Filozofia Nauki
Rok IX, 2001, Nr 4(36)

Jarosław Mrozek

Poznawcze funkcje matematyki

Aby uniknąć nieporozumień związanych z tytułem tego artykułu chciałbym zaznaczyć, że odróżniam kwestię **określenia** funkcji wypełnianych przez matematykę w stosunku do nauk empirycznych, od problemu samej **możliwości** wypełniania funkcji poznawczych przez matematykę, czyli od pytania: *jak to się dzieje, że możemy z powodzeniem wykorzystywać matematykę przy tworzeniu teorii fizykalnych odnoszących się bezpośrednio do świata zewnętrznego*? To pytanie wiąże się z próbą sięgania do metafizycznych korzeni problemu. Nie negując sensowności takiego podejścia stawiam sobie zadanie skromniejsze. Wychodzę od konstatacji powszechnie znanego faktu, że we współczesnym przyrodoznawstwie matematyka stała się nieodzownym składnikiem teoretycznie zaawansowanych nauk empirycznych — fizyki, kosmologii. Na tej podstawie wnioskuję, iż jest ona ich istotnym elementem, oraz zastanawiam się, jaką *rolę poznawczą odgrywa matematyka* jako element teorii fizykalnych.

Takie podejście wiąże się z koniecznością udzielenia odpowiedzi na podstawowe pytanie: *do czego matematyka służy przyrodnikom, co osiągają oni poprzez odwołanie się do matematyki*? Fizycy, którzy na ogół uznają zasługi matematyki, wskazują przede wszystkim na możliwość ilościowego ujmowania zjawisk oraz dokonywania predykcji. Matematyka pozwala wyliczyć pewne istotne dla jakichś celów parametry a także przewidywać ewolucję układów fizykalnych. Można obliczyć, przykładowo, położenie planet Układu Słonecznego w pewnej chwili w przyszłości.

Możemy dokonywać również retrodykcji. Gdy rozpatrywanym układem będzie cały Wszechświat, matematyczne modele kosmologiczne pozwalają na teoretyczną penetrację wczesnych stadiów rozwoju Wszechświata. Dzięki modelowi Wielkiego Wybuchu możemy na przykład wyliczyć długość fali promieniowania reliktowego, które miałoby być pozostałością po gigantycznej eksplozji dającej początek naszemu światu. W świetle takich przykładów możemy więc stwierdzić, że matematyka służy fizyce do prowadzenia wyrafinowanych rachunków. Ponadto możemy stwierdzić, że jej metody służą do konstruowania abstrakcyjnych modeli procesów fizykalnych oraz do budowy teorii fizycznych.

To podejście do problemu zastosowań matematyki jest typowe dla rozważań prowadzonych na poziomie metodologicznym — polegających na dociekaniu jak i gdzie, do jakich zagadnień i jaką teorię matematyczną zastosować, aby rezultaty były zadowalające. Z punktu widzenia fizyka kwestia zastosowań matematyki jest nieproblematyczna. Nie jest to rzecz jasna zarzut w stosunku do fizyków. Podejście przyrodników siłą rzeczy warunkowane jest ich praktyką naukową, w której nie ma zbyt wiele miejsca na refleksję filozoficzną. Uczeni po prostu stosują matematykę, nie zastanawiając się nad uzasadnieniem swego postępowania. Działają zgodnie z ustalonym i uświęconym przez tradycję Galileuszowym paradygmatem uprawiania nauk przyrodniczych, który zaleca stosowanie metody matematycznej w badaniach przyrody. W związku z tym na ogół nie uświadamiają sobie wszystkich filozoficznych presupozycji, wiążących się z problemem wykorzystywania matematyki w naukach empirycznych, a także nie zdają sobie sprawy z głębszych — epistemologicznych — funkcji, wypełnianych przez matematykę w stosunku do nauk badających bezpośrednio świat empiryczny.

W tym artykule chcę z pozycji **filozoficznych** zrekonstruować rolę, jaką matematyka odgrywa w procesie zdobywania wiedzy o świecie. Polegać to będzie na wskazaniu **najogólniejszych funkcji, jakie pełni matematyka w odniesieniu do nauk badających świat przyrody**.

Truizmem jest stwierdzenie, że matematyka, choć uprawiana i rozwijana przez konkretnych ludzi, jest tworem ponadindywidualnym. Rozumiem to w ten sposób, że jednostkowemu podmiotowi obiekty matematyczne jawią się jako niezależne od niego — w tym sensie, że wykazują pewnego rodzaju opór wobec wykonywanych na nich abstrakcyjnych operacji. Tezy matematyczne, jak również byty matematyczne, których one dotyczą, wyrażone w sposób intersubiektywny (tzn. opublikowane w czasopismach, zawarte w książkach, podane na wykładach), jakby wyalienowują się i zaczynają istnieć niezależnie od poszczególnych matematyków. Ta «niezależność» przejawia się między innymi w tym, że powołanie do istnienia jakichś obiektów matematycznych automatycznie powoduje możliwość zaistnienia następnych — nawet nieskończonej ich liczby. Istniejące potencjalnie obiekty mogą posiadać właściwości, których nie przewidywał ani nie planował matematyk zajmujący się nimi. Mogą być one odkrywane, gdyż nie od razu są dostrzegane i badane; a niektóre z problemów, które ich dotyczą, mogą okazać się nierozwiązywalne. Matematyka, na odpowiednio wysokim etapie rozwoju oraz zaawansowania metodologicznego, istnieje i funkcjonuje pozornie sama dla siebie (wykorzystując swoje wcześniejsze dokonania), kierując się swą własną, wewnętrzną logiką rozwoju. Matematycy, mogłoby się wydawać, stanowią w tym procesie jedynie pewne medium. Dzieje się tak, gdyż rozwiązywanie pojawiających się *czysto matematycznych problemów*, dążenie do formalizacji poszczególnych teorii, poszukiwanie koncepcji unifikujących różne teorie matematyczne, stanowi potężny bodziec i źródło napędowe rozwoju matematyki. W wyniku tego procesu powstają wyrafinowane teorie i nowe działy, których bogactwo i niezwykłość stwarza wrażenie, iż matematyka jest «sztuką dla sztuki».

Powyższe rozważania pozwalają zidentyfikować jedną z epistemologicznych funkcji wypełnianych przez matematykę w procesie poznawania świata — jest to funkcja propedeutyczna polegająca na generowaniu i «obróbce» teoretycznych narzędzi poznawczych. Matematyka «tworzy» nowe pojęcia i kategorie. Ustala ich związki, hierarchię, dokonuje przebudowy, klasyfikuje — słowem, dokonuje ich pogrupowania w większe systemy oraz bada je pod względem formalnym. Matematyka wprowadza porządek wśród zaistniałych już teorii formalnych, dba o ich wewnętrzną niesprzeczność oraz istotne a pożądane ich własności, takie jak: rozstrzygalność, spójność czy zupełność. Matematykę uznać więc należy za teoretyczną, abstrakcyjną naukę dostarczającą pojęć, struktur i teorii oraz przygotowującą te pojęcia, struktury i teorie do tego, by mogły one służyć do pojęciowego opisu, poznawczego uchwycenia obiektów świata empirii (co odbywa się głównie poprzez empiryczną interpretację terminów matematycznych). W tym sensie matematyka pełni **funkcję generatora** kategorii poznawczych, które potencjalnie mogą być — i są — nakierowywane na badanie świata zewnętrznego poprzez udział w funkcjonowaniu teorii fizykalnych. Matematykę określić więc można mianem *nauki o narzędziach poznania* — nauki zajmującej się instrumentami poznawczymi.

Sami matematycy, oczywiście, nie myślą w ten sposób o swojej dziedzinie. Często podkreślają, że tworzą matematykę bez intencji, że będzie ona gdziekolwiek stosowana poza (?) matematyką. Znany jest w tym względzie skrajny pogląd angielskiego matematyka G. H. Hardy'ego, który uważa, że chociaż pewne partie matematyki (rachunek różniczkowy i całkowy) — te nieciekawe, jak zaznacza — są bardzo użyteczne w praktyce, to jednak „prawdziwa matematyka prawdziwych matematyków — Pierre'a Fermata, Leonharda Eulera, Gaussa, Abla i Riemanna — jest niemal zupełnie nieprzydatna (i dotyczy to zarówno matematyki stosowanej, jak i czystej)".[1] Niemniej jednak, niezależnie od świadomości i woli matematyków — matematyka, jak wiemy, bywa stosowana i to z powodzeniem. Główne jej sukcesy poznawcze wiążą się ze zmatematyzowanym przyrodoznawstwem.

Argumentem potwierdzającym tezę o pełnieniu przez matematykę funkcji generatora kategorii poznawczych jest to, że istnieją przypadki, kiedy pewne teorie matematyczne poprzedzały pojawienie się problemów, do których rozwiązania posłużyły. Wygląda to tak, jak gdyby gotowe już koncepcje czekały tylko na pojawienie się odpowiednich zagadnień do rozstrzygnięcia, by pozwolić się zastosować. Sztandarowymi przykładami tego rodzaju przypadków w ostatnich czasach są: teoria grup, stworzona w połowie XIX wieku, którą fizyka XX-sto wieczna wykorzystuje w mechanice kwantowej oraz rachunek tensorów, bez którego Einstein nie mógłby sfor-

[1] G. H. Hardy, *Apologia matematyki*, Warszawa 1997, s. 84

mułować ogólnej teorii względności. Niektórzy upatrują w tym zjawisku przejaw głębszego związku między matematyką a światem. Nie można wykluczyć takiej możliwości, ale nie jest łatwo wyjaśnić, na czym ten związek miałby polegać.

Moim zdaniem jest to raczej przejaw tego, że matematyka rozbudowywuje do granic możliwości (jakimi są antynomie i problemy nierozstrzygalne) swój aparat kategorialny, a dynamika tego procesu sprawia, że wiedza matematyczna przyrasta szybciej, niż jest absorbowana przez przyrodoznawstwo. Nie ma w tym nic tajemniczego. W historii nauki zdarzały się również sytuacje odwrotne — pewnego „niedoboru" teorii matematycznych — kiedy w obliczu braku odpowiedniego aparatu kategorialnego istniejący już, konkretny problem fizyczny lub techniczny był bodźcem do zbudowania nowego systemu pojęć, operacji i twierdzeń matematycznych, a w rezultacie także nowej teorii matematycznej.

Narzuca się tu jako przykład historia powstania rachunku różniczkowego. Newton i Leibniz, każdy samodzielnie, stworzyli od początku odpowiedni aparat pojęciowy, służący do matematycznego uchwycenia zjawiska ruchu mechanicznego. W oparciu o ich podstawowe idee rozwinęła się analiza matematyczna z centralną dla niej teorią rachunku różniczkowego i całkowego. Matematycy bowiem szybko zaczęli abstrahować od pierwotnych intuicji fizycznych, starając się badać problemy wygenerowane przez dynamikę punktu materialnego w sposób całkowicie ogólny. Więc mimo fizykalnej genezy problemu, nie możemy odmówić właśnie matematyce decydującej roli podczas tworzenia nowego systemu pojęć, nowej teorii. Nawet jeśli początkowo teoria taka rozwija się samodzielnie, to później wbudowywana jest w „tkankę" matematyki, poprzez stosowanie matematycznego sposobu budowy i rozwijania teorii oraz powiązanie z wieloma wcześniej ustalonymi faktami matematycznymi. Ponadto nowopowstała teoria musi być oczywiście poddana weryfikacji z czysto matematycznego punktu widzenia, co znaczy, że musi odpowiadać standardom obowiązującym w świecie teorii matematycznych — a wypracowanym przez «praktykę» matematyczną.

Ktokolwiek miał do czynienia ze współczesną fizyką wie, iż znakomita większość teorii fizykalnych, a więc takich, które ze swej istoty odnoszą się do zjawisk świata zewnętrznego, nosi na sobie «piętno» matematyki, lub — jak to ujął Stanisław Lem — jest «przerośnięta» matematyką. Wynika to głównie z tego, że poznanie nasze jest procesem wielostopniowym, wielopłaszczyznowym — w szczególności poznanie naukowe związane jest z budową pomocniczych pojęć i kategorii, nie mających prostych odpowiedników w świecie zewnętrznym. Jest ono w ten sposób procesem posiadającym względną niezależność, na którego treść i kształt wpływa taki a nie inny aparat kategorialny, wykorzystywany przez poznający podmiot. Ten aparat kategorialny generowany jest w głównej mierze przez matematykę, często czerpany bezpośrednio z niej. W pewnych ekstremalnych z poznawczego punktu widzenia sytuacjach zmuszeni jesteśmy myśleć i rozumować za pomocą wysoce abstrakcyjnego aparatu matematycznego, gdyż jest to jedyny sposób w miarę adekwatnego (jak nam się wydaje), czy w ogóle jakiegokolwiek ujęcia pojęciowego danego problemu.

Z sytuacją tego typu mamy do czynienia przy badaniu obszarów niedostępnych bezpośredniej obserwacji (np. czarne dziury) lub zasadniczo nieobserwowalnych (takich jak np.: wczesne stadia rozwoju Wszechświata po Big Bangu) i dosłownie nie ma innego sposobu poznawczego ujęcia, «osaczenia» tego typu «zjawisk», jak tylko poprzez modele matematyczne. Podobnie, tylko w odniesieniu do innej skali świata, ma się rzecz w wypadku mikroświata. Nie dysponując żadną inną drogą dostępu do rzeczywistości kwantowej musimy zgodzić się z tym, że wszystko co wiemy o jej strukturze, wiemy na podstawie badania struktur matematycznych.

Ta okoliczność zwraca uwagę na to, że matematykę można uważać za — wyróżniony ze względu na swą efektywność — sposób poznawczego patrzenia na świat przyrody. Tę epistemologiczną funkcję matematyki nazwałem **funkcją pryzmatu,** albowiem naprawdę głębokie i skomplikowane zjawiska świata zewnętrznego możemy «widzieć», postrzegać, poznawać jedynie poprzez pryzmat struktur i pojęć matematycznych. Gdy jakiś aspekt rzeczywistości fizycznej zostanie wyrażony poprzez formuły matematyczne, te struktury matematyczne czynią go uchwytnym dla naszych umysłów. Weźmy za przykład chociażby problem zbadania realnej przestrzeni Megaświata. Nie możemy nawet dokonać konceptualizacji tego problemu, nie mówiąc już o tym, by opisać, wyrazić czy zinterpretować strukturę geometryczną przestrzeni fizycznej bez zastosowania geometrii nieeuklidesowych, które pozwalają na pojęciowe ujęcie niezwykłej dla przeciętnego człowieka własności «zakrzywienia» przestrzeni. Na dobrą sprawę nikt nie potrafi wyobrazić sobie «zakrzywionej» przestrzeni — musiałaby to być istota widząca w czterech wymiarach. Tymczasem badanie czysto formalnych własności geometrycznych obiektów zwanych rozmaitościami różniczkowymi, w stosunku do których możemy mówić o różnych «krzywiznach», umożliwia i ułatwia intuicyjne uchwycenie cech i aspektów takiego «zakrzywienia». Tak naprawdę sprawa jest jeszcze bardziej skomplikowana, bowiem w niestacjonarnych modelach kosmologicznych, «zakrzywiona» jest nie przestrzeń, lecz czasoprzestrzeń, a więc twór czterowymiarowy. Pojawia się kwestia zupełnie obca nawet intuicji matematycznej — «zakrzywiony» może być również czas.[2]

Funkcja matematyki jako «pryzmatu» stanie się bardziej zrozumiała, gdy uświadomimy sobie, że w ramach poznania naukowego nie istnieje żaden inny sens terminu „obiekt poznania" poza odpowiednim pojęciem czy modelem. Nawet eksperymenty nauk empirycznych dostarczają nam jedynie materiału badawczego do budowy (ewentualnie przebudowy) pojęć. Nie chcę bynajmniej powiedzieć, że badamy jedynie modele, twierdzę jednakowoż, że o obiektach poznania sensownie można mówić jedynie przy użyciu pojęciowych modeli badanych przedmiotów. Polscy fizycy — Kopczyński i Trautman[3] — zwracają uwagę, że badacze zwykle w swych podręcznikach stosują manierę, sugerującą zajmowanie się obiektami fizycznymi, powiadając na przykład: rozpatrzmy atom wodoru z punktu widzenia mechaniki kwantowej. Taki

---

[2] Por. Michał Heller, *Ewolucja kosmosu i kosmologii*, Warszawa 1985, s. 28, 29.

[3] W. Kopczyński , A. Trautman, *Czasoprzestrzeń i grawitacja*, Warszawa 1981, s. 28.

zwrot daje złudzenie, że rzeczywiście zajmujemy się atomem wodoru, gdy tymczasem zajmujemy się określonym matematycznym modelem atomu, a więc tworem teoretycznym, proponowanym przez mechanikę kwantową. Przy takim rozumieniu istoty przyrodoznawstwa, matematyka pełni funkcję pryzmatu — jest wykorzystywana przez nauki przyrodnicze do *epistemologicznego «postrzegania» świata fizykalnego.*

Podsumowując można powiedzieć, że w wypadku niektórych obszarów świata fizycznego *jedynym* sposobem jakim możemy się posługiwać, by je poznawać, jest patrzenie przez pryzmat kategorii matematycznych, bowiem inaczej tego robić ani nie umiemy, ani nie możemy. Z tym faktem wiąże się inna doniosła kwestia. Wielu ważnych zagadnień w fizyce w ogóle by nie dostrzeżono, gdyby nie wymusiły tego struktury matematyczne użyte w rozważaniach. Zauważenie istotnie nowych problemów utrudniają nawyki, przyzwyczajenia, stereotypy czy tzw. prawdy oczywiste, będące przejawem bezwładności myślowej. Często także wielka złożoność problemów naukowych. Skomplikowanie zjawisk przyrodniczych, niedostępność lub niemożliwość ich bezpośredniej obserwacji oraz wielkie nagromadzenie danych pochodzących z empirii sprawia, iż w gąszczu informacji trudno odnaleźć te, prowadzące do istotnie nowych kwestii naukowych.

Dobrym przykładem wspomnianej wyżej sytuacji jest przypadek epistemologicznego dostrzeżenia problemu tzw. ewolucji Wszechświata. Możliwe to było jedynie przy okazji dyskusji na temat możliwych matematycznych modeli kosmologicznych. Wcześniej zagadnienia globalnej zmienności Wszechświata w ogóle nie brano pod uwagę, a sam Einstein do równania opisującego pole grawitacyjne w OTW dodał tzw. człon kosmologiczny, w celu uzyskania statycznego modelu Wszechświata zgodnego z powszechnie panującym przekonaniem o niezmienności świata jako całości. Pojawienie się alternatywnych modeli kosmologicznych, w których Wszechświat ujmowany był jako niestacjonarny: modelu de Sittera i modelu Friedmana uzmysłowiło Einsteinowi, że jego uzupełnienie równań OTW członem kosmologicznym było arbitralne. Wkrótce pojawiły się obserwacje sugerujące, iż Wszechświat jako całość może zmieniać się w czasie. Mam tu na myśli odkrycie przez Hubble'a przesunięcia linii widmowej gwiazd ku czerwieni, tłumaczone przy pomocy zjawiska Dopplera. Sam Einstein napisał: „Człon kosmologiczny nie zostałby nigdy wprowadzony, gdyby rozszerzanie się Wszechświata odkryto w tym czasie, kiedy powstawała Ogólna Teoria Względności".[4]

Takie przypadki ujawniają nieco inny aspekt funkcjonowania matematyki jako pryzmatu. Na skomplikowane problemy fizyczne nie tylko **musimy patrzeć** przez pryzmat matematyki, nie potrafimy bowiem w inny sposób epistemologicznie do nich dotrzeć, ale bywa tak, że struktury matematyczne w ogóle **pozwalają zauważyć** pewne aspekty rzeczywistości, których nie jesteśmy świadomi, dopóki nie zasugerują tego owe struktury matematyczne, którymi się posłużono.

---

[4] A. Einstein, *Istota teorii względności*, Warszawa 1997, s. 126 (przypis).

Powyższe rozważania sugerują, iż z funkcją pryzmatu, czyli umożliwianiem przez matematykę epistemologicznego dotarcia do świata wiążą się — paradoksalnie — swoiste *ograniczenia tego poznania.* Matematyka, pozwalając na wyartykułowanie pewnych treści, dokonuje jednocześnie swoistej ich selekcji — ma ona właściwość eliminowania z pola zainteresowania epistemologicznego tych wszystkich zjawisk, które aktualnie nie dadzą się ująć za pomocą istniejących struktur matematycznych. Zdarza się, że w stosunku do pewnych zjawisk świata zewnętrznego nie okazujemy zainteresowania poznawczego lub nie umiemy ich zinterpretować dopóty, dopóki nie pojawi się odpowiedni dla danego problemu aparat matematyczny.

Tak było, dla przykładu, z odkryciem pozytonu. *Ex post* okazało się, iż w wielu wcześniejszych obserwacjach występowały efekty, które można było zinterpretować jako pojawianie się tej cząstki elementarnej.[5] Lecz dopóki Dirac nie sformułował równania matematycznego opisującego ruch elektronu zgodnie z zasadami teorii względności, i nie zinterpretował pewnych rozwiązań tego równania jako odnoszących się do nieznanej cząstki elementarnej, efekty — o których mówimy — pozostawały nie zauważone w sensie epistemologicznym (były traktowane jako zaburzenie lub jako coś mało istotnego, nieciekawego).

Innym przypadkiem podobnej natury jest relacja w *Nature* z roku 1929 nr 120 na stronach 363—364 Balthasara van der Pola, prowadzącego w latach dwudziestych badania nad lampami próżniowymi. Uczony opisuje, iż w swych doświadczeniach zetknął się z pewnymi nieregularnościami, które zaburzały klarowną zależność zachowania się obwodu elektrycznego od zmian natężenia prądu. Nie wzbudziły one w nim większego zainteresowania poza tym, że utrudniały mu pracę badawczą. Jak dzisiaj wiemy, owe zaburzenia w postaci nieregularnego szumu były przejawem interesującego zjawiska — współcześnie nazwanego chaosem deterministycznym — lecz z braku odpowiedniego aparatu pojęciowego oraz właściwych kategorii matematyki, van der Pol nie mógł docenić doniosłości poznawczej swoich obserwacji, a tym bardziej ich zrozumieć[6].

Powyższe przykłady sugerują, iż matematykę należałoby traktować jako pewnego rodzaju system selektywnego sposobu ujmowania świata. Matematyka na szczeblu poznania naukowego pełniłaby **funkcję selektora**, byłaby swoistym «sitem» dla treści poznawczych, mogących do nas dotrzeć poprzez teorie przyrodoznawstwa.[7] Selektywność matematyki jest, jak sądzę, następstwem faktu, iż poznanie ludzkie jest od początku (?) aktywne, przez co należy rozumieć, że umysł ludzki nie jest *tabula rasa* w żadnej fazie poznawania świata — posiada mianowicie schematy regulujące działanie i struktury organizujące poznanie. Działanie matematyki jako selektora polega więc na tym, iż **tylko to** możemy poznać, **co** może być ujęte poprzez aparat

---

[5] Por. J. Gribbin, *W poszukiwaniu kota Schrödingera*, Poznań 1997, s. 122.

[6] Por. J. Gleick, *Chaos*, Poznań 1997, s. 58.

[7] Podobną sugestię wysunął wcześniej J. Woleński w artykule „Niektóre aspekty sporu empiryzmu z racjonalizmem", [w:] *Nauka i Światopogląd*, J. Lipiec (red.), Kraków 1979, s. 133.

kategorialny matematyki — oraz **tylko tak** możemy poznawać pewne treści, **jak** mogą one być ujęte w struktury matematyczne.

Przejawem selektywnego działania modeli matematycznych byłoby wprowadzanie do opisu zjawisk fizycznych większego porządku aniżeli jest w rzeczywistości (co okazuje się dopiero *post factum*). Przykładowo — planetarny model atomu zaproponowany przez Bohra był konstrukcją matematyczną znacznie upraszczającą rzeczywistą strukturę atomu, chociażby poprzez pojmowanie elektronów jako korpuskuł — cząstek elementarnych o ujemnym ładunku elektrycznym, krążących po określonych orbitach. Później okazało się, że elektron w atomie nie posiada określonego położenia, a nawet jakiejkolwiek orbity, po której się porusza. Można by mało precyzyjnie powiedzieć, że elektron podczas ruchu w atomie «rozpływa się», że należy go traktować jako falę, w której położenie cząstki wyznacza określona funkcja prawdopodobieństwa. Te wyobrażenia Schrödingerowi udało się wyrazić dokładnie w języku matematyki, przy uwzględnieniu dualizmu korpuskularno-falowego.

Selektywność matematyki — przejawiająca się we wprowadzaniu do opisu zjawisk większego porządku niż występuje w rzeczywistości — dotyczy nie tylko mikroświata. Możemy ją zaobserwować również na gruncie fizyki klasycznej. Świat podstawowych zjawisk fizyki klasycznej jest opisywany równaniami, które mają charakter liniowy. Układ liniowy spełnia dość szczególne matematyczne warunki rozdzielności mnożenia względem dodawania, związane z wykresami w postaci linii prostych. Ma to wielki wpływ na poglądy dotyczące istoty zjawisk klasycznych. Takie zjawiska, w rozumieniu fizyki klasycznej, wyróżniają się pewną stałością — w tym sensie, że niewielkie różnice na wejściu układu powodują równie niewielkie zmiany na wyjściu. Zjawisko opisane układem liniowym siłą rzeczy jest rozpatrywane jako względnie stabilne. Jednakże ostatnio zaczynamy odkrywać, że liniowość jest w świecie realnym bardzo rzadka. Większość struktur fizycznych w świecie, w którym żyjemy, ma charakter układów nieliniowych, które są niezmiernie wrażliwe na tzw. warunki początkowe.

Konsekwencją tego jest konstatacja, że przyszłe stany większości układów fizycznych są nieprzewidywalne, bowiem małe zaburzenia procesu w pewnym momencie mogą spowodować nieproporcjonalnie wielkie zmiany w przebiegu tego procesu (słynny efekt „motyla")[8]. Modele matematyczne fizyki klasycznej upraszczały obraz przyrody, rozpatrując stosunkowo proste i sztucznie wyizolowane układy, będące w stanie równowagi lub bliskim równowagi. Gdy urealniamy dawny, wyidealizowany obraz, musimy uwzględniać zjawiska tak skomplikowane, że robią wrażenie przypadkowych, a także struktury fizyczne o praktycznie infinitezymalnej złożoności. Do ilościowego opisu takich sytuacji nie wystarcza tradycyjna, znana już matematyka. Ograniczając się do matematyki liniowej stajemy się ślepi na wielką klasę zjawisk, decydującą o bogactwie i różnorodności świata, których nie da się opisać taką mate-

[8] Por. H. G. Schuster, *Chaos deterministyczny. Wprowadzenie*. Warszawa 1995, s. 15.

matyką. Postęp poznania zależy w takim wypadku od wygenerowania przez matematykę aparatu pojęciowego adekwatnego w stosunku do rosnących wymagań.

Ogólne badania matematyczne nad zjawiskami, które wydają się przypadkowe i pozbawione struktury, wykazały, że zjawiska takie mogą w rzeczywistości podlegać pewnym prawom tzw. chaosu deterministycznego i mogą być opisywane przez nowy rodzaj matematyki — matematykę chaosu, której początki datujemy na lata siedemdziesiąte XX wieku. Natomiast praktycznie nieskończone nieregularności struktur świata rzeczywistego może opisywać geometria fraktalna, również odkryta w połowie XX w.[9] Dodajmy, iż w powstaniu obu tych działów najnowszej matematyki bardzo istotną rolę odegrały techniki komputerowe i komputery o dostatecznie dużej mocy obliczeniowej (co może tłumaczyć tak późne powstanie wymienionych działów matematyki — bowiem zagadnienia, których te dyscypliny są rozwinięciem znane były już wcześniej).

Opisana powyżej sytuacja dotycząca stanu współczesnego przyrodoznawstwa zdaje się sugerować, że wszystkie najogólniejsze funkcje matematyki w konkretnej działalności poznawczej pozostają nierozerwalne. Ściśle rzecz ujmując, są wręcz tożsame ze sobą — stanowią jedność, która różnie się przejawia, gdy bierzemy pod uwagę różne aspekty odgrywanej przez matematykę roli w poznawaniu świata. W szczególności role pryzmatu i selektora treści poznawczych, mimo że są jakby przeciwstawne, tak naprawdę są komplementarne — to znaczy dopełniające się w taki sposób, że matematyka występując w jednej z nich, nie może nie występować w drugiej. Zmuszeni jesteśmy, w naszym poznaniu teoretycznym, ujmować treści poznawcze w pewne kategorie, których głównym źródłem jest — w moim przekonaniu — matematyka, a jednocześnie nie możemy w nim dostrzec (w sensie epistemologicznym) tego, czego za pomocą jej aparatu kategorialnego nie możemy ująć pojęciowo. Matematyka jako pryzmat jest na swój sposób selektywna, albowiem pozwala coś ująć jedynie w taki, a nie inny sposób — właśnie poprzez swoje struktury. Z kolei występując w roli selektora matematyka, pomimo że ogranicza horyzont poznawczy, pozwala jednocześnie na pojęciowe kształtowanie treści poznawczych. Jednakże te funkcje mogą być wypełniane przez matematykę jedynie w wypadku stałego zasilania nauk przyrodniczych strumieniem najróżnorodniejszych i najniezwyklejszych kategorii matematycznych, bez których, jak pokazuje współczesny stan przyrodoznawstwa, nie jest możliwa poznawcza penetracja świata.

Myślę, że funkcje omówione w tym artykule określają sposób, w jaki matematyka staje się ogólną ramą dla treści poznawczych nauk przyrodniczych, czyli sposób, w jaki matematyka uzyskuje wymiar epistemologiczny. Dopiero na tej bazie można badać charakter (realistyczny czy instrumentalistyczny) stosowalności i efektywności matematyki w naukach fizycznych. Te zaś ustalenia mogą rzucić światło na problem istoty matematyki, jak sądzę bowiem, to fakt efektywności zastosowań matematyki określa jej naturę, a nie odwrotnie.

---

[9] Por. I. Stewart, *Czy Bóg gra w kości*, Warszawa 1994.