Filozofia Nauki
Rok V, 1997, Nr 4(20)

Jarosław Mrozek

Matematyka i świat[1]

Znana w środowisku polskich filozofów anegdota głosi, że wybitny polski fizyk L. Infeld[2] — współpracownik A. Einsteina w latach trzydziestych — na pytanie, co filozofia może zrobić dla fizyki, odpowiedział: Zostawić ją w spokoju. Gdyby rzeczywiście anegdota ta była prawdziwa, znaczyłoby to, że Infeld nie do końca zrozumiał swego mistrza. Einstein bowiem nie krył, że inspiracją jego osiągnięć w fizyce była lektura pism filozoficznych, między innymi D. Hume'a i E. Macha[3]. Einstein podkreślał także, iż głębokie problemy fizyczne w nieuchronny sposób prowadzą do filozofii, nie unikając w swych artykułach poruszania zagadnień filozoficznych.

Na przykład w pracy „Geometria a doświadczenie"[4] Einstein stawia problem relacji między matematyką a rzeczywistością, wpisując się tym samym w wielką tradycję filozoficzną zapoczątkowaną jeszcze w starożytności. Nie jest to praca *sensu stricto* filozoficzna; Einstein nie omawia więc zagadnienia w całej ogólności, lecz ogranicza się do rozpatrzenia relacji między geometrią a przestrzenią fizyczną.

Problem relacji geometrii jako systemu konceptualnego do realnej przestrzeni fizycznej jest częścią szerszego zagadnienia — odnoszenia się teorii matematycznych do świata przyrody. Ta kwestia, jak dotąd, nie znalazła zadowalającego wyjaśnienia czy chociażby częściowego rozwiązania. Znane są oczywiście pewne koncepcje, próbujące uporać się z tym niezwykle trudnym problemem. Zwykle nawiązują one do istniejących

---

[1] Angielska wersja tego artykułu ukazała się w *Physics Essays*, vol. 10, no. 4, December 1997.

[2] Infeld napisał wspólnie z Einsteinem książkę *Ewolucja fizyki*, Warszawa 1962, a także książkę o Einsteinie *Albert Einstein*, Warszawa 1984.

[3] Por. A. Einstein, *Zapiski autobiograficzne*, Kraków 1996, s. 34.

[4] A. Einstein, „Geometry and Experience", [w:] A. Einstein, *Ideas and Opinions*, Crown Publishers Inc., New York 1954, s.232-246.

już, klasycznych prób rozstrzygnięcia omawianego zagadnienia, sformułowanych przez Platona, Arystotelesa, Kartezjusza czy Kanta, lub też do późniejszych koncepcji — na przykład do konwencjonalizmu czy neopozytywizmu.

Punktem wyjścia współczesnych propozycji zrozumienia relacji między matematyką a światem, jest obserwowalna w praktyce naukowej przyrodoznawstwa odpowiedniość matematyki i świata, którą wiążemy z efektywnością metod matematycznych stosowanych przy badaniu świata. Owa efektywność przejawia się między innymi w predykcyjnej, heurystycznej, eksplanacyjnej i antycypującej funkcji matematyki w naukach przyrodniczych, a także przejawia się w zjawisku tak zwanej «nadwyżkowości» matematyki w stosunku do treści teorii fizycznych, co aforystycznie wyraża sformułowanie, iż równania matematyczne są «mądrzejsze» od ich twórców. Nie ma tu miejsca na szczegółowe omawianie tych własności matematyki; wskażemy jedynie na pewne egzemplifikacje.

Wspomnianą «mądrością» wykazały się np. równania, które sformułował J.C. Maxwell. Sam Maxwell nie całkowicie zdawał sobie sprawę z sensu zapisanych przez siebie wzorów i usiłował interpretować je w sposób mechaniczny. Tymczasem dzięki tym równaniom uświadomiono sobie, że w fizyce odkryto coś bardzo ważnego. Powstał nowy byt, nowe pojęcie, dla którego nie było miejsca w opisie mechanicystycznym. Powoli i z oporami pojęcie *pola* wywalczyło sobie czołowe miejsce w fizyce i pozostało jednym z podstawowych pojęć fizycznych[5].

Efektywność metod matematycznych przejawia się ponadto w zjawisku antycypacji. Spektakularnym przykładem antycypacji poprzez idee matematyczne ich późniejszych zastosowań jest propozycja G. Riemanna, przedstawiająca teorię przestrzeni zakrzywionych o dowolnej liczbie wymiarów. Sześćdziesiąt lat po odkryciu Riemanna, Einstein użył czterowymiarowej geometrii riemannowskiej do wyjaśnienia natury przestrzeni Wszechświata i jego ewolucji.

Efektywność matematyki próbowano wyjaśniać na gruncie filozofii. Obecnie krótko zreferuję współczesne Einsteinowi interpretacje filozoficzne obserwowanej użyteczności matematyki dla przyrodoznawstwa.

Koncepcje o proweniencji platońskiej tłumaczą odpowiedniość matematyki i świata ontyczną zależnością świata przyrody od rzeczywistości matematycznej, która istnieje na sposób idei platońskich — poza czasem i przestrzenią. Zgodnie z tą koncepcją świat matematyki wyznacza pewne ramy ontologiczne, w których realizuje się możliwość istnienia świata przyrody. W ten sposób rzeczywistość fizykalna jest pochodną struktur matematycznych, jest czymś wtórnym w stosunku do matematyki. Wszystko, co możemy napotkać w świecie, jest fizykalną realizacją pewnej ponadczasowej struktury matematycznej. To, co jest niezgodne z jakimś «wzorcem» matematycznym, nie istnieje w świecie realnym, a nawet w sferze możliwości.

[5] Por. A. Einstein i L. Infeld, *Ewolucja fizyki*, Warszawa 1962, s. 115-136.

Filozoficzni spadkobiercy Arystotelesa skłonni są upatrywać przyczyny zgodności matematyki ze strukturami świata w genezie matematyki. Sądzą oni, że matematyka wywodzi się ze świata przyrody. Pojęcia matematyczne — według nich — to formy oderwane na drodze abstrakcji od realnie istniejących substancji. Abstrakcje matematyczne — uniezależnione w ten sposób od materii — mogą być badane formalnie, nie tracąc jednakże związku ze światem, z którego się wywodzą i do badania którego mogą być z powodzeniem stosowane.

Zwolennicy uznania obserwowalnej zgodności pomiędzy matematyką a światem po prostu za fakt, którego jesteśmy świadomi, ale którego nie możemy wyjaśnić — to postkartezjanie, którzy utracili wiarę w Boga. Kartezjusz poprzez swój skrajny dualizm wykopał przepaść między światem myśli (czy też idei) a światem zmysłów — światem przyrody. By ocalić poznanie, zmuszony był on odwołać się do interwencji Boga, którego wprowadził w charakterze instancji zapewniającej korelację pomiędzy umysłem a przyrodą. To Bóg gwarantuje, że nasze pojęcia matematyczne stosują się do świata. Później G.W. Leibniz nazwał ten stan „harmonią przedustanowioną". Gdy po słynnym wystąpieniu P. Laplace'a[6] w fizyce zabrakło Boga, odpowiedniość matematyki i świata zaczęła jawić się jako cudowne, choć niezrozumiałe zrządzenie losu, na które nie zasłużyliśmy.[7]

Wyjaśnienie stosunku matematyki do świata, nawiązujące do propozycji kantowskiej, wyraża się w przekonaniu, iż stosowanie matematyki przy poznawaniu świata da się zintepretować w kategoriach podmiotowych. Po prostu taka a nie inna jest struktura poznawcza naszego umysłu, którą nakładamy w charakterze siatki pojęciowej na materiał doświadczalny docierający do nas od świata samego-w-sobie. Pojęcia matematyczne skonstruowane są w ramach intelektualnych kategorii wielkości, na podstawie czystej intuicji czasu i przestrzeni. Jako formy idealne, pojęcia matematyczne konstytuują świat, kształtując przedmioty doświadczenia, co tłumaczy istnienie odpowiedniości między matematyką a światem przyrody.

Zgodnie z ujęciem konwencjonalistycznym, u samych podstaw nauk przyrodniczych znajdują się konwencje — pewnego rodzaju arbitralne umowy czy też ustalenia kategorialne. Wpływają one na formułowanie naczelnych praw a nawet uczestniczą w opisie faktów. Aparatura pojęciowa używana do wyrażania treści poznawczych ma charakter umowy, jest tworzona i dobierana w ten sposób, aby być po prostu dogodną w użyciu. Zwolennicy tego sposobu myślenia uważają, iż między doświadczeniem a pojęciami matematyki ustalona jest więź czysto konwencjonalna. Przy takim rozumieniu nauki, możemy przyjąć, iż matematyka jest efektywna dlatego, że jest konwencjonalnie tworzonym i dobieranym ze względu na wygodę aparatem kategorialnym nauk

---

[6] Mam na myśli odpowiedź Laplace'a udzieloną Napoleonowi, gdy ten zapytał o miejsce Boga w prezentowanym przez niego systemie fizyki: „Ta hipoteza nie była mi potrzebna, Sir".

[7] Por. E. Wigner, „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, February 1960.

przyrodniczych. Pogląd taki sformułował między innymi H. Poincaré, przeciwstawiając się nadawaniu interpretacji realistycznej geometrii, rozumianej jako dyscyplina matematyczna. Między geometrią a rzeczywistością nie istnieje — zdaniem Poincarégo — żadna konieczna korelacja epistemologiczna, gdyż tezy geometrii są zamaskowanymi definicjami lub konwencjami. Z przyjęcia jednej z możliwych konwencji powstaje geometria euklidesowa.

Neopozytywiści widzą matematykę w roli narzędzia formalnego, służącego do porządkowania danych empirycznych oraz łączenia ich w pewne hipotetyczne sekwencje zwane „teoriami", które następnie umożliwiają predykcję. Nauka — w opinii przedstawicieli neopozytywizmu — powinna unikać niesprawdzalnych, metafizycznych tez, a jej celem nie powinno być, i nie jest, wyjaśnianie czegokolwiek — nie pretenduje ona bowiem do odkrycia prawdy. Matematyka nie służy do odkrywania struktury świata pozajęzykowego, ale — stanowiąc źródło pojęć i kategorii — umożliwia dobre posługiwanie się znakami językowymi. Gdy zastosuje się matematykę do ujmowania zależności między wielkościami fizykalnymi, można poprawnie przechodzić od jednych twierdzeń do innych. W związku z tym efektywność matematyki w przyrodoznawstwie jest następstwem instrumentalnego traktowania matematyki.

W bogatej i różnorodnej twórczości Einsteina odnaleźć można wiele wątków wspólnych z prawie każdą ze wspomnianych powyżej koncepcji. Na przykład z platonizmem łączy go przekonanie, że przy pomocy czystej matematyki jesteśmy w stanie odkryć pojęcia oraz spajające je w jedną całość prawa, które stanowią klucz do zrozumienia zjawisk przyrody. Z podejściem arystotelesowskim dzieli Einstein pogląd, że matematyka, a w szczególności geometria, ma empiryczną genezę związaną z potrzebami praktycznymi. Z Kantem natomiast łączy go idea zbudowania modelu Wszechświata, który byłby jednocześnie skończony i jednorodny. Ponadto Einstein nawiązywał do Poincarégo w kwestii stosunku między geometrią a fizyczną rzeczywistością. Einsteinowskie ujęcie natury matematyki nie jest wolne również od wpływu neopozytywizmu.

Pomimo tego wydaje się, że poglądy Einsteina na kwestię relacji matematyki do świata stanowią istotne *novum* w stosunku do powyższych, skrótowo omówionych stanowisk. Tym nowym elementem jest założenie, że odpowiedniość matematyki i świata ujawnia się w trakcie rozwoju poznania **stanu faktycznie zaistniałego**, a nie **stanu zagwarantowanego** przyjęciem silnych metafizycznych założeń o naturze i strukturze świata oraz matematyki. Co prawda wiadomo, iż Einstein był zwolennikiem stanowiska realistycznego — uznawał, że świat istnieje oraz jest deterministyczny. Jednakże nie znajdziemy u niego wyrażonego wprost przekonania, że świat ma strukturę matematyczną, lub że matematyczność jest immanentną cechą przyrody. Einstein mówi o zrozumiałości i poznawalności świata, które wydają mu się największą tajemnicą — wręcz cudem — lecz widzi całą sprawę szerzej, raczej w kategoriach racjonalności świata.

Einstein charakteryzuje matematykę jako naukę, której tezy są bezwzględnie pewne i niezaprzeczalne,[8] skłaniając się ku dość rozpowszechnionemu przekonaniu głoszącemu, iż status matematyki różni się od statusu nauk przyrodniczych. Matematyka jest według Einsteina nauką formalnologiczną, a nie empiryczną. Pewność jej tez jest — według niego — następstwem akceptacji wcześniej przyjętych założeń oraz porozumienia co do dopuszczalnych metod rozumowania. Jest ona, wobec tego, aprioryczna w sensie metodologicznym — może się rozwijać autonomicznie i najczęściej tworzona jest niezależnie od wpływów zewnętrznych czyli pozamatematycznych. W tym kontekście interesująca dla Einsteina jako fizyka i filozofa jest niezwykła wprost użyteczność matematyki w badaniu rzeczywistości. Stawia on pytanie, które narzuca się w takiej sytuacji. Jak to jest możliwe, że matematyka tak doskonale stosuje się do badania przedmiotów rzeczywistych?[9]

Założeniem tak sformułowanego pytania jest teza, iż matematyka **jest** z powodzeniem wykorzystywana do badania świata realnego. Wobec tego można odnieść wrażenie, iż stanowisko Einsteina prowadzi do pewnego paradoksu. Skoro przedmiotem matematyki są tylko zagadnienia formalnologiczne, to w jaki sposób matematyka może coś orzekać o przedmiotach rzeczywistych? Paradoks ten Einstein rozwiązuje stwierdzając, że jeśli tezy matematyki są pewne, to nie odnoszą się do rzeczywistości. Z tego jednakże nie wynika, że twierdzeń matematycznych nie należy odnosić do rzeczywistości.

Innymi słowy, stanowisko Einsteina odnośnie do relacji matematyki i świata można wypowiedzieć następująco. Matematyka sama w sobie nie odnosi się do świata. Twierdzenia matematyczne dotyczą możliwych formalnych związków między bytami matematycznymi, do których docieramy mentalnie, i wtedy są one twierdzeniami pewnymi. Nie jest to jednak powód uniemożliwiający odniesienie teorii matematycznych do świata. Odniesienie takie jest możliwe i, jak wskazuje praktyka naukowa, niezwykle owocne. Trzeba jednakże pamiętać, że w takim wypadku tezy matematyczne tracą swą bezwzględną pewność. Matematyka «przyłożona» do zjawisk fizykalnych nie może sama zagwarantować prawdziwości wniosków, do których prowadzi posługując się sobie właściwą metodą dedukcyjną. Znajduje się przecież na «obcym» gruncie. W dziedzinie fizyki obowiązuje metodologia właściwa nauce bądź co bądź empirycznej, czyli standardy i rygory uzasadniania i uznawania sądów odmienne niż w naukach formalnych. Stąd też twierdzenia matematyczne, wskazując na pewne możliwości takiego lub innego zachowania się układu fizycznego, nie są na gruncie fizyki wyrocznią, bowiem to, jaki jest rzeczywisty przebieg zjawiska, stwierdzić możemy wyłącznie na podstawie doświadczenia.

---

[8] A. Einstein, „Geometry and Experience", *op. cit.*, s. 232.

[9] A. Einstein, *op. cit.*, s. 233.

Einstein odrzuca, jak widać, możliwość bezpośredniego odnoszenia się matematyki do świata. Matematyka jako taka nie może niczego powiedzieć ani o przedmiotach poglądowego wyobrażenia, ani o przedmiotach rzeczywistych. Pojęciom matematycznym treść nadaje interpretacja fizyczna, która sama do matematyki nie należy. W związku z tym Einstein wskazuje na konieczność wprowadzenia pewnego medium pomiędzy matematyką a światem. Tym członem pośrednim, w którym «spotykają» się struktury matematyczne oraz realnie istniejące struktury fizyczne, jest oczywiście teoria fizyczna. Zamiast rozważać relację matematyki do świata, Einstein proponuje rozważyć trójczłonowy związek: świat przyrody — teorie fizykalne — matematyka.

W tych uwagach wyraża się Einsteinowska koncepcja sposobu odnoszenia się matematyki do świata fizycznego. Powstała ona nie jako rezultat refleksji czysto epistemologicznej, lecz jako produkt uboczny pracy naukowej Einsteina nad jego teoriami względności. Jednym z kluczowych problemów, które Einstein musiał podjąć w tych teoriach, jest relacja między strukturami geometrycznymi a realną przestrzenią fizyczną.

Poglądy Einsteina na przestrzeń fizyczną ewoluowały od stanowiska — głoszonego pod wpływem Macha — że pojęcie *przestrzeni* stanowi metafizyczny wtręt, który należy usunąć z fizyki, do uznania, że przestrzeń jest realnością fizyczną. Ernest Mach głosił hasła „czystego doświadczenia", „czystego opisu" oraz nauki „wolnej od wszelkiej metafizyki". Według Macha takie pojęcia, jak pojęcie *siły, materii, przestrzeni absolutnej*, są naszymi subiektywnymi tworami i nie są dane w doświadczeniu. Nie są to pojęcia fizyczne — trzeba je zatem z fizyki usunąć, zgodnie z programem eliminowania składników metafizycznych obcych nauce. Na przykład bezwładność ciał należy rozpatrywać, zdaniem Macha, nie względem niedostępnej w doświadczeniu absolutnej przestrzeni, lecz względem mas rozmieszczonych w całym wszechświecie.

Ten pogląd Macha stał się dla Einsteina programem do zrealizowania. Opierając się na zasadzie względności, która głosi, że we wszystkich układach inercjalnych procesy fizyczne przebiegają jednakowo, Einstein utrzymywał, iż nie trzeba wprowadzać żadnej absolutnie spoczywającej i obdarzonej szczególnymi przymiotami przestrzeni. Jeszcze w 1914 r. Einstein powiedział o przestrzeni, że nie może ani jej zobaczyć, ani sobie jej wyobrazić. W obszernym artykule „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie", opublikowanym w 1916 r., Einstein wyraża przekonanie, że realizuje program Macha, to znaczy, że jego nowa teoria pozbawia przestrzeń i czas resztek obiektywnej realności. Einstein nabrał dystansu do koncepcji Macha dopiero po definitywnym sformułowaniu OTW. Później Einstein nie uważał już przestrzeni za bierny «zbiornik» materii i zdarzeń, lecz sądził, że przestrzeń jest nośnikiem struktury metrycznej i wprowadza poprzez to pozaukładową rzeczywistość obdarzoną przymiotami fizycznymi. W 1918 r. oświadczył: „W OTW także przestrzeń próżna posiada jakości fizyczne, scharakteryzowane matematycznie składowymi potencjału grawitacyjnego". Skoro przestrzeń fizyczna jest czymś, co posiada byt autonomiczny, to możliwe staje się rozważenie, który z alternatywnych systemów geometrycznych pozwala na adekwatne ujęcie stosunków i relacji przestrzennych zachodzących w realnej przestrzeni. Przed zaprezentowaniem sposobu ujęcia i rozwiązania tego problemu przez Einsteina poczynimy kilka uwag natury ogólniejszej.

System geometrii formalnej jest niezinterpretowanym rachunkiem abstrakcyjnych pojęć, opisującym możliwe formalno-abstrakcyjne związki między nimi. Teorie tego typu mogą odnosić się do różnych klas obiektów, często nie mających nic wspólnego z typowymi obiektami geometrycznymi. Może się oczywiście tak zdarzyć, że formalny system geometrii zinterpretujemy w systemie geometrii treściowej, to znaczy przypiszemy mu intuicyjne znaczenie przestrzenne. Wydawałoby się, że jeżeli dokonamy interpretacji fizycznej tej geometrii, stanie się ona systemem twierdzeń o przestrzennej strukturze świata. Na przykład, jeżeli obiekty geometrii, poprzez interpretację w rzeczywistości fizykalnej, utożsamimy z ciałami stałymi, o których idealizacyjnie założymy, że są to ciała sztywne, to wtedy zdania geometrii można uważać za twierdzenia o zachowaniu się ciał fizycznych. Jednak taka geometria nie wypowiada niczego o zachowaniu się przedmiotów rzeczywistych, dopóki nie uzupełnimy jej o pewne pojęcia czy zasady dostępne weryfikacji doświadczenia. Nie wystarczy tylko przyporządkować za pomocą definicji określonym obiektom matematycznym i ich własnościom pewnych obiektów fizycznych. Opis przestrzeni fizycznej musi zawierać oprócz interpretacji czysto geometrycznej jeszcze składową fizyczną. Zinterpretowana geometria — aby stać się geometrią realnie odnoszącą się do świata — musi «pracować» w rzeczywistym świecie, który jest czasoprzestrzenny. Stąd też konieczne jest uzupełnienie geometrii o zasady podające reguły operacyjne (pomiarowe), które pozwolą tę geometrię stosować zgodnie z warunkami funkcjonowania ciał w świecie fizycznym. Einstein uważał, że dopiero tak uzupełniona geometria jest nauką przyrodniczą. Proponuje, dla odróżnienia od geometrii jako systemu aksjomatycznego, nazwać ją *geometrią praktyczną*.

Po takim zabiegu geometria praktyczna okazuje się sumą G & F,[10] gdzie G — to interpretacja strukturalna pewnego systemu geometrii, a F — to pewne prawa fizyczne wywiedzione z doświadczenia. Dopiero tak skonstruowana teoria podlega kontroli doświadczenia. Stosując różne kombinacje — na przykład G może być zinterpretowaną geometrią euklidesową lub riemannowską, F natomiast może być zbiorem pewnych zasad fizycznych — możemy tworzyć różne warianty geometrii praktycznej, które należy poddać weryfikacji doświadczenia pod względem zgodności z danymi pochodzącymi z realnej przestrzeni fizycznej. Tę teorię, która najlepiej porządkuje dane doświadczalne, najlepiej przybliża zachowanie się obiektów fizycznych czasoprzestrzeni, uznalibyśmy za geometrię realnej przestrzeni fizycznej.

Wydawałoby się, że każda tak utworzona teoria geometryczno-fizyczna stanowi system pojęć, które mogą posłużyć do ujęcia wielości faktów, poznawanych przy po-

[10] A. Einstein, *op. cit.*, s. 236.

mocy doświadczenia. Jednak zagadnienie związku geometrii z rzeczywistą przestrzenią okazało się bardziej złożone. Zwrócił na to uwagę Poincaré. Załóżmy, że *G* będziemy rozumieli jako geometrię Euklidesa, a *F* będzie optyką klasyczną. Za interpretację fizyczną prostej geometrycznej uznajemy promień świetlny. Wyobraźmy sobie, że doświadczenia wykazały, iż trajektoria promienia świetlnego odchyla się od prostej. W takiej sytuacji możemy dokonać korekty wyjściowego systemu na dwa sposoby. Po pierwsze, możemy uznać, że klasyczna optyka jest słuszna, lecz przestrzeń jest nieeuklidesowa i dlatego trajektoria promienia świetlnego odpowiada linii geodezyjnej zakrzywionej przestrzeni. Po drugie, możemy bronić geometrii euklidesowej przez założenie istnienia uniwersalnych sił, które odchylają promień światła. Wtedy odchodzimy od zasady, że promień świetlny wyznacza najkrótszą drogę między dwoma punktami. Oba opisy według Poincarégo są równoważne, z czego wyprowadził on konwencjonalistyczne wnioski zarówno w stosunku do geometrii mającej opisywać realną przestrzeń, jak i w stosunku do praw fizycznych. Poincaré wysunął w związku z tym tezę o względności geometrii oraz tezę o niemożliwości empirycznego wykrycia jednoczesnej dylatacji wszystkich ciał. Jednakże, jak później pokazała dyskusja A. Grünbauma z G. Schlesingerem[11], rola elementów konwencjonalnych w nauce jest bardziej ograniczona niż to sądził Poincaré.

Einstein, doceniając zasługi Poincarégo, nigdy nie przyjął konwencjonalistycznego punktu widzenia. Również podejście logicznego empiryzmu nie satysfakcjonowało go w pełni. Teoria fizyczna nie była dlań jedynie zinterpretowanym formalizmem matematycznym. Jak pokazuje przykład OTW, związek pomiędzy komponentą fizyczną a komponentą matematyczną teorii przyrodniczej jest o wiele ściślejszy niż w ujęciu Poincarégo. Jest to związane z tym, że procedury pomiarów w realnej przestrzeni nie mogą ograniczać się jedynie do porównywania abstrakcyjnych wielkości geometrycznych (długość, kąt), lecz zakładają pojęcie *kongruencji*, tzn. rzeczywistego przystawania przedmiotów zgodnie z określonym wzorcem. „Twierdzenia o kongruencji, fundamentalne w geometrii, mają do czynienia z prawami rządzącymi zmianami pozycji (ciał — J.M.)."[12] Przestrzeń dzięki ruchowi zyskuje właściwości bytu fizycznego. Wiąże się to z przejściem od przystawania geometrycznych figur do kongruencji ciał fizycznych. Figura geometryczna może okazać się tożsama z inną figurą, gdy jedna zostaje nałożona na drugą, natomiast ciało fizyczne może być tożsame tylko ze sobą. Aby porównać dwa ciała fizyczne, potrzebujemy fizycznego wzorca i relacji kongruencji zachodzącej w świecie fizycznym. Zgodnie z zasadą względności dwie długości są równe, jeżeli ich końce koincydują. Znaczy to, że dwa ciała sztywne są kongruentne, jeśli pokrywają się przy hipotetycznym «nakładaniu» ich na siebie. Równości dwóch

[11] Por. G. Schlesinger, „It is false that overnight everything has doubled in size", A.Grünbaum, „Is a universal nocturnal expansion falsifiable or physically vacuous?", *Philosophical Study* vol. 15, 1964, nr 5.

[12] A. Einstein, *The Meaning of Relativity*, Princeton University Press, 1955, s. 3.

rozłącznych przestrzennie ciał nie da się w realnej przestrzeni zdefiniować inaczej niż poprzez określenie wzorca kongruencji, i porównywanie ich właśnie z tym wzorcem. Wzorcem kongruencji może być pręt mierniczy, wielkość przyspieszenia wywołanego przez takie same masy czy okres drgań wahadła matematycznego. Einstein w odniesieniu do badania rzeczywistości fizycznej proponuje założyć, że — po pierwsze — jeśli dwa odcinki kiedykolwiek i gdziekolwiek okazały się równe, to zawsze i wszędzie są równe, oraz — po drugie — jeśli dwa idealne zegary kiedykolwiek i gdziekolwiek idą równie szybko w bezpośrednim sąsiedztwie, to zawsze i wszędzie idą jednakowo szybko[13].

A.N. Whitehead widzi następujące mankamenty takiego podejścia. Według niego pojęcie *kongruencji* winno być poprzedzone stwierdzeniem stałości warunków zewnętrznych. Chcąc dokonać pomiaru — twierdzi Whitehead — musimy najpierw założyć, że używane przez nas jednostki pomiaru nie ulegają zmianom w czasie i przestrzeni, czyli że są same ze sobą kongruentne. Gdybyśmy np. poszczególnych aktów mierzenia dokonywali w warunkach, w których pręt mierniczy ulega odkształceniu, nie można byłoby wówczas przy jego pomocy orzec równości mierzonych obiektów.

Aby lepiej wyrazić, w czym leży istota zarzutu Whiteheada, wyobraźmy sobie okrąg na płaszczyźnie. Niemiecki matematyk F. Klein pokazał, jak można otrzymać różne typy «przestrzeni» wewnętrznego obszaru okręgu w zależności od stałości wzorców mierniczych. Oczywiście przy standardowym określeniu odległości otrzymujemy geometrię euklidesową, a «przestrzeń» jest skończona. Można jednak wyposażyć okręg Kleina we właściwości, które sprawią, że będzie można uważać go za obszar nieskończony, na którym obowiązuje aksjomat Łobaczewskiego. Wystarczy przyjąć odpowiednie reguły pomiaru odległości między punktami «prostych», którymi będą teraz cięciwy okręgu bez punktów końcowych. Z grubsza rzecz ujmując, polegają one na tym, że odległość mierzy się przy pomocy wzorca, którego wielkość maleje w miarę zbliżania się do brzegów koła, a w granicy — na okręgu — znika. Tak więc cięciwy możemy rozpatrywać jako nieskończone proste. W odniesieniu do wnętrza okręgu Kleina możemy powiedzieć, że przez punkt nie leżący na prostej da się przeprowadzić wiele prostych «równoległych», tzn. nie przecinających danej prostej. Tak więc postulat Łobaczewskiego jest spełniony, a tym samym geometria koła bez brzegu z odpowiednio dobranym wzorcem kongruencji jest nieeuklidesowa. Widzimy więc, że zastrzeżenia Whiteheada są istotne. W zależności od tego, jak określi się równość dwu odcinków położonych w różnych częściach przestrzeni, otrzymuje się różne typy geometrii.

Wydaje się jednak, iż przytoczone wątpliwości, związane z żądaniem stałości wzorców kongruencji, wynikają z tego, że realną strukturę czasoprzestrzeni, której Einstein poszukuje, Whitehead zakłada metafizycznie. Według Whiteheada świadomość

[13] A. Einstein, „Geometry and Experience", *op. cit.*, s. 237.

zmysłowa ujawnia w postrzeganym przez podmiot trwaniu obecność *continuum* czasoprzestrzennego, cechującego się stałą, jednorodną strukturą relacji wiążących ze sobą wyróżnione w percepcji elementy naturalne. Powstaje jednak pytanie czy przyjęcie tego założenia zostało w dostateczny sposób uzasadnione. Wątpliwości są uprawnione, ponieważ wśród epistemologów toczy się spór o to, co naprawdę ujawniają doznania zmysłowe. Założenie, że świadomość zmysłowa zapoznaje nas z niezmienną strukturą *continuum* czasoprzestrzennego prowadzi do daleko idących wniosków. Konsekwencją tego założenia jest pogląd, że fizyka bada wszystko, co zachodzi lub może zajść w czasie i przestrzeni, zaś geometria opisuje jednorodny, uniwersalny porządek czasoprzestrzenny. Pojawia się tu zatem stare rozróżnienie między fizyką a geometrią. Fizyka jest nauką o przypadkowych relacjach, które zachodzą w przyrodzie, natomiast geometria wyraża naturalny porządek czasoprzestrzenny. Whitehead przyznaje,[14] że Einstein odrzuciłby taki punkt widzenia, a ewentualną «zmienność» wzorca kongruencji interpretowałby w duchu deformacji czasoprzestrzeni pozwalającej uzyskiwać wyniki pomiaru niezależnie od konkretnych systemów pomiarowych, które stosujemy. Poza tym za odrzuceniem wątpliwości Whiteheada przemawia fakt, że teoria pomiaru zakładana przez Einsteina stanowi jedno z głównych założeń teorii względności, co — w świetle potwierdzeń empirycznych tej teorii — winno uprawdopodobniać jej słuszność.

Podsumowując, przestrzeń ma określoną geometrię dopiero po ustaleniu praw kongruencji. Tak więc pytanie, czy realna przestrzeń jest euklidesowa czy riemmannowska, jest według Einsteina pytaniem fizycznym, a nie czysto geometrycznym. Przy czym, w wypadku badania realnej przestrzeni fizycznej, nie chodzi o arbitralne decyzje dotyczące wyboru wzorca kongruencji, lecz o dane doświadczalne i teorie fizyczne zbudowane na podstawie tych decyzji, które przesądzą o tym, jaki naprawdę jest ten wzorzec. To zdaje się miał na myśli Einstein, gdy podkreślał, że ustalenie rzeczywiście obowiązującej geometrii realnej przestrzeni jest zadaniem fizyki, a nie geometrii. OTW, będąca ukoronowaniem pracy Einsteina, choć posługuje się wyrafinowanym aparatem matematycznym, jest niewątpliwie teorią fizyczną, która bazuje na konkretnych faktach fizycznych, np. równoważności masy ciężkiej i masy bezwładnej. Einstein w tej teorii rozwiązuje problem oddziaływania na odległość oraz problem związku pomiędzy przestrzenią a materią przyjmując, że geometria naszej czterowymiarowej czasoprzestrzeni jest nieeuklidesowa. Wyjaśniając istotę bytu fizycznego, jakim jest grawitacja, odwołuje się on do pojęcia *krzywizny czasoprzestrzeni* czyli własności geometrycznej. Z drugiej strony przyjmuje, iż na geometrię realnej przestrzeni wpływ ma pole grawitacyjne, a więc czynnik fizyczny. Tym samym OTW okazuje się teorią jednoczącą czysto fizyczne i czysto geometryczne cechy rzeczywistości. Jest doskonałym przykładem «członu pośredniczącego» pomiędzy matematyką a światem, umożliwiającego sensowne rozważania relacji matematyki do świata.

---

[14] A.N. Whitehead, *Nauka i świat współczesny*, Warszawa 1988, rozdział 7, „Względność".