Filozofia Nauki
Rok V, 1997, Nr 3(19)

Andrzej Biłat

Uwagi o logice własności

1. „Jeżeli mówimy coś o przedmiocie, to przypisujemy mu cechę" — przewrotnie oznajmia znany przeciwnik pojęcia cechy.[1] Do dosłownego potraktowania tej wypowiedzi może nas skłonić fakt, że termin „własność" (a także pokrewne terminy „cecha" i „atrybut") jest powszechnie używany w języku naturalnym, w filozofii, w naukach empirycznych i w naukach formalnych (w logice formuły o postaci $P(a)$ czyta się zwykle: „Przedmiot a posiada własność P").

W szczególności, opisy przedmiotów (nie tylko konkretnych, lecz i abstrakcyjnych) często wyrażane są w zwrotach typu „Przedmiot a ma własność $\alpha(a)$" (gdzie $\alpha(a)$ jest dowolnym zdaniem zawierającym stałą a). Ten sposób mówienia sugeruje, że istnieje własność złożona P, która przysługuje przedmiotowi a zawsze i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest zdanie $\alpha(a)$: $\exists P$ (a ma własność $P \leftrightarrow \alpha(a)$) (symbol P nie występuje w $\alpha(a)$).[2] Ponieważ przedmiot a jest wybrany dowolnie, możemy w zwykły sposób uogólnić to zdanie:

(A) $\forall x\, \exists P$ (x ma własność $P \leftrightarrow \alpha(x)$)

(formułę $\alpha(x)$ otrzymujemy ze zdania $\alpha(a)$ przez zastąpienie zmienną x stałej a). Zarówno z intuicyjnego, jak i z formalnego punktu widzenia, schemat ten wydaje się bez zarzutu.

W dość licznie formułowanych w ostatnich latach teoriach własności[3] przyjmuje się na ogół silniejszy schemat, z którego (A) logicznie wynika. Schemat ten, służący

[1] W.v.O. Quine, „Klasy a własności", [w:] tenże, *Różności. Słownik prawie filozoficzny*, przeł. C. Cieśliński, Aletheia, Warszawa 1995, s. 78.

[2] Łatwo zauważyć, że wynika stąd teza: $\alpha(a) \rightarrow \exists P$ (a ma własność P), będąca eksplikacją wypowiedzi Quine'a.

[3] Autorami takich teorii są m.in.: G. Bealer, H.N. Castaneda, N. Cochiarella, S. Feferman, M. Jubien,

zasadniczo do generowania własności złożonych, jest wynikiem ograniczenia «naiwnej» zasady komprehensji dla własności:

(B) $\exists P\, \forall x$ (x ma własność $P \leftrightarrow \alpha(x)$)

Wspomniane ograniczenie jest tu niezbędne, gdyż (B) prowadzi do antynomii Russella dla własności. Jeśli bowiem w miejscu $\alpha(x)$ umieścimy zwrot *x nie ma własności x*, to otrzymamy, po opuszczeniu kwantyfikatora i podstawieniu P za x, zdanie: P ma własność $P \leftrightarrow P$ nie ma własności P.

Istnieje wiele rozmaitych propozycji rozwiązania tej antynomii. Większość z nich polega na jakiejś modyfikacji prawej strony równoważności występującej w (B). Nie brakuje też skrajnej propozycji negującej tezę o istnieniu własności złożonych (a co za tym idzie — odrzucającej zasadę komprehensji).[4] Trudno natomiast znaleźć analizę możliwości pośredniej: odrzucenia (B) i zachowania (A). (Autorowi tych słów w każdym razie nie udało się znaleźć takiej analizy.) Zgodnie z tym rozwiązaniem, własności złożone istnieją, ale wyłącznie w kontekście przedmiotów, o których są orzekane. Uwagi niniejsze poświęcone są wstępnej analizie tej idei.

2. Każdy schemat komprehensji jest w pewien sposób skorelowany z odpowiednią wersją zasady indywiduacji (warunku identyfikacji) własności. Dla (B) np. taką zasadą indywiduacji jest zdanie:

(C) $\forall x$ (x ma własność $P \leftrightarrow x$ ma własność $Q) \rightarrow P = Q$

Skorelowanie formuł (B) i (C) polega na tym, że z ich koniunkcji wynika schemat głoszący jedyność własności opisanej warunkiem $\alpha(x)$: $\exists_1 P\, \forall x$ (x ma własność $P \leftrightarrow \alpha(x)$). Podobnie jest w innych wersjach schematu komprehensji: każda z nich gwarantuje tylko istnienie danej własności, natomiast do dowodu jej jedyności potrzebna jest jeszcze odpowiednia zasada indywiduacji. Dopiero obie zasady łącznie tworzą wystarczające podstawy do jednoznacznego generowania własności złożonych.

Zasadą indywiduacji odpowiadającą (A) jest zdanie:

(D) $\forall x$ [(x ma własność $P_1 \leftrightarrow x$ ma własność $P_2) \rightarrow P_1 = P_2$]

Z (D) i (A) wynika bowiem warunek jedyności własności P.[5]

Z (D) wynika ponadto, że każdy przedmiot ma co najwyżej jedną własność: Ze względów intuicyjnych, (D) jest więc nie do przyjęcia.[6]

C. Menzel, F. Orilla, R. Turner, E. Zalta.

[4] Nominalistą w kwestii istnienia własności złożonych (i zarazem realistą w kwestii istnienia własności prostych oraz stanów rzeczy) jest R. Grossman („Russell's Paradox and Complex Properties", *Nous* 6(1972), s. 153-164).

[5] Dowód: (1) a ma własność $P_1 \leftrightarrow \alpha(a)$ [z (A)]; (2) a ma własność $P_2 \leftrightarrow \alpha(a)$ [z (A)]; (3) a ma własność $P_1 \leftrightarrow a$ ma własność P_2 [z (1) i (2)]; (4) $\exists x$ (x ma własność $P_1 \leftrightarrow x$ ma własność P_2) [z (3)]; (5) $P_1 = P_2$ [z (4) i (D)].

[6] Wydaje się, że z tych samych względów nie do przyjęcia jest taka modyfikacja (A) i (D), w której materialną równoważność zastępuje się równoważnością ścisłą. Na podstawie analogicznego rozumowania otrzymalibyśmy bowiem wniosek, że każdy przedmiot ma co najwyżej jedną własność konieczną.

3. Każdy spójnik równoważności, np. materialnej, ścisłej, relewantnej itd., może być traktowany jako funktor, przy użyciu którego stwierdza się identyczność obiektów logicznych będących korelatami zdań, np. wartości logicznych, sądów logicznych, stanów rzeczy czy sytuacji. Może się zdarzyć, że w jednym systemie logiki mamy dwa lub więcej spójniki równoważności. Wówczas tylko ten, który spełnia zasadę ekstensjonalności — wymienialności *salva veritate* członów równoważności — zasługuje na miano „spójnika identyczności". Łatwo zauważyć, że jest on wówczas równoważnością najsilniejszą w danym systemie: jeśli jakieś formuły spełniają identyczność, to spełniają też każdą inną równoważność.

Logiczna kwestia identyfikacji własności polega w istocie na wyborze wystarczająco silnego spójnika równoważności. Jednak każdy taki spójnik jest słabszy od spójnika identyczności lub jest z nim tożsamy. Nasuwa to myśl, by określić wprost w logice najogólniejsze aksjomaty dla spójnika identyczności $\equiv$ (to, że ... jest tym samym, co to, że ...).

Podobnie jak predykat identyczności, spójnik identyczności spełnia warunek tożsamości:

(E) $\alpha \equiv \alpha$

oraz wspomnianą zasadę ekstensjonalności:

(F) $(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\gamma \rightarrow \gamma(\alpha/\!/\beta))$

($\gamma(\alpha/\!/\beta)$ jest formułą, która powstaje z γ w wyniku zastąpienia, w jednym lub w więcej miejscach, formuły β za α).

Warunki (E) i (F), dołączone do klasycznej logiki kwantyfikatorów z identycznością, dają pewną wersję podstawowej logiki niefregowskiej pochodzącej od R. Suszki.[7] Zakładamy przy tym, że stany rzeczy są tymi korelatami zdań, których identyczność lub różnicę stwierdza się przy użyciu spójnika identyczności.[8]

Spójnik identyczności wykorzystamy obecnie w celu następującej modyfikacji zasad (A) i (D):

(A′) $\forall x\, \exists P$ (x ma własność $P \equiv \alpha(x)$)

[7] Przez „podstawową logikę niefregowską" rozumiem logikę opartą na rachunku zdań z identycznością (SCI); zob.: M. Omyła, *Zarys logiki niefregowskiej*, PWN, Warszawa 1986.

[8] Suszko zakładał, że korelatami zdań są sytuacje w znaczeniu zbliżonym do tego, w jakim termin ten występuje w *Traktacie* L. Wittgensteina. W literaturze analitycznej przyjęło się takie rozumienie tego terminu, zgodnie z którym dwie sytuacje są identyczne, gdy zachodzą w dokładnie tych samych światach możliwych (jest to jedna z możliwych interpretacji tezy 5.141 *Traktatu*; na temat związku tej tezy z logiką niefregowską zob. moją pracę „Zasada Wittgensteina a logika niefregowska", [w:] M. Omyła (red.), *Szkice z semantyki i ontologii sytuacji*, Warszawa 1991, s. 63-68). Z tego warunku indywiduacji dla sytuacji wynika, że istnieje tylko jedna sytuacja konieczna (i jedna niemożliwa). W przeciwieństwie do tego «sytuacyjno-światowego» ujęcia, przyjęty tu sposób rozumienia korelatów zdaniowych nawiązuje do intuicyjnej (fenomenologicznej) analizy stanu rzeczy jako pewnego złożenia — ontologicznego *complexum* — własności i przedmiotu (np. to, że Ziemia jest kulista, tj. bycie kulistym Ziemi, jest złożeniem: własność kulistości - przedmiot Ziemia). Charakterystyczna dla tej analizy jest teza: (x ma własność $P \equiv y$ ma własność Q) $\rightarrow$ ($P = Q \wedge x = y$) (z której wynika logicznie (D′)).

(D′) $\exists x$ (x ma własność $P \equiv x$ ma własność Q) $\rightarrow P = Q$

Treści obu zasad intuicyjnie wydają się bez zarzutu. (A′) głosi, że dla każdego x istnieje własność P taka, że to, że x ma własność P, jest tym samym co to, że zachodzi $\alpha(x)$. (D′) głosi, że własności P i Q są identyczne, gdy istnieje przedmiot x, taki że to, że x ma własność P jest tym samym co to, że x ma własność Q.

Analogicznie jak poprzednio, na podstawie (A′) i (D′) można udowodnić jedyność własności generowanej przez schemat $\alpha(x)$: $\exists_1 P$ (x ma własność $P \equiv \alpha(x)$).

Charakterystyczną cechą logiki niefregowskiej jest jednolity sposób traktowania identyczności nazwowej i zdaniowej. Przyjęcie postulatów (A′) i (D′) jest pewną próbą rozszerzenia tego podejścia na identyczność predykatową.

4. Z logicznego punktu widzenia prezentowane podejście do kwestii własności złożonych i kwestii indywiduacji własności polega zatem na wykorzystaniu spójnika identyczności w celu innego niż zwykle, choć prawdopodobnie nie mniej naturalnego rozłożenia «siły dedukcyjnej» pomiędzy zasadami komprehensji i indywiduacji własności: osłabiamy pierwszą zasadę i wzmacniamy drugą. Obrazuje to poniższy schemat:

$\forall x\, \exists P$ (x ma własność $P \equiv \alpha(x)$) $\longleftarrow \exists P\, \forall x$ (x ma własność $P \equiv \alpha(x)$)

$\forall x$ ((x ma $P \equiv x$ ma Q) $\rightarrow P = Q$) $\longrightarrow \exists x$ ((x ma P) $\equiv x$ ma Q) $\rightarrow P = Q$)

Z lewej strony występują sformułowania równoważne z (A′) i (D′), z prawej — ich standardowe odpowiedniki (zapisane przy użyciu spójnika identyczności).

Na gruncie zasady (A′) nie da się zrekonstruować antynomii Russella. Umieszczając w miejscu $\alpha(x)$ zwrot x *nie ma własności* x i opuszczając oba kwantyfikatory, otrzymujemy: x ma własność $P_x \equiv x$ nie ma własności x. Stąd zaś możemy wyprowadzić odpowiednik zdania antynomialnego, który nie jest zdaniem sprzecznym: P ma własność $P_P \equiv P$ nie ma własności P.

Analogicznie jak w teorii mnogości Zermela, nie można przeprowadzić rozumowania antynomialnego, ponieważ poprawne stwierdzenie istnienia własności złożonej wymaga wówczas, aby pewien przedmiot (jest nim obiekt, o którym orzekana jest własność) był już wcześniej dany.

Z filozoficznego punktu widzenia, przyjęte rozwiązanie może być traktowane jako wyraz stanowiska umiarkowanego realizmu w kwestii istnienia własności złożonych: własności takie istnieją, ale tylko w kontekście przedmiotów, o których są orzekane. Rozwiązanie to, w przeciwieństwie do skrajnie realistycznego podejścia («skrajnie» wyrażonego w naiwnej zasadzie komprehensji), nie daje podstaw do «mechanicznego» wprowadzania własności złożonych, generowanych przy użyciu aksjomatycznych definicji równoważnościowych.[9] Wolno jednak sądzić, że to skrajnie realistyczne po-

[9] Rozważane stanowisko nie wyklucza oczywiście wprowadzana *quasi*-predykatów złożonych jako metajęzykowych skrótów dla odpowiednich formuł (np. $Z(x) =_{df} x$ jest zielony i x jest okrągły).

dejście, bedące źródłem trudności związanych z antynomią Russella, powinno być porzucone w logice własności złożonych. Alternatywą stałby się wówczas albo niewiele wyjaśniający nominalizm, albo umiarkowany realizm.