].

W językach formalnych błąd relewancji popełniany jest w wyniku niespełnienia przez dane wnioskowania warunku relewancji i prowadzi do paradoksów implikacji [zob. II]. Warunek relewancji można sformułować zatem tak: 3.2. Dane rozumowanie *R* spełnia warunek relewancji, gdy wniosek rozumowania *R* otrzymany jest na mocy implikacji relewantnej [por. Borkowski 1991, s. 207].

Pierwszy krok w kierunku sformułowania wspomnianej charakterystyki pojęcia implikacji relewantnej dla systemów formalnych uczynił Parry, konstruując swój system analitycznej implikacji. Parry wykorzystuje jako inspirację dla swojej konstrukcji definicję sądu analitycznego Kanta, zgodnie z którą dany sąd „A jest B" jest sądem analitycznym wtedy i tylko wtedy, gdy B jest zawarte w pojęciu A. Wprowadzenie pojęcia „implikacji analitycznej" — na płaszczyźnie języka logiki — ma stanowić swoisty sposób eksplikacji podmiotu A, zdania typu „A jest B". Właśnie na potrzeby wspomnianego systemu, Parry formułuje charakterystykę relewantnego okresu warunkowego dla systemów formalnych:

3.3. A implikuje relewantnie B wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie zmienne występujące w B występują w A.

Warunek relewancji dla systemów formalnych miałby więc następującą formę:

3.2.' dane rozumowanie R spełnia warunek relewancji, gdy wniosek rozumowania R otrzymany jest na mocy implikacji relewantnej w sensie 3.3 [zob. Borkowski 1991, s. 207, Anderson i Belnap 1962, s. 23, Kabziński 1987, s. 343].

Kolejnym ważnym systemem, który spełnia warunek relewancji 3.2', jest system mocnej implikacji Ackermana. Refleksja nad tym systemem była bezpośrednim punktem wyjścia dla konstrukcji systemu E [Anderson i Belnap 1958, 1959, 1959a, 1962a, s. 39-42]. System E stanowi więc próbę podania nowej formalnej charakterystyki okresu warunkowego z uwzględnieniem warunku relewancji. Uwzględniwszy entailment jako zmodyfikowany okres warunkowy, możemy przyjąć następującą definicję, zgodnie z którą: A jest relewantne względem B wtedy i tylko wtedy, gdy $A \Rightarrow B$, w przypadku, gdy istnieje dowód B z hipotezy A. Przy czym dowodem $A_1,\ldots,A_n$ wyrażenia B z przesłanki A, nazywamy skończony ciąg wyrażeń $A_1,\ldots,A_n$, którego ostatnim wyrażeniem jest B, $A = A_1$, $B = A_n$, a każde A_i ($i > 1$) jest albo aksjomatem, albo konsekwencją którejś przesłanki pośród $A_1,\ldots,A_n$, uzyskaną za pomocą jednej z reguł systemu E [Anderson i Belnap 1962a, s. 34]. Widać więc, że koniecznym warunkiem dla relewancji jest to, by A i B dzieliły zmienne; aby dane wyrażenie $A \Rightarrow B$ mogło być uznane za tezę systemu E, musi spełniać warunek relewancji, a więc wszystkie zmienne zdaniowe występujące w B muszą występować w A.

Oprócz jednak tego ostatniego warunku, na relację entailment nakłada się jeszcze jeden warunek, który możemy nazwać warunkiem konieczności. Warunek ten mówi jedynie tyle, że poprawne (logicznie prawdziwe) rozumowanie nie może być natury przypadkowej. Jeśli w rozumowaniu typu: $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$, A jest przypadkowe, to całe rozumowanie ma charakter przypadkowy. Rozumowanie tego typu nie może więc być uznane za poprawne w E. Borkowski następująco formułuje warunek koniecz-

ności: *Implikacja stwierdza związek konieczny, a zdanie stwierdzające taki związek nie może implikować zdania przypadkowego* [Borkowski 1991, s. 207].

III.B

W artykule *Tautological entailments* [1962], Anderson i Belnap przedstawiają formalną teorię entailmentu jako specyficznego związku pomiędzy A i B. Jak sami zaznaczają, celem tej pracy było rozszerzenie rezultatów przedstawionych w pracy *The Pure calculus*...[1962a]. Autorzy starają się pokazać, które z wyrażeń systemu entailment pierwszego rzędu są poprawne (*valid*), a więc są tautologiami systemu E, i jakie warunki winno spełniać dane wyrażenie, aby mogło być za taką tautologię uznane. Przed podaniem odpowiedniej aksjomatyki dla systemu E, autorzy rozważają propozycje innych logików — von Wrighta, Geacha i Simley'a — przedstawiają swoją propozycję w taki sposób, aby jednocześnie spełniała ona wymagania, jakie zaproponowali Von Wright, Geach i Simley. Zaznaczają przy tym, że entailment jest przez nich rozumiany raczej jako relacja pomiędzy sądami (*proposition*s) niż jako relacja pomiędzy zdaniami (*sentences*) czy wyrażeniami (*statements*) [Anderson i Belnap 1962a, s. 22].

Dla potrzeb swojego systemu formalnego charakteryzują relację entailmentu następująco: A pociąga B (A entail B) wtedy i tylko wtedy, gdy B jest zawarte w A [Anderson, Belnap 1962, s. 12]. B jest zawarte w A wtedy i tylko wtedy, gdy B jest dedukowalne z A dzięki poprawnej (*valid*) regule dedukcyjnej. A pociąga B wtedy i tylko wtedy, gdy B dedukowalne jest z A dzięki poprawnej regule dedukcyjnej.

(3.4) $A \Rightarrow B$[9] jest elementarnym entailmentem wtedy i tylko wtedy, gdy A jest daną elementarną koniunkcją i B jest daną elementarną dysjunkcją.[10] Kiedy A i B są wyrażeniami atomicznymi, wówczas jakieś $A \Rightarrow B$ będzie poprawne (*valid*) wtedy i tylko wtedy, gdy A i B są tak samo wyrażeniami atomicznymi.

W charakterystyce (3.4) wprowadza się dwa pojęcia mianowicie elementarnej dysjunkcji i elementarnej koniunkcji, które definiuje się jako: elementarna dysjunkcja jest dysjunkcją $A_1 \vee A_2 \ldots \vee A_m$, gdzie każde A_i jest wyrażeniem atomicznym dysjunkcji; elementarna koniunkcja jest koniunkcją $B_1 \wedge B_2 \ldots \wedge B_n$, gdzie każde B_j jest wyrażeniem atomicznym. (Wyrażenie atomiczne definiuje się jako zmienną zdaniową lub negację zmiennej zdaniowej [Anderson, Belnap 1962, s. 11]).

---

[9] Odmiennie od Anderson'a i Belnap'a, którzy używają jako oznaczenia entilmentu znaku „→", będziemy używali symbolu „⇒", jak czyni to Haack [1997]. Decydujemy się na taką zmianę notacji, aby nie spowodować niepotrzebnego zamieszania, poprzez aktualnie wieloznaczne użycie znaku „→", którego w poprzednich częściach pracy używaliśmy na oznaczenie okresu warunkowego „— → —", charakteryzowanego zgodnie z systemem przedstawionym w *Principia*... Russella i Whiteheada.

[10] $A \Rightarrow B$ is a primitive entailment if A is a primitive conjunction and B is a primitive disjunction [Anderson, Belnap 1962, s. 9], jako symbolu dysjunkcji za Belnapem i Andersonem używamy tu: „v" [1962].

Z kolei jeśli A i B są wyrażeniami atomicznymi w A ⇒ B jest poprawnym entailmentem jeśli A i B są takimi samym wyrażeniem atomicznym. Zgodnie z (3.4) elemetarnymi poprawnymi okresami warunkowymi typu entailment będą np. p ∧ q ⇒ q v r; ~ p ∧ q ∧ r ⇒ s v ~ p v ~ r [Anderson i Belnap 1962, s.11-12]. Jeśli $A_1 \wedge A_2,\ldots$, A_n jest jakąś elementarną koniunkcją, a jakąś elementarną dysjunkcją $B_1 \wedge B_2,\ldots$, B_n, wtedy $A_1 \wedge A_2,\ldots , A_n \Rightarrow B_1 \wedge B_2,\ldots , B_n$ będzie poprawnym entailmentem wtedy i tylko wtedy, gdy pewne wyrażenie atomiczne A_i jest takie samo jak pewne wyrażenie atomiczne B_j, tak na przykład: p ∧ q ⇒ q v r i ~ p ∧ q ∧ r ⇒ s v ~ p v ~ r, ale nigdy wyrażenie typu: p ∧ ~ q ⇒ r czy ~ p ⇒ q v p v r, p ∧ ~ p ⇒ q.

Oczywiście taka definicja jest charakterystyką „ —— ⇒ ——”, dla wyrażeń o postaci normalnej. Istnieją jednak wyrażenia, które tego typu postaci nie posiadają, np. A ∧ (~A v B) ⇒ B. Aby więc poradzić sobie z tego typu przypadkami, wprowadza się tu dodatkowe reguły, pozwalające na konwersję wszelkich wyrażeń nieposiadających postaci normalnej na wyrażenia o takiej postaci. Są to następujące reguły:

Reguła przemienności (commutativity) — zamienia A ∧ B, na B ∧ A; zamienia A v B, na B v A;

Reguła skojarzeniowa (associativity) — zamienia (A ∧ B) ∧ C, na A ∧ (B ∧ C) i odwrotnie; zamienia (A v B) v C, na A v (B v C) i odwrotnie;

Reguła rozdzielczości (distributivity) zamienia A ∧ (B v C), na (A ∧ B) v (A ∧ C) i odwrotnie; zamienia A v (B ∧ C), na (A v B) ∧ (A v C) i odwrotnie;

Reguła podwójnej negacji (double negation) zamienia A, na ~~ A i odwrotnie;

Prawa De Morgana pozwalają zamienić ~ (A ∧ B) na ~ A v ~ B i odwrotnie, i pozwala zamienić ~ (A v B), na ~A ∧ ~B i odwrotnie [1962, s. 12-13].

Jako przykład zastosowania tych reguł twórcy systemu E rozważają jedno z wyrażeń, w którym występuje okres warunkowy „—— → ——”, a które nie jest jednocześnie tautologią systemu typu enatilment; mianowicie wyrażenie o postaci [(p→ q) ∧ (q → r)] ⇒ (p → r). Chcąc stwierdzić, czy jest ono tautologią, sprowadzają oni wyrażenie to do postaci normalnej, wykorzystując odpowiedni sposób parafrazowania samej spójki „→” i wymienione powyżej reguły. Po parafrazie otrzymujemy: [(~p v q) ∧ (~q v r)] ⇒ [~p v r] i dalej [(~p∧q) v (~p ∧ r) v (q ∧~q) v (q ∧ r)] ⇒ [~ p v r]; ale wyrażenie [q ∧ ~q] ⇒ [~p v r] nie jest poprawne, bo poprzednik i następnik nie dzielą zmiennej, tj. po obu stronach ⇒ występują różne zmienne i nie występuje żadna zmienna wspólna [1962, s. 13].

Przyjrzyjmy się jeszcze pokrótce warunkom, jakie na poprawny okres warunkowy entailmentu nakładali wspomniani wcześniej autorzy. Tak więc: von Wright podawał następującą definicję: „A pociąga B wtedy i tylko wtedy, gdy możemy logicznie dojść do wiedzy o prawdziwości „A→ B” bez dochodzenia do wiedzy o fałszywości A lub prawdziwości B”. Geach podaje podobną definicję: A pociąga B wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje a priori sposób osiągnięcia wiedzy, że poprawny jest okres warunkowy „A→ B”, bez dochodzenia do wiedzy o tym, czy A lub czy B. Ze względu na niejasność pojęcia „dojść do wiedzy”, a także argumentację Strawsona [zob. Anderson, Belanap 1962, s. 9-10], definicje podane powyżej wydają się nieza-

dowalające i niewystarczające dla celów Andersona i Belnapa. Kolejną zmodyfikowaną definicją, jaką rozważają autorzy, jest definicja Simleya, zgodnie z którą: $A_1 \wedge \ldots \wedge A_n$ winno pociągać B wtedy i tylko wtedy, gdy $(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow B$ jest podstawieniem pewnej tautologii $(A_1' \wedge \ldots \wedge A_n') \rightarrow B'$, takiej, że ani B', ani fałszywość $(A_1' \wedge \ldots \wedge A_n')$ nie jest dowiedziona.

Przyjęcie definicji Simleya prowadzi jednak do wniosku, że entailment jest relacją nieprzechodnią. Wniosek taki byłby — zdaniem Andersona i Belnapa — uzasadniony, jeśli dla uzasadnienia poprawności wnioskowania odwoływalibyśmy się wyłącznie do związków znaczeniowych pomiędzy poprzednikiem i następnikiem takiego okresu warunkowego. Jednak ich zdaniem odwołanie się jedynie do związku znaczeniowego — w wypadku charakterystyki entailmentu — to zbyt mało, należy uwzględnić dodatkowo właśnie fakt, że entailment jest relacją przechodnią. Piszą oni:

> To wydaje się niewiarygodne, że ktoś powinien uznawać, że A pociąga B, a B pociąga C, ale uważa, że będą wymagane jakieś dalsze argumenty, żeby uznać, że A pociąga C [Anderson i Belnap 1962, s. 11].

Po dokonaniu odpowiednich analiz, Anderson i Belnap przedstawiają aksjomatykę systemu E i matrycową metodę sprawdzania poprawności wyrażeń tego systemu:

Dla entailmentu (*entailment*):
A.1 $A \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow B$
A.2 $A \Rightarrow B \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$
A.3 $(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

Dla koniunkcji (*conjunction*)
A.4 $A \wedge B \Rightarrow A$
A.5 $A \wedge B \Rightarrow B$
A.6 $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \wedge C))$

Dla konieczności:
A.7 $N A \wedge N B \Rightarrow N(A \wedge B)$; def.: $NA = A \Rightarrow A \Rightarrow A$

Dla dysjunkcji (*disjunction*):
A.8 $A \Rightarrow A \vee B$
A.9 $B \Rightarrow A \vee B$
A.10 $(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \vee B) \Rightarrow C)$

Dla koniunkcji i dysjunkcji (*conjunction and disjunction*):
A.11 $A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee C$

Dla negacji (*negation*):
A.12 $(A \Rightarrow \sim A) \Rightarrow \sim A$
A.13 $(A \Rightarrow \sim B) \Rightarrow (B \Rightarrow \sim A)$
A.14 $\sim\sim A \Rightarrow A$

Reguły (rules):
Modus ponens (w zmodyfikowanej wersji): jeśli uznamy (*assert*) A ⇒ B, wtedy z A możemy wnioskować B.
Reguła dołączania: z A i B możemy wnioskować A ∧ B.

Matryce:

A ⇒ B								
B A	**-3**	**-2**	**-1**	**-0**	**+0**	**+1**	**+2**	**+3**
-3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3
-2	-3	+2	-3	+2	-3	-3	+2	+3
-1	-3	-3	+1	+1	-3	+1	-3	+3
-0	-3	-3	-3	+0	-3	-3	-3	+3
+0	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3
+1	-3	-3	-1	-1	-3	+1	-3	+3
+2	-3	-2	-3	-2	-3	-3	+2	+3
+3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	+3

A ∧ B								
B A	**-3**	**-2**	**-1**	**-0**	**+0**	**+1**	**+2**	**+3**
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
-2	-3	-2	-3	-2	-3	-3	-2	-2
-1	-3	-3	-1	-1	-3	-1	-3	-1
-0	-3	-2	-1	-0	-3	-1	-2	-0
+0	-3	-3	-3	-3	+0	+0	+0	+0
+1	-3	-3	-1	-1	+0	+1	+0	+1
+2	-3	-2	-3	-2	+0	+0	+2	+2
+3	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3

A	**~A**
-3	+3
-2	+2
-1	+1
-0	+0
+0	-0
+1	-1
+2	-2
+3	-3

A ∨ B								
B A	**-3**	**-2**	**-1**	**-0**	**+0**	**+1**	**+2**	**+3**
-3	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3
-2	-2	-2	-0	-0	+2	+3	+2	+3
-1	-1	-0	-1	-0	+1	+1	+3	+3
-0	-0	-0	-0	-0	+3	+3	+3	+3
+0	+0	+2	+1	+3	+0	+1	+2	+3
+1	+1	+3	+1	+3	+1	+1	+3	+3
+2	+2	+2	+3	+3	+2	+3	+2	+3
+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3

Wyrażenia o postaci A ⇒ B mogą być dowiedzione na gruncie systemu E wówczas, gdy posiadają one postać normalną, a więc zbudowane są za pomocą zmiennych zdaniowych i funktorów ~, ∨, v, ⇒. A ⇒ B jest dowiedzione w E, gdy jest tautologią E. Zgodnie z zasadą relewancji dla systemów formalnych, A ⇒ B jest dowodliwe w E wtedy i tylko wtedy, gdy A i B dzielą zmienne. To, czy dane wyra-

żenie jest tautologią systemu E, możemy sprawdzić metodą matryc Ackermana. Wyrażenia „A pociąga B", którym zgodnie z matrycą przypisujemy wartości dodatnie, będziemy czytali jako prawdziwe, a te, którym przypiszemy wartości ujemne, będziemy czytali jako fałszywe [Anderson i Belnap 1962, s. 16].

Dla zmiennych zdaniowych występujących w elementarnym entailmencie $A_i \Rightarrow B_j$ przypisujemy wartości jak następuje:

(i) Jeśli zmienna zdaniowa p występuje w A_i, ale nie w B_j, przyporządkowujemy p wartość + 1;

(ii) Jeśli p występuje w B_j, ale nie w A_i, przyporządkowujemy p wartość +2;

(iii) Jeśli p występuje w A_i i ~p występuje w B_j, przyporządkowujemy p wartość +3;

(iv) Jeśli ~p występuje A_i i p występuje w Bj, przyporządkowujemy p wartość -3 [Anderson, Belnap 1962, s. 15].

System E może być też sformułowany w wersji dedukcji naturalnej [Anderson i Belnap 1962a, s. 39]. Dla takiego systemu przyjmujemy następujący zbiór reguł:

R1. Hyp. A może być wprowadzone jako założenie dowodu, przy czym każdemu nowemu założeniu przyporządkowujemy odpowiedni zbiór jednoelementowy $\{k\}$ będący indeksem, tak że *k* wyznacza stopień wprowadzonego założenia,

R2. Rep. Dana formuła $A_{\{k\}}$, może zostać powtórzona w dowodzie, zachowując indeks $_{\{k\}}$,

R3. Reit. Dana formuła $(A \Rightarrow B)_{\{k\}}$ może zostać powtórzona w dowodzie, zachowując indeks $_{\{k\}}$,

R4. $\Rightarrow$ E. Z wyrażenia $A_{\{a\}}$ i $(A \Rightarrow B)_b$ otrzymujemy $B_{a \cup b}$,

R5. $\Rightarrow$ I. Z dowodu B_a przy założeniu $A_{\{k\}}$ otrzymujemy $(A \Rightarrow B)_{a-\{k\}}$, pod warunkiem, że $k \in$ a [zob. Kabziński 1987, s. 340].

W systemie E prawami są następujące wyrażenia:

Prawo identyczności:	$A \Rightarrow A$,
Prawa przechodniości:	$A \Rightarrow B \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
	$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow A \Rightarrow (C \Rightarrow B))$
Prawo sprzeczności:	$(A \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
Prawo rozkładania:	$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
Prawo ograniczenia permutacji:	
	$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow D) \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow D)$
Prawo ograniczenia warunkowego modus ponens:	
	$B \Rightarrow C \Rightarrow ((A \Rightarrow (B \Rightarrow C \Rightarrow D))) \Rightarrow (A \Rightarrow D)$
Prawo ograniczonej asercji:	$A \Rightarrow B \Rightarrow (A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow C)$
Prawo szczególnej asercji:	$A \Rightarrow A \Rightarrow B \Rightarrow B$
Prawo zastępowania:	$D \Rightarrow B \Rightarrow ((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (D \Rightarrow C))$
Drugie prawo zastępowania:	$C \Rightarrow D \Rightarrow ((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow D)))$

Pierwsze prawo konsekwencji: $(A\Rightarrow(B\Rightarrow C))\Rightarrow(A\Rightarrow(D\Rightarrow B)\Rightarrow(B\Rightarrow D))$
Drugie prawo konsekwencji: $(A\Rightarrow(B\Rightarrow C))\Rightarrow(A\Rightarrow(C\Rightarrow D)\Rightarrow(B\Rightarrow D))$

Tez systemu E dowodzimy w następujący sposób:

Prawo skracania

1. $A\Rightarrow(A\Rightarrow B)_{\{1\}}$	Hyp,
2. $A_{\{2\}}$	Hyp,
3. $A\Rightarrow(A\Rightarrow B)_{\{1\}}$	1, Reit,
4. $A\Rightarrow B_{\{1,2\}}$	2,3, $\Rightarrow$E,
5. $B_{\{1,2\}}$	2,4, $\Rightarrow$E,
6. $A\Rightarrow B_{\{1\}}$	2,5, $\Rightarrow$I,
$(A\Rightarrow(A\Rightarrow B))\Rightarrow(A\Rightarrow B)$	1,6, $\Rightarrow$I.

Prawo identyczności

1. $A\Rightarrow A_{\{1\}}$	Hyp,
2. $A_{\{2\}}$	Hyp,
3. $A\Rightarrow A_{\{1\}}$	1, Reit,
4. $A_{\{1,2\}}$	2,3, $\Rightarrow$E,
5. $A\Rightarrow A_{\{1\}}$	2,4, $\Rightarrow$I,
$(A\Rightarrow A)\Rightarrow(A\Rightarrow A)$	1,5, $\Rightarrow$I,

Prawo ograniczonej asercji

1. $A\Rightarrow B\Rightarrow(A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C)$	Hyp,
2. $A\Rightarrow B_{\{2\}}$	Hyp,
3. $A_{\{3\}}$	Hyp,
4. $A\Rightarrow B\Rightarrow(A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C)_{\{1\}}$	1, Reit,
5. $A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C_{\{1,2\}}$	2,4, $\Rightarrow$E,
6. $C\Rightarrow C_{\{1,2\}}$	2,5, $\Rightarrow$E,
7. $A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C_{\{1\}}$	2,6, $\Rightarrow$I,
$A\Rightarrow B\Rightarrow(A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C)\Rightarrow A\Rightarrow B\Rightarrow C\Rightarrow C$	1,7, $\Rightarrow$I

Zgodnie z warunkiem konieczności, jeśli A jest zdaniem przypadkowym, to tezą systemu E nie jest wyrażenie $A\Rightarrow((A\Rightarrow A)\Rightarrow A)$, gdyż z wyrażenia koniecznego $(A\Rightarrow A)$ wynikałoby zdanie przypadkowe A. Podobnie tezami nie są w tym systemie wyrażenia określane jako paradoksy implikacji materialnej i ścisłej. Aksjomatyka systemu E jest równoważna z systemem Ackermana, z tym, że system Ackermana jest systemem wzbogaconym o dwie dodatkowe reguły. Stąd zbiory konsekwencji obu systemów nie są identyczne [zob. Anderson, Belnap 1962a, s. 39-42, Kabziński 1987, s. 343-344].

IV. WĄTPLIWOŚCI

Wydaje się, że choć projekt Andersona i Belnapa jest imponujący i pozwala na formalną eksplikację wnioskowania spełniającego warunek relewancji, to jest on niewystarczający. Warunek relewancji spełniony jest — zdaniem logików — wówczas, gdy zmienne zdaniowe następnika są zawarte w poprzedniku relewantnego okresu warunkowego. Owa relatywizacja do poziomu zdań wydaje się pożyteczna i zapewnia maksymalną jasność pojęciu relewancji. Nie znaczy to jednak, że sama formalna eksplikacja związku relewantnego jako entailmentu jest jasna i zbieżna z tym, co intuicyjnie uważane jest za wnioskowanie spełniające warunek relewancji, a ponadto naraża nas na techniczne trudności interpretacji takich pojęć jak „konieczność" czy „możliwość".

Jeśli mianowicie uwzględnimy wcześniej przytaczane definicje związku relewantnego, jak np. definicje Nelsona, Duncana-Jonesa czy Balysa, to wszystkie one okażą się problematyczne [por. Suppes 1957]. Filozofowie ci bowiem odwołują się do całej gamy niejasnych, mętnych pojęć, takich jak związek konieczny pomiędzy znaczeniami, znaczenie czy konieczność. Oczywiście możemy próbować eksplikować te pojęcia za pomocą aparatury pojęciowej współczesnej logiki. Trzeba jednak pamiętać, że eksplikacja pojęcia związku znaczeniowego, jaki miałby stanowić warunek relewancji dla rozumowań danego typu dokonywanych w języku potocznym, poprzez odwołanie się do pojęcia „konieczności" i formalnego warunku relewancji, wydaje się przedsięwzięciem skazanym na porażkę, dopóki nie uzyskamy formalnej eksplikacji pojęcia znaczenia i wystarczających argumentów na rzecz odwoływania się do pojęcia konieczności. O ile pierwsze zamierzenie może być zrealizowane w jakimś minimalnym stopniu — jeśli znaczenia potraktujemy jako intensje wyrażeń danego konkretnego systemu logicznego — o tyle powstaje poważna trudność z uzasadnieniem zasadności odwoływania się do pojęć modalnych, takich jak „jest konieczne" czy „jest możliwe". Nie wydaje się — wbrew Quine'owskiej krytyce — że jakieś formalnej eksplikacji pojęcia znaczenia nie jesteśmy w stanie podać, choć zapewne nie będzie ona spełniała tradycyjnych wymagań, jakie nakładano na to pojęcie. Wydaje się jednak, że eksplikacja pojęcia związku znaczeniowego poprzez odwołanie się współwystępowania w przesłance i wniosku tych samych zmiennych jest zbyt słaba i nie chwyta intuicji. Możemy bowiem przytoczyć przykłady rozumowań, które wydają się relewantne, ale nie są tezami systemu E. Tak np. rozumowanie „x jest kawalerem" $\Rightarrow$ „x jest nieżonatym mężczyzną", przybiera postać: $p \Rightarrow q$ i nie jest tezą systemu E. Problem polega na tym, że warunek współwystępowania, czy dzielenia zmiennych następnika i poprzednika wnioskowania typu entailment, jest zbyt słabą eksplikacją pojęcia: „związku znaczeniowego". Zupełnie też się nie sprawdza, gdybyśmy chcieli za jego pomocą eksplikować relewantny związek definiowany w myśl Balysa, który odwołuje się do pojęcia „część znaczenia": to jednak zdania stanowią dopiero całości znaczące w E. Jeśli nawet jesteśmy w stanie wyobrazić sobie sposób podania jakieś charakterystyki „znaczenia" na poziomie se-

mantyki (np. jako intensji danego wyrażenia), to znacznie bardziej kłopotliwe jest pojęcie konieczności. Jeśli — jak twierdzi Haack — system E jest pokrewny systemowi S_4, to jednocześnie przejmuje on wszelkie problemy związane z interpretacją pojęcia konieczności, jakie wysuwano dotąd, a w szczególności problemu zakresu kwantyfikowania [zob. m.in. Quine 2000, s. 161-193].

BIBLIOGRAFIA

Ackermann W.
[1956] *Begründung einer strengen Implikation*, „Journal of Symbolic Logic", vol. 21, nr 2, s. 113-128.
Anderson R. A.
[1957] *Review of Ackermann*, „Journal of Symbolic Logic", 22, s. 327-328.
[1959] *Completeness Theorems for the System E of Entailment and EQ of Entailment with Quantification*. Technical Report 6, Office of Naval Resarch, Group Psychology Branch, New Haven.
Anderson R. A., Belnapa N. D. Jr.
[1958] *A modification of Ackermann's rigorous implication*, 23, s. 457-458.
[1959] *Modalites in Ackermann's Rigorous Implication*, „Journal of Symbolic Logic", 24, s. 107-111.
[1962] *Tautological Entailments*, „Philosophical Studies", 13, s. 9-24.
[1962a] *The Pure Calculus of Entailment*, „Journal of Symbolic Logic", 1, s. 19-52.
[1975] *Entailment*, Vol. I, Princeton.
Anderson R. A., Belnapa N. D. Jr., Dunn M
[1992] *Entailment*, Vol. II, Princeton.
Baylis Ch. A.
[1931] *Implication and subsumption*, „Monist", 41, s. 392-399.
Belnap N. D. Jr.
[1959]*The formalization of entailment*, „Technical Raport", 7, New Haven.
[1959a] *Entailment and Relevance*, „Journal of Symbolic Logic".
Bennett J.
[1969] *Entailment*, „Philosophical Review", vol. 78, nr 2, s. 197-236.
Blanshard B.
[1939] *The Nature of Thought*, London.
Borkowski L.
[1990] *Uwagi o okresie warunkowym oraz implikacji materialnej i ścisłej*, [w:] Studia logiczne, Lublin, s. 346-363.
[1991] *Wprowadzenie do logiki i teorii mnogości*, Lublin.
Brady R.
[1989] *The Non-Triviality of Dialectical Set Theory*, s. 437-470. [w:] [1989] Priest G., Routley R., Norman J. (ed.).
Church A.
[1951] *The weak theory of implication*, [w:] Menne A. (ed.) *Kontrolliertes Denken*, München.
Došen K.
[1992] *The First Axiomatization of Relevant Logic*, „Journal of Philosophical Logic", 21, s. 339-356.
Dunn J. M.
[1986] *Relevance Logic and Entailment*, [w:] [1986] Gabby, Guenthner (ed.).
Duncan-Jones A. C.
[1935] *Is strict implication the same as entailment?*, „Analysis", Vol. 2, s. 70-78.

Fine K.
[1975] *Vagueness, truth and Logic*, „Sythese", 30, s. 265-300.
Fuhrmanna A.
[1990] *Models for Relevant Modal Logics*, Studia Logica, 35, s. 315-322.
Gabby D., Guenthner F.
[1986] (ed.) *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. III, *Alternatives to Classical Logic*, Dordrecht: Kluwer.
Geach P. T.
[1958] *Entailment*, „Proceedings of Aristotelian Society", 32, s. 157-172.
Grzegorczyk A.
[1973] *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa.
Haack S.
[1997] *Logika modalna*, s. 183-218, [w:] [1997] (ed.) Woleński J.
Hintikka J.
[1959] *Existential Presuppositions and Existential Commitents*, „Journal of Philosophy", 56, s. 125-137.
Kabziński K. J.
[1987] *Problematyka entailment*, s. 338-345, [w:] [1987] (ed.) Marciszewski W.
[1987a] *Logiki relewantne*, s. 346-359, [w:] [1987] (ed.) Marciszewski W.
Kiczuk S.
[1995] *Związek przyczynowy a logika przyczynowości*, Lublin.
Koj L.
[1994] *Pragmatyka*, s. 55-68, [w:] (ed.) Pelc [1994].
[1987] *Pragmatyka logiczna*, s. 281-295, [w:] (ed.) Marciszewski W.
Kotarbiński T.
[1985] *Wykłady z dziejów logiki*, Warszawa.
Leblank H.
[1973] (ed.) *Truth, Syntax and Modality*, Amsterdam.
Lewis C. I.
[1918] *A Survey of Symbolic Logic*, California U. P.
Malinowski J.
[1997] *Logiki niemonotoniczne* , „Przegląd Filozoficzny", vol. 1 (21), s. 31-53.
Marciszewski W.
[1987] (red) *Logika Formalna. Zarys encyklopedyczny z zastosowaniem do informatyki i lingwistyki*, Warszawa.
Mares E.
[1998] Relevance Logic, [w:] E. Zalta (ed.), Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.stanford.edu/entries/logic-relevance/index.html
[1996] *Relevant Logics and the Theory of Information*, „Synthese", 109, s. 345-360.
Mares E., Fuhrmann A.
[1995] *A Relevant Theory of Conditionals*, „Journal of Philosophical Logic", 24, s. 645-665.
Meyer R. K.
[1971] *Entailment*, „Journal of Philosophy, 68, s. 808-818.
Moore G. E.
[1920] *External and internal relation*, „Proceedings of Aristotelian Society", 20, s. 40-62.
Menne A.
[1951] (ed.) *Kontrolliertes Denken*, München.

Nelson E. J.
[1930] *Intensional relation*, „Mind", 39, s. 440-453.
Parry W. T.
[1933] *Ein Axiomensystem für eine neue Aet von Implication (analytische Implikation)*, „Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums", 4, s. 5-6.
Pelc J.
[1994] *Znaczenie i prawda. Rozprawy semiotyczne*, Warszawa.
Pogorzelski W. A.
[1973] *Klasyczny Rachunek Zdań*, Warszawa.
Priest G.
[2001] *An Introduction to Non-Classical Logic*, Cambridge.
Priest G., Routley R., Norman J.
[1989] (ed.) *Paraconsistent Logic*, Munich.
Priest G., Sylvan R.
[1992] *Simplifield Semantics for Basic Relevant Logics*, „Journal of Philosophical Logic", 21, s. 217-232.
Read S.
[1988] *Relevant Logic*, Oxford.
[1995] *Thinking About Logic: An Introduction to the Philosophy of Logic*, Oxford.
Restall G.
[1996] *Information Flow and Relevant logics*, [w:] Seligman J., Westersthal D. (ed.).
Routley R., Loparic A.
[1987] *Semantical Analysis of Aruda-da Costa P System and Adjacent Non-Replacment Relevant System*, „Studia Logica", 37, s. 301-322.
Routley R., Meyer R. K.
[1973] *The Semantic of Entailment*, [w:] [1973] Leblank H (ed.).
Routley R., Plumwood V., Meyer R. K., Brady R.
[1982] *Relevant Logics and their Rivals*, Vol. 1, Atascadero.
Routley R., Routley V.
[1972] *The Semantics of First Degree Entailment*, „Noűs", 6, s. 335-395.
Routley R., Routley V., Meyer R. K., Martin E.
[1982] *On The Philosophical Bases of Relevant Logic Semantics*, „Journal of Non-Classical Logic", 1, s. 71-102.
Seligman J., Westersthal D.
[1996] (ed.) *Logic, language and Computation*, Vol. 1, Stanford.
Simley T. J.
[1959] *Entailment and deducibility*, „Proceedings of Aristotelian Society", 59, s. 233-254.
Strawson P. F.
[1952] *Introduction to logical theory*, London.
Tarski A.
[1994] *Wprowadzenie do logiki i do nauk dedukcyjnych*, Warszawa.
Quine W. V. O.
[1974] *Logika matematyczna*, Warszawa.
[1977] *Filozofia logiki*, Warszawa.
[1999] *Słowo i przedmiot*, Warszawa.
Urquhart A.
[1972] *Semantics for Relevant Logics*, „Journal of Symbolic Logic", 37, s. 159-169.

Von Wright G. H.
[1959] *A Note on Entailment*, „Philosophical Quarterly", 9, s. 363-365.
Woleński J.
[1993] *Metamatematyka a epistemologia*, Warszawa.
[1997] *Filozofia logiki*, Warszawa.