Filozofia Nauki
Rok V, 1997, Nr 2(18)

Eugeniusz Żabski

Jest coś, czego nie ma — czyli próba rozwiązania starej zagadki bytu

1. Uwagi wprowadzające

Współczesne dyskusje na temat istnienia przedmiotów matematycznych (zbiorów, relacji) są echem dawniejszych i, jak się wydaje, nierozstrzygniętych do dziś sporów o istnienie powszechników (uniwersaliów). W dyskusjach tych można wyróżnić trzy główne stanowiska: nominalizm, realizm i konceptualizm.

Nominaliści twierdzą, że obiekty abstrakcyjne (w szczególności zbiory, własności i relacje) nie istnieją. Realiści zaś zakładają istnienie tych przedmiotów. Konceptualiści wreszcie twierdzą, że obiekty te istnieją, ale inaczej niż góry, rzeki, domy; «istnieją w umyśle», gdyż są tworami umysłu, a nie bytami rzeczywistymi.

Zanim udzieli się odpowiedzi na pytanie, czy istnieją takie obiekty, jak cechy, trzeba najpierw ustalić, w jakim sensie używamy słów „istnieje" i „cecha". Wyrażenia te są bowiem wieloznaczne. Zadaniem tego artykułu jest nie tylko zwrócenie uwagi na tę wieloznaczność, ale także podanie definicji tych terminów.

Zaczynamy od precyzacji pojęcia cechy. Najpierw jednak kilka uwag dotyczących tego pojęcia. Przy pewnych rozumieniach terminy „cecha" i „zbiór" są bliskoznaczne. Czasem pojęcia te nawet utożsamia się w tym sensie, że wyrażenie „x należy do zbioru y" uważa się za równoznaczne z wyrażeniem „x ma własność y". Zamiast „x należy do zbioru y" mówi się też „x jest elementem zbioru y", a zamiast „x ma własność y" mówi się „własność y przysługuje x-owi". Zwroty „x jest elementem zbioru y" i „własność x przysługuje y-owi" zapisujemy symbolicznie odpowiednio tak: $x \in y$, xPy. Uważa się więc czasem, że wyrażenia „$x \in y$" i „yPx" są równoznaczne. I tak np. własność bycia liczbą pierwszą utożsamia się w powyższym sensie ze zbiorem liczb pierwszych. Pojęcia zbioru i cechy utożsamia się np. w pracy [5].

Pojęcia zbioru i cechy nie są jednak identyczne. Najważniejsza — jak się wydaje — ale nie jedyna różnica między tymi pojęciami jest taka, że zbiory o tych samych elementach są identyczne (gwarantuje to przyjmowany w teorii zbiorów aksjomat ekstensjonalności), podczas gdy cechy przysługujące dokładnie tym samym przedmiotom mogą być różne. Cechy bycia trójkątem i bycia trójbokiem przysługują np. dokładnie tym samym figurom geometrycznym, są to jednak różne cechy. Różne cechy przysługujące dokładnie tym samym przedmiotom nazywa się czasem „cechami koekstensywnymi". Bycie autorem *Pana Tadeusza* i bycie autorem *Konrada Wallenroda* to inne przykłady cech koekstensywnych.

2. Teoria cech

Podamy teraz aksjomatyczną definicję pojęcia cechy. Ten sposób definiowania od dawna jest stosowany w logice i matematyce. Zaczniemy jednak od omówienia języka sformalizowanego, za pomocą którego zapiszemy ową definicję. Język ten nazywamy „językiem **JC**". Sformułujemy w nim pewną teorię, którą nazwiemy „systemem *C*". Dokładniejsze omówienie systemu *C* można znaleźć w pracy [12].

Na alfabet języka **JC** składają się:

(a) stałe logiczne, tj. funktory rachunku zdań: $\sim$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\equiv$, kwantyfikatory: $\bigwedge$ $\bigvee$, symbol identyczności = oraz nawiasy i przecinki;

(b) stała specyficzna — orzecznik dwuargumentowy P;

(c) stałe języka teorii algebr Boole'a: $\cup$, $\cap$, $-$ oraz stałe **0**, **1**;

(d) zmienne reprezentujące cechy $c_1, c_2, \ldots$;

(e) zmienne reprezentujące dowolne przedmioty, w tym także cechy: $x_1, x_2, \ldots$

Podamy teraz definicje pojęć, z których korzystać będziemy w dalszej części pracy.

Zbiór wielomianów Boole'owskich jest to najmniejszy zbiór wyrażeń o następujących własnościach:

(a) wszystkie zmienne reprezentujące cechy oraz stałe **0** i **1** są wielomianami Boole'owskimi;

(b) jeśli b_1 oraz b_2 są wielomianami Boole'owskimi, to $-b_1$, $b_1 \cup b_2$, $b_1 \cap b_2$ są wielomianami Boole'owskimi.

Wielomiany Boole'owskie $-b_1$, $b_1 \cap b_2$, $b_1 \cup b_2$ czytamy odpowiednio jako: dopełnienie cechy b_1, iloczyn cech b_1 i b_2, suma cech b_1 i b_2.

„Równościami Boole'owskimi" nazywamy równości o postaci: „$b_1 = b_2$", gdzie b_1 i b_2 są wielomianami Boole'owskimi.

Formułami atomowymi języka **JC** są wszystkie równości Boole'owskie oraz wszystkie wyrażenia o postaci: „$x_i = x_j$", bPx_i, gdzie b jest wielomianem Boole'owskim, a i, j — dowolnymi liczbami naturalnymi. Wyrażenie „bPx_i" czytamy: b przysługuje x_i lub x_i ma własność b.

Język **AB** jest to najmniejszy zbiór wyrażeń zawierający wszystkie równości Boole'owskie i zamknięty na ujmowanie formuł w nawiasy, łączenie spójnikami klasycznymi $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\equiv$, poprzedzanie spójnikiem $\sim$ lub kwantyfikatorami wiążącymi zmienne reprezentujące cechy i kwantyfikatorami wiążącymi zmienne reprezentujące dowolne przedmioty. Język **JC** jest — jak łatwo zauważyć — nadjęzykiem języka **AB**.

Niech T będzie teorią algebr Boole'a sformułowaną w języku **AB**. Niech C będzie teorią aksjomatyczną, której aksjomatami są wszystkie aksjomaty teorii T, a nadto następujące wyrażenia języka **JC**:

(C_1) $\bigwedge c_1 \bigwedge c_2 \bigwedge x_1 \, [(c_1 \cap c_2)Px_1 \equiv c_1Px_1 \wedge c_2Px_1]$

(C_2) $\bigwedge c_1 \bigwedge x_1 \, (-c_1Px_1 \equiv \sim c_1Px_1)$;

(C_3) $\bigvee c_1 \bigvee c_2 \bigwedge x_1 \, [(c_1Px_1 \equiv c_2Px_1) \wedge \sim (c_1 = c_2)]$;

Niech zwrot „ztw" będzie skrótem „zawsze i tylko wtedy, gdy". Aksjomaty (C_1) i (C_2) stwierdzają odpowiednio, że iloczyn cech c_1 i c_2 przysługuje przedmiotowi x_1 ztw obie te cechy przysługują przedmiotowi x_1. Dopełnienie cechy c_1 przysługuje przedmiotowi x_1 ztw nieprawda, że cecha c_1 przysługuje przedmiotowi x_1. Aksjomat (C_3) stwierdza zaś istnienie co najmniej dwóch cech koekstensywnych.

Regułami dowodzenia systemu C są reguły założeniowego klasycznego rachunku kwantyfikatorów z identycznością i funkcjami.

Tezami C są wszystkie twierdzenia teorii algebr Boole'a zapisane w języku **AB** i dodatkowo między innymi następujące wyrażenia:

(1) $\bigwedge c_1 \bigwedge c_2 \bigwedge c_3 \, [(c_1 \cup c_2)Px_1 \equiv c_1Px_1 \vee c_2Px_1]$;

(2) $\bigwedge c_1 \bigwedge c_2 \bigwedge c_3 \, [(c_1 \cup c_2) = c_2 \rightarrow (c_1Px_1 \rightarrow c_2Px_1)]$

Oba te twierdzenia wynikają z aksjomatów (C_1) i (C_2).

Twierdzenie (1) głosi, że suma cech c_1 i c_2 przysługuje przedmiotowi x_1 ztw co najmniej jedna z cech c_1 lub c_2 przysługuje przedmiotowi x_1. Twierdzenie (2) głosi zaś, że jeśli cecha c_1 jest zawarta (w sensie teorii algebr Boole'a) w cesze c_2, to cecha c_2 jest zależna od cechy c_1, tzn. że jeśli cecha c_1 przysługuje jakiemuś przedmiotowi, to i cecha c_2 przysługuje temu przedmiotowi.

(3) $\bigwedge c_1 \bigwedge x_1 \, (c_1Px_1 \vee -c_1Px_1)$

(4) $\bigwedge c_1 \bigwedge x_1 \sim (c_1Px_1 \wedge -c_1Px_1)$

Twierdzenia (3) i (4) wynikają z aksjomatu (C_2).

Twierdzenia (3) i (4) głoszą odpowiednio, że dowolnemu przedmiotowi przysługuje dowolna cecha lub jej dopełnienie, oraz że żadnemu przedmiotowi nie przysługuje zarazem jakaś cecha i jej dopełnienie. Twierdzenia te głoszą zatem łącznie, że dowolnemu przedmiotowi przysługuje dokładnie jedna dowolna cecha lub jej dopełnienie.

Twierdzenia (3) i (4) można by uznać za formalizacje odpowiednio ontologicznej zasady wyłączonego środka i ontologicznej zasady sprzeczności.

(5) $\bigwedge x_1 \, (\mathbf{1}Px_1)$

(6) $\bigwedge x_1 \sim (\mathbf{0}Px_1)$

Twierdzenie (5) wynika z twierdzeń (1) i (3) oraz z twierdzenia teorii T: $c_1 \cup -c_1 = \mathbf{1}$.

Twierdzenie (6) wynika z aksjomatu (C_1) i z twierdzenia teorii T: $c_1 \cap -c_1 = \mathbf{0}$.

Twierdzenie (5) głosi, że cecha pełna przysługuje każdemu przedmiotowi, twierdzenie (6) głosi zaś, że cecha pusta nie przysługuje żadnemu przedmiotowi.

(7) $\bigvee c_1 \bigwedge x_1 (c_1 P x_1)$

Twierdzenie (7) wynika z twierdzenia (5).

Twierdzenie (7) głosi, że istnieje cecha, która przysługuje każdemu przedmiotowi.

(8) $\bigwedge x_1 \bigvee c_1 (c_1 P x_1)$

Twierdzenie (8) wynika z twierdzenia (7).

Twierdzenie (8) głosi, że każdemu przedmiotowi przysługuje co najmniej jedna cecha.

Twierdzenie (8) jest formalizacją tzw. rozszerzonej zasady wyłączonego środka.

(9) $\sim \bigvee x_1 \bigwedge c_1 (c_1 P x_1)$

Twierdzenie (9) wynika z aksjomatów (C_1) i (C_2) oraz z twierdzenia teorii T: $c_1 \cap -c_1 = \mathbf{0}$.

Twierdzenie (9) głosi, że nie istnieje przedmiot, któremu przysługują wszystkie cechy.

(10) $\bigwedge x_1 \bigwedge x_2 \bigvee c_1 (c_1 P x_1 \wedge c_1 P x_2)$

Twierdzenie (10) wynika z twierdzenia (5).

Twierdzenie (10) głosi, że dowolnym dwóm przedmiotom przysługuje pewna wspólna cecha.

Twierdzenia (9) i (10) uznać można za formalizacje odpowiednio tzw. rozszerzonej zasady sprzeczności i tzw. zasady cząstkowej identyczności.

Przedstawiony system *C* jest próbą formalizacji pewnego fragmentu ontologii rozumianej jako dyscyplina filozoficzna podająca najogólniejsze prawa dotyczące tego, co istnieje.

Korzystając z definicji pojęć własności i przysługiwania łatwo zdefiniować pojęcie istnienia. Podamy dwie różne definicje istnienia. Jedną z nich zapiszemy w sformalizowanym języku **JC**(e), a drugą — w sformalizowanym języku **JC**(E). Zarówno **JC**(e), jak i **JC**(E), są nadjęzykami języka **JC**. Alfabet języka **JC**(e) (**JC**(E)) składa się ze wszystkich znaków alfabetu **JC**, a nadto z predykatu jednoargumentowego e (predykatu dwuargumentowego E). Formułami atomowymi języka **JC**(e) (języka **JC**(E)) są wszystkie formuły atomowe języka **JC**, a nadto wyrażenie postaci „ex_1" (postaci: „$x_i E c_j$"). Wyrażenie postaci: „ex_i" czytamy: istnieje x_i, zaś wyrażenie postaci: „$x_i E c_j$" czytamy: x_i jest c_j.

Definicja istnienia zapisana w języku **JC**(e) ma następującą postać:

$ex_i \equiv \bigvee c_j (c_j P x_i)$

Natomiast definicja istnienia sformułowana w języku **JC**(E) ma postać:

$x_i E c_j \equiv c_j P x_i$

Sens słowa „istnieje", ustalony przez definicję zapisaną w języku **JC**(e), można nazwać «własnościowym» sensem istnienia. Drugie pojęcie istnienia — ustalone przez definicję w języku **JC**(E) — można nazwać relacyjnym pojęciem istnienia.

Na inne, różne od powyższych znaczenia wyrazu „jest" zwracali już uwagę K. Ajdukiewicz w artykule [1] i T. Kubiński w pracy [4]. W naszych dalszych rozważaniach wykorzystamy w znacznym stopniu wyniki uzyskane w obu wymienionych rozprawach. W pracach tych pojęcie istnienia precyzuje się wykorzystując język ontologii Leśniewskiego.

3. Ontologie Leśniewskiego i Kubińskiego

Zacznijmy od krótkiego opisu języka ontologii Leśniewskiego (Kubińskiego). Na alfabet języka ontologii Leśniewskiego (Kubińskiego) składają się:

(a) stała ε (ε_1, ε_2, ε_3) będąca terminem pierwotnym tej teorii;

(b) funktory rachunku zdań ($\sim$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\equiv$);

(c) kwantyfikatory $\bigwedge$ i $\bigvee$;

(d) zmienne indywiduowe ($x, y, \ldots$);

(e) nawiasy i przecinki.

Wyrażenie o postaci „$x\ \varepsilon\ y$" jest wyrażeniem atomowym języka ontologii Leśniewskiego. Natomiast formuły o postaci „$x\ \varepsilon_1\ y$", „$x\ \varepsilon_2\ y$", „$x\ \varepsilon_3\ y$" są wyrażeniami atomowymi języka ontologii Kubińskiego. Z wyrażeń atomowych zarówno ontologii Leśniewskiego, jak i ontologii Kubińskiego, tworzy się wyrażenia złożone w standardowy sposób za pomocą funktorów rachunku zdań i kwantyfikatorów wiążących zmienne indywiduowe. Każde z wyrażeń: „$x\ \varepsilon\ y$", „$x\ \varepsilon_1\ y$", „$x\ \varepsilon_2\ y$", „$x\ \varepsilon_3\ y$" — czytamy: x jest y. Stałym ε, ε_1, ε_2, ε_3 odpowiada więc słowo „jest" przy pewnym jego znaczeniu. Znaczenie to jest ustalone odpowiednio przez następujące aksjomaty:

$$(\varepsilon)\ x\ \varepsilon\ y \equiv \bigvee z\,(z\ \varepsilon\ x) \wedge \bigwedge u \bigwedge w\,(u\ \varepsilon\ x \wedge w\ \varepsilon\ x \rightarrow u\ \varepsilon\ w) \wedge \bigwedge z\,(z\ \varepsilon\ x \rightarrow z\ \varepsilon\ y)$$

$$(\varepsilon_1)\ x\ \varepsilon_1\ y \equiv \bigwedge z\,(z\ \varepsilon_1\ x \rightarrow z\ \varepsilon_1\ y)$$

$$(\varepsilon_2)\ x\ \varepsilon_2\ y \equiv \bigwedge z\,(z\ \varepsilon_2\ x \rightarrow z\ \varepsilon_2\ y) \wedge \bigvee z\,(z\ \varepsilon_2\ x)$$

$$(\varepsilon_3)\ x\ \varepsilon_3\ y \equiv \bigwedge z\,(z\ \varepsilon_3\ x \rightarrow z\ \varepsilon_3\ y) \wedge \bigwedge u \bigwedge w\,(u\ \varepsilon_3\ x \wedge w\ \varepsilon_3\ x \rightarrow u\ \varepsilon_3\ w)$$

Aksjomat (ε) jest — jak wiadomo — jedynym aksjomatem ontologii Leśniewskiego. Natomiast (ε_1), (ε_2), (ε_3) są aksjomatami trzech różnych teorii, które nazywamy ontologiami Kubińskiego. Ontologie Kubińskiego są przedstawione we wspomnianej już pracy [4].

Dla wyjaśnienia intuicyjnego sensu powyższych aksjomatów zdefiniujemy nowe terminy i zapiszemy te aksjomaty w równoważnej postaci za pomocą owych terminów.

(Df1) $\mathrm{ex}(x) \equiv \bigvee y\,(y\ \varepsilon\ x)$

$\mathrm{ex}_2(x) \equiv \bigvee y\,(y\ \varepsilon_2\ x)$.

Wyrażenia „$\mathrm{ex}(x)$" i „$\mathrm{ex}_2(x)$" czytamy: istnieje co najmniej jedno x.

(Df2) $\mathrm{sol}(x) \equiv \bigwedge y \bigwedge z\,(y\ \varepsilon\ z \wedge z\ \varepsilon\ x \rightarrow y\ \varepsilon\ z)$

$\mathrm{sol}_2(x) \equiv \bigwedge y \bigwedge z\,(y\ \varepsilon_2\ x \wedge z\ \varepsilon_2\ x \rightarrow y\ \varepsilon_2\ z)$

$\mathrm{sol}_3(x) \equiv \bigwedge y \bigwedge z\,(y\ \varepsilon_3\ x \wedge z\ \varepsilon_3\ x \rightarrow y\ \varepsilon_3\ z)$

Wyrażenia „$\mathrm{sol}(x)$" i „$\mathrm{sol}_i(x)$", dla $2 \leq i \leq 3$, czytamy: istnieje co najwyżej jedno x.

(Df3) $xay \equiv \bigwedge z\,(z\,\varepsilon\,x \rightarrow z\,\varepsilon\,y)$

$xa_1y \equiv \bigwedge z\,(z\,\varepsilon_1\,x \rightarrow z\,\varepsilon_1\,y)$

$xa_2y \equiv \bigwedge z\,(z\,\varepsilon_2\,x \rightarrow z\,\varepsilon_2\,y)$

$xa_3y \equiv \bigwedge z\,(z\,\varepsilon_3\,x \rightarrow z\,\varepsilon_3\,y)$

Wyrażenia „xay" i „xa_iu", dla $1 \leq i \leq 3$, czytamy: każde x jest y.

Na gruncie tych definicji jedyny aksjomat ontologii Leśniewskiego, jak i aksjomaty trzech ontologii Kubińskiego, równoważne są następującym wyrażeniom:

(T1) $x\,\varepsilon\,y \equiv \mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x) \wedge xay$

($\mathrm{T1}_1$) $x\,\varepsilon_1\,y \equiv xa_1y$

($\mathrm{T1}_2$) $x\,\varepsilon_2\,y \equiv \mathrm{ex}_2(x) \wedge xa_2y$

($\mathrm{T1}_3$) $x\,\varepsilon_3\,y \equiv xa_3y \wedge \mathrm{sol}_3(x)$

(T1) (($\mathrm{T1}_1$), ($\mathrm{T1}_2$), ($\mathrm{T1}_3$)) czytamy następująco: x jest y ztw istnieje dokładnie jedno x oraz każde x jest y (x jest y ztw każde x jest y, x jest y ztw istnieje co najmniej jedno x oraz każde x jest y, x jest y ztw każde x jest y oraz istnieje co najwyżej jedno x). Zatem jednym z warunków prawdziwości każdego z wyrażeń postaci: „$x\,\varepsilon\,y$", „$x\,\varepsilon_1\,y$", „$x\,\varepsilon_2\,y$", „$x\,\varepsilon_3\,y$" — jest to, aby każde x było y. Warunkiem prawdziwości dla zdania postaci „$x\,\varepsilon_2\,y$" jest ponadto to, by na miejscu podmiotu występowała nazwa niepusta. Z kolei dodatkowym warunkiem prawdziwości zdanai typu „$x\,\varepsilon_3\,y$" jest to, by na miejscu podmiotu nie występowała nazwa ogólna. Wreszcie drugim niezbędnym warunkiem prawdziwości zdania postaci „$x\,\varepsilon\,y$" jest to, by zmienną x zastąpiono nazwą jednostkową.

Weźmy pod uwagę następujące zdania:

(1) Kwadratowe koło jest figurą geometryczną.

(2) Planeta jest ciałem niebieskim.

(3) Ziemia jest planetą.

(4) Księżyc jest naturalnym satelitą Ziemi.

Czy zdania (1) — (4) są prawdziwe, czy fałszywe? Otóż prawdziwość tych zdań zależy od sposobu rozumienia słowa „jest". Łatwo sprawdzić, że przy rozumieniu słowa „jest" w sensie (ε_1) każde ze zdań (1) — (4) jest prawdziwe, przy rozumieniu słowa „jest" w sensie (ε_2) prawdziwe są już tylko zdania (2) — (4), przy rozumieniu wyrazu „jest" w sensie (ε_3) prawdziwe są wszystkie te zdania z wyjątkiem (2), przy rozumieniu zaś słowa „jest" w sensie (ε) prawdziwe są jedynie zdania (3) i (4).

Wprowadzimy teraz definicje symboli „ob" i „ob_2". Wyrażenia „$\mathrm{ob}(x)$" i „$\mathrm{ob}_2(x)$" czytamy: x jest przedmiotem. Definicja przedmiotu jest następująca:

(Df4) $\mathrm{ob}(x) \equiv \bigvee y\,(x\,\varepsilon\,y)$

$\mathrm{ob}_2(x) \equiv \bigvee y\,(x\,\varepsilon_2\,y)$

Zatem x jest przedmiotem ztw istnieje y takie, że x jest y. Definicje symboli „ex", „ex_2", „ob" i „ob_2" wydają się odpowiadać potocznemu rozumieniu terminów „istnieje" i „przedmiot". Można je mianowicie wysłowić tak: istnieje x ztw coś jest x-em, x jest przedmiotem ztw x jest czymś.

Łatwo zauważyć, że z definicji przedmiotu (Df4) i twierdzenia (T1) ((T1_2)) wynikają następujące tezy:

$\mathrm{ob}(x) \equiv \bigvee y\, (\mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x) \wedge xay)$

$\mathrm{ob}_2(x) \equiv \bigvee y\, (\mathrm{ex}_2(x) \wedge xa_2y)$

Stąd i z praw rachunku kwantyfikatorów wynikają odpowiednio:

(T2) $\mathrm{ob}(x) \equiv \mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x) \wedge \bigvee y\, (xay)$

(T2_2) $\mathrm{ob}_2(x) \equiv \mathrm{ex}_2(x) \wedge \bigvee y\, (xa_2y)$

Z prawa rachunku zdań: $p \rightarrow p$ i definicji (Df3) wynika, że xax i xa_2x. Stąd i z praw rachunku kwantyfikatorów wynikają odpowiednio tezy:

$\bigvee y\, (xay)$

i

$\bigvee y\, (xa_2y)$.

Te dwa ostatnie wyrażenia, jako tautologie, można opuścić w twierdzeniach (T2) i (T2_2). Stąd otrzymujemy odpowiednio:

$\mathrm{ob}(x) \equiv \mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x)$

$\mathrm{ob}_2(x) \equiv \mathrm{ex}_2(x)$

Z tych ostatnich twierdzeń otrzymujemy natychmiast:

$\mathrm{ob}(x) \rightarrow \mathrm{ex}(x)$

oraz

$\mathrm{ob}_2(x) \rightarrow \mathrm{ex2}(x)$.

Twierdzenia te głoszą, że jeśli x jest przedmiotem, to x istnieje.

Analogicznie do pojęć istnienia i przedmiotu zdefiniujemy teraz pojęcia bytowania i bytu.

(Df5) $\mathrm{e}_1(x) \equiv \bigvee y\, (y\, \varepsilon_1\, x)$
$\mathrm{e}_3(x) \equiv \bigvee y\, (y\, \varepsilon_3 x)$

(Df6) $\mathrm{ob}_1(x) \equiv \bigvee y\, (x\, \varepsilon_1\, y)$
$\mathrm{ob}_3(x) \equiv \bigvee y\, (x\, \varepsilon_3\, y)$

Definicję (Df5) można odczytać w następujący sposób: x bytuje ztw coś jest (w sensie (ε_1) lub w sensie (ε_3)) x-em, definicję (Df6) zaś czytamy: x jest bytem ztw x jest (w sensie (ε_1) lub w sensie (ε_3)) czymś.

Z aksjomatu (ε_1) i prawa rachunku zdań $p \rightarrow p$ natychmiast wynika następujące twierdzenie:

(T3_1) $x\, \varepsilon_1\, x$.

Z kolei z aksjomatów (ε_1), (ε_2), (ε_3) i definicji (Df1) wynikają odpowiednio następujące równoważności:

(T3_2) $x\, \varepsilon_2\, x \equiv \mathrm{ex}_2(x)$

(T3_3) $x\, \varepsilon_3\, x \equiv \mathrm{sol}_3(x)$

(T3) $x\, \varepsilon\, x \equiv \mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x)$

Z powyższych rozważań wynika, iż zdanie o postaci: „x jest x" nie przy każdym rozumieniu słowa „jest" jest prawdziwe. Rozważmy następujące zdania:

(z_1) Kwadratowe koło jest kwadratowym kołem.

(z_2) Planeta jest planetą.

(z_3) Ziemia jest Ziemią.

Każde z tych zdań jest prawdziwe przy rozumieniu słowa „jest" w sensie (ε_1). Przy rozumieniu słowa „jest" w sensie (ε_2) prawdziwe są tylko zdania (z_2) i (z_3). Przy rozumieniu tego wyrazu w sensie (ε_3) prawdziwe są wyłącznie zdania (z_1) i (z_3). Przy rozumieniu zaś tego wyrazu w sensie ontologii Leśniewskiego, tj. w sensie (ε), prawdziwe jest już tylko zdanie (z_3).

Z defninicji bytu (Df6) i twierdzenia ($T1_3$) wynika następująca teza:

$ob_3(x) \equiv \bigvee y\ (xa_3y) \wedge sol_3(x)$

Stąd i z praw rachunku kwantyfikatorów wynika, że:

$ob_3(x) \equiv \bigvee y\ (xa_3y) \wedge sol_3(x)$

Stąd i z twierdzenia ($T3_3$) wynika, iż:

$ob_3(x) \equiv \bigvee y\ (xa_3y) \wedge x\, \varepsilon_3\, x$

Stąd i z tego, że $\bigvee y\ (xa_3y)$ jest tautologią, wynika, że:

$ob_3(x) \equiv x\, \varepsilon_3\, x$

Stąd i z twierdzenia $x\, \varepsilon_3\, x \rightarrow \bigvee y\ (y\, \varepsilon_3\, x)$ oraz definicji (Df5) wynika, iż:

($T4_3$) $ob_3(x) \rightarrow ex_3(x)$

Z twierdzenia ($T3_1$) wynika, że tezą jest:

$\bigvee y\ (y\, \varepsilon_1\, x)$

Stąd wynika, że:

$ob_1(x) \rightarrow \bigvee y\ (y\, \varepsilon_1\, x)$

Stąd i z definicji (Df5) wynika

($T4_1$) $ob_1(x) \rightarrow ex_1(x)$

Twierdzenia ($T4_1$) i ($T4_2$) odczytać można tak: jeśli x jest bytem, to x bytuje.

Nie są to bynajmniej wszystkie znaczenia wyrazu „istnieje". Wspomnijmy jeszcze tylko o niektórych z nich. Zdaniem G. Berkeleya istnieć to tyle, co być postrzeganym. T. Kotarbiński w [3] wskazuje na dwa znaczenia tego terminu. W pierwszym znaczeniu „istnieć" to tyle co „być teraźniejszym. W drugim — „x istnieje" znaczy tyle co „sąd stwierdzający x-a jest prawdziwy". Z kolei J. Salamucha w artykule [11] wyróżnia następujące sensy istnienia:

(1) x istnieje (w sensie rzeczywistym) ztw x jest przedmiotem rzeczywistym;

(2) x istnieje (w sensie matematyczno-logicznym) ztw x jest wprowadzone przez odpowiednią definicję i x jest niesprzeczne;

(3) x istnieje (w sensie fizycznym) ztw x ma wszystkie cechy, charakteryzujące każdy przedmiot fizyczny.

(4) x istnieje (w sensie kwantyfikatorowym) ztw x jest związane przez mały kwantyfikator, któremu przypisuje się znaczenie egzystencjalne.

Bardzo trafna — wydaje się — następująca uwaga Salamuchy na temat kwantyfikatorowego sensu istnienia: „Oczywiście to znaczenie egzystencjalne małego kwantyfikatora tak się mieni znaczeniowo, jak się mieni znaczeniowo pojęcie istnienia; dopiero kontekst dokładnie precyzuje, o jakie istnienie w danym wypadku chodzi".

4. Identyczność

Wieloznaczny jest nie tylko termin „istnieje". Wieloznaczny jest także zwrot „jest identyczny z" („jest tym samym co") Zwrot ten można rozumieć na co najmniej cztery następujące sposoby:

$(=_1)\ (x =_1 y) \equiv (x\, \varepsilon_1\, y \wedge y\, \varepsilon_1\, x)$

$(=_2)\ (x =_2 y) \equiv (x\, \varepsilon_2\, y \wedge y\, \varepsilon_2\, x)$

$(=_3)\ (x =_3 y) \equiv (x\, \varepsilon_3\, y \wedge y\, \varepsilon_3\, x)$

$(=_4)\ (x =_4 y) \equiv (x\, \varepsilon\, y \wedge y\, \varepsilon\, x)$

$(=_4)$ jest definicją identyczności przyjmowaną w ontologii Leśniewskiego. Relację $=_4$ można by więc nazwać „identycznością w sensie Leśniewskiego" . Relacje zaś $=_1$, $=_2$, $=_3$ nazywamy „identycznościami w sensie Kubińskiego".

Weźmy tym razem pod uwagę następujące trzy zdania:

(a) Kwadratowe koło jest tym samym, co kwadratowe koło.

(b) Trójkąt jest tym samym, co trójbok.

(c) Księżyc jest tym samym, co naturalny satelita Ziemi.

Łatwo sprawdzić, że przy pierwszym sposobie rozumienia identyczności $(=_1)$ zdania (a), (b) i (c) są prawdziwe. Przy drugim — $(=_2)$ — zdania (b) i (c) są prawdziwe, natomiast zdanie (a) jest fałszywe. Przy trzecim — $(=_3)$ — zdania (a) i (c) są prawdziwe, zaś (b) — fałszywe. Przy czwartym — $(=_4)$ — prawdziwe jest tylko zdanie (c), natomiast zdania (a) i (b) są fałszywe.

Bardzo bliska znaczeniowo relacji $=_1$ jest identyczność (równość) zachodząca między zbiorami. Tę identyczność definiuje się w języku teorii zbiorów w następujący sposób:

$(z_1 =_z z_2) \equiv \bigwedge z_3\, (z_3 \in z_1 \equiv z_3 \in z_2)$

Dwa zbiory są więc identyczne (równe), gdy mają dokładnie te same elementy.

Podamy teraz dwie definicje tzw. identyczności absolutnej. Pierwszą z tych definicji sformułujemy w języku **JC** wzbogaconym o stałą $=_a$, zaś drugą — w języku rachunku kwantyfikatorów drugiego rzędu. Tę drugą definicję jako pierwszy podał Ch.S. Peirce w 1885 r. Stała się ona znana po zamieszczeniu jej w *Principia Mathematica* A.N. Whiteheada i B. Russella.

$(x_1 =_a x_2) \equiv \bigwedge c_1\, (c_1 P x_1 \equiv c_1 P x_2)$

$(x = y) \equiv \bigwedge A\, (A(x) \equiv A(y))$

Obie te identyczności są różnymi formalizacjami pojęcia identyczności w sensie Leibniza. G.W. Leibniz bowiem za identyczne przedmioty uważał te, które mają dokładnie te same własności.

W języku rachunku kwantyfikatorów drugiego rzędu identyczność daje się więc zdefiniować. Natomiast w języku rachunku kwantyfikatorów pierwszego rzędu identyczność jest pojęciem pierwotnym. Charakteryzuje się je zwykle przez przyjęcie aksjomatu

(a) $x = x$

oraz tzw. reguły ekstensjonalności dla identyczności o schemacie:

$$\frac{\begin{array}{l} x = y \\ A \end{array}}{A(x/y)}$$

gdzie $A(x)$ jest wyrażeniem, które powstaje z A przez zastąpienie zmiennej wolnej x nie będącej w zasięgu kwantyfikatora wiążącego zmienną y przez zmienną y.

Czasem zamiast reguł ekstensjonalności przyjmuje się aksjomat ekstensjonalności o schemacie:

(b) Jeśli A jest dowolnym wyrażeniem, w którym występuje zmienna x, a B powstaje z A przez zamianę w co najmniej jednym miejscu zmiennej wolnej x na zmienną y, przy czym po tej zamianie zmienna y nie staje się nigdzie związana, to aksjomatem jest wyrażenie: $x = y \rightarrow (A \equiv B)$.

Schemat (b) jest oczywiście schematem przeliczalnie wielu aksjomatów. Zwróćmy jednak uwagę na to, że w klasycznym rachunku kwantyfikatorów za zmienne indywiduowe podstawiać można jedynie nazwy niepuste.

A oto niektóre własności zdefiniowanych powyżej identyczności:

(1) $x = x$.

Identyczność logiczna jest więc relacją zwrotną. Zwrotne są także relacje $=_1$, $=_a$, i $=_z$.

Natomiast relacje $=_2$, $=_3$ i $=_4$ zwrotne nie są. Zachodzą następujące nieco słabsze związki:

(2) $(x =_2 x \equiv \mathrm{ex}_2(x)$

(3) $(x =_3 x) \equiv \mathrm{sol}_3(x)$

(4) $(x =_4 x) \equiv (\mathrm{ex}(x) \wedge \mathrm{sol}(x))$

Związki (2), (3) i (4) wynikają odpowiednio z twierdzeń ($T3_2$), ($T3_3$), (T3) i definicji ($=_2$), ($=_3$) i ($=_4$).

Następujące wyrażenia są tezami klasycznego rachunku kwantyfikatorów z identycznością:

(5) $(x = y) \rightarrow (y = x)$

(6) $(x = y) \wedge (y = z) \rightarrow (x = z)$

Identyczność logiczna jest więc relacją symetryczną i przechodnią. Relacjami symetrycznymi i przechodnimi są też identyczności $=_1$, $=_2$, $=_3$, $=_4$, $=_a$ i $=_z$.

Czasem jednak identyczność nie jest rozumiana jak powyżej, tj. jako relacja zachodząca między przedmiotami bądź bytami, ale jako relacja zachodząca między sytuacjami. W ten ostatni sposób rozumie się identyczność w tzw. logice niefregowskiej. Logika niefregowska omówiona jest m.in. w [6].

Logika niefregowska jest pewnym uogólnieniem logiki klasycznej. W szczególności niefregowski rachunek zdań jest uogólnieniem klasycznego rachunku zdań. Alfabet języka niefregowskiego rachunku zdań powstaje przez dodanie do alfabetu języka klasycznego rachunku zdań nieprawdziwościowego spójnika identyczności oznaczonego tu symbolem $=_s$. Owa identyczność, zachodząca między sytuacjami, charakteryzowana jest w niefregowskim rachunku zdań przez następujące schematy aksjomatów:

(NF1) $A =_s A$

(NF2) $(A =_s B) \rightarrow (\sim A =_s \sim B)$

(NF3) $[(A =_s B) \wedge (C =_s B)] \rightarrow [(A \circ C) =_s (B \circ D)]$

gdzie o jest jednym z funktorów: $\vee, \wedge, \rightarrow, \equiv$.

(NF4) $(A =_s B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Aksjomaty (NF1) — (NF3) stwierdzają jakie zdania opisują te same (identyczne) sytuacje. I tak: każde zdanie opisuje tę samą sytuację, co ono samo (NF1). Jeśli zdania A i B opisują tę samą sytuację, to i ich negacje opisują tę samą sytuację (NF2). Jeśli zdania A i B opisują tę samą sytuację oraz zdania C i D opisują tę samą sytuację, to zdanie $A \vee C$ ($A \wedge C$, $A \rightarrow B$, $A \equiv C$) opisuje tę samą sytuację, co zdanie $B \vee D$ ($B \wedge D$, $B \rightarrow D$, $B \equiv D$) (NF3). Aksjomat (NF4) stwierdza zaś zachodzenie implikacji $A \rightarrow B$, jeśli zdania A i B opisują tę samą sytuację.

5. Modele systemu *C* i aksjomatów (ε_1), (ε_2), (ε_3) i (ε)

Podamy teraz modele dla systemu C i aksjomatów (ε_1), (ε_2), (ε_3) i (ε). Modele te pochodzą od Kubińskiego.

Niech α będzie algebrą Boole'a. Niech $|\alpha|$ będzie dziedziną tej algebry. Podzbiór β zbioru $|\alpha|$ nazywa się *ultrafiltrem* algebry α ztw

(1) $1 \in \beta$

(2).dla wszelkich $a, b \in |\alpha|$: $a \in \beta$ oraz $b \in \beta$ ztw $a \cap b \in \beta$

(3) dla dowolnego $a \in |\alpha|$: $a \in \beta$ ztw $-a \notin \beta$

„Algebrą normalną" nazywa się atomową algebrę Boole'a mającą co najmniej cztery elementy.

Niech A będzie klasą niepustą parami rozłącznych algebr normalnych, a $S(A)$ — sumą dziedzin wszystkich algebr należących do owej klasy A. Niech Z będzie dowolnym zbiorem. Niech $S = S(A) \cup Z$. Niech F będzie funkcją dwóch zmiennych, która każdemu x ze zbioru S oraz każdej algebrze α z klasy algebr A przyporządkowuje pewien ultrafiltr algebry α.

Czwórkę uporządkowaną $\langle A, S, Z, F\rangle$ nazywa się „układem normalnym".

Niech α będzie ustalonym elementem klasy algebr A takim, że $\alpha = \langle |\alpha|, \overline{0}, \overline{1}, \bullet, +, ' \rangle$, gdzie $|\alpha|$ jest dziedziną algebry α, $\overline{0}$ i $\overline{1}$ są odpowiednio zerem i jednością tej algebry, a $\bullet$, $+$ i $'$ są działaniami tej algebry, odpowiednio: mnożeniem, dodawaniem i dopełnieniem.

„Warstwą układu normalnego $\langle A, S, Z, F \rangle$" nazywa się każdą czwórkę uporządkowaną o postaci: $w = \langle \alpha, |\alpha|, Z, G \rangle$, gdzie $G(x) = F(x\alpha)$, dla dowolnego x ze zbioru $|\alpha| \cup Z$.

Stałe języka **JC**: **0**, **1**, -, $\cup$, $\cap$ P są interpretowane odpowiednio jako: zero i jedność algebry Boole'a, działania tej algebry: dopełnienie, suma i iloczyn oraz relacja bycia elementem ($\in$).

Funkcję v przekształcającą zbiór zmiennych reprezentujących cechy w zbiór $|\alpha|$, a zbiór zmiennych reprezentujących dowolne przedmioty — w zbiór $|\alpha| \cup Z$ nazywa się „wartościowaniem w warstwie w".

Warunek wyjściowy indukcyjnej definicji spełniania wyrażeń języka **JC** w warstwie układu normalnego w, przy wartościowaniu v i powyższej interpretacji jest następujący:

$w \models bPx_1\,[v]$ ztw $v(b) \in G(v(x_1))$

gdzie b jest metajęzykową zmienną reprezentującą wielomiany Booleowskie, zaś wyrażenie $w \models \phi[v]$ czytamy: formuła ϕ jest spełniona w warstwie w przez wartościowanie v.

Definicja wyrażenia prawdziwego w warstwie w (symbolicznie: $w \models \phi$) jest następująca:

$w \models \phi$ ztw $w \models \phi[v]$ dla dowolnego wartościowania v w warstwie w.

Natomiast wyrażenie ϕ jest prawdziwe w układzie normalnym ztw w ϕ, dla dowolnej warstwy w układu normalnego.

Układ U jest modelem zbioru formuł A ztw każda z formuł zbioru A jest prawdziwa w U. W pracy [12] pokazano, że układ normalny $U = \langle A, S, Z, F \rangle$ jest modelem zbioru formuł {C1, C2, C3}.

Niech A będzie dowolnym niepustym zbiorem. Niech P(A) będzie rodziną wszystkich podzbiorów zbioru A. Niech r_1 (r_3) będzie relacją inkluzji (relacją identyczności) w rodzinie zbiorów P(A). Niech r_2 (r_4) będzie relacją określoną następująco: dla wszelkich B i C zawartych w A: Br_2C ztw B jest zawarte w C oraz B jest zbiorem niepustym (Br_4C ztw B jest zawarte w C oraz B jest singletonem (zbiorem jednoelementowym).

Łatwo można sprawdzić, że aksjomat (ε_1) ((ε_2), (ε_3), (ε)) jest prawdziwy w każdej strukturze $\langle$P(A), $r_1\rangle$ ($\langle$P(A), $r_2\rangle$, $\langle$P(A), $r_3\rangle$, $\langle$P(A), $r_4\rangle$) przy rozumieniu orzecznika dwuargumentowego ε_1 (ε_2, ε_3, e) jako relacji r_1 (r_2, r_3, r_4).

Powyższe modele systemu C i aksjomatów (ε_1), (ε_2), (ε_3) i (e) dowodzą niesprzeczności zarówno teorii cech C, jak i ontologii Kubińskiego oraz Leśniewskiego

6. Wnioski filozoficzne

Na zakończenie chcielibyśmy sformułować kilka filozoficznych wniosków, które wydają się płynąć z powyższych rozważań.

Niektórzy filozofowie sądzą, że „jeden jest tylko sens istnienia". Twierdzimy co innego. Sądzimy mianowicie, że termin „istnieje" jest wieloznaczny.

Filozofowie od dawna spierają się o to, czy istnienie jest własnością czy relacją. Uzasadniony wydaje się pogląd, że przy pewnych swych znaczeniach istnienie jest własnością, przy innych — relacją. Łatwo bowiem zauważyć, że w niektórych zdaniach termin „istnieje" pełni rolę orzecznika (predykatu) jednoargumentowego i oznacza wtedy własność (cechę), w innych zdaniach występuje w charakterze predykatu dwuargumentowego i oznacza relację dwuczłonową.

Niektórzy filozofowie uważają, że pojęcie istnienia jest pojęciem pierwotnym, niedefiniowalnym za pomocą innych bardziej elementarnych pojęć. Pojęcie istnienia zdefiniowaliśmy powyżej za pomocą pojęć cechy i przysługiwania. Mamy zatem prawo twierdzić, że pojęcie istnienia daje się zdefiniować. Co więcej daje się zdefiniować na kilka różnych sposobów.

Niektórzy filozofowie uważają, że przedmioty istnieją „na różne sposoby". Twierdzą mianowicie, że inaczej istnieją np. ludzie, zwierzęta, rośliny, a inaczej istnieją np. klasy ludzi, własności tych ludzi, czy relacje zachodzące między owymi ludźmi. Wydaje się, że istotnie inna jest ontologiczna natura takich przedmiotów, jak kamienie, gwiazdy, czy drzewa, a inna takich bytów, jak zbiory, własności, czy relacje. Drzewa, kamienie powstają gdzieś i kiedyś, gdzieś egzystują, a później gdzieś i w pewnym momencie przestają istnieć; natomiast zbiorom trudno jest przyporządkować ich miejsce w czasoprzestrzeni. Drzewa i kamienie są widoczne, można je dotknąć, podczas gdy zbiory nie są zmysłowo poznawalne. Wydaje się zatem, że drzewa istnieją inaczej niż klasa drzew. Drzewa egzystują, a klasa drzew bytuje. Czym innym jest więc egzystowanie, a czym innym bytowanie. Zgadzamy się zatem w tej sprawie z J.J. Jadackim, który w [2] twierdzi, że „co innego znaczy istnieć, a co innego być".

W.O. Quine i M. Przełęcki uważają, że „istnieć, to tyle, co być wartością zmiennej wiązanej przez kwantyfikator egzystencjalny". Z takiego sposobu rozumienia istnienia wynika, zdaniem tych uczonych, jeden «sposób» istnienia, mianowicie ów «kwantyfikatorowy». Z tego wyprowadzają oni wniosek, że nie ma różnych sposobów istnienia, w szczególności tzw. istnienia realnego i idealnego. Nie odróżniają więc oni egzystowania od bytowania. Zbiory ich zdaniem istnieją tak samo, jak np. drzewa. Nawet jeśli prawdą jest, że sens istnienia „wyrażony jest przez kwantyfikator szczegółowy", to powyższa konkluzja o „takim samym istnieniu" kamieni i zbiorów nie wydaje się uprawniona. Można stąd wyprowadzić jedynie wniosek, że w teoriach opartych na logice klasycznej kwantyfikator szczegółowy może wiązać zmienne reprezentujące nie tylko przedmioty realnie istniejące (egzystujące), ale także takie byty, jak zbiory, cechy, relacje, które tylko bytują, lecz nie egzystują.

Z pojęciem istnienia (bytu) związana jest stara platońska trudność dotycząca sprzeczności między bytem i niebytem, a więc tym wszystkim, czego nie ma, co nie istnieje.

Po wnikliwej dyskusji na temat bytu i niebytu jeden z rozmówców *Sofisty* dochodzi do paradoksalnej, jak się dość powszechnie sądzi, konkluzji: „z jednej strony to, co nie istnieje, istnieje jednak jakoś, i [...] to, co istnieje — jednak w pewnym sposobie nie istnieje".

Ta słynna teza, jak twierdzą niektórzy „wewnętrznie sprzeczna", wydaje się jednak prawdziwa. Pod warunkiem wszakże, że odróżnimy w niej starannie różne pojęcia istnienia: „istnienie" w sensie egzystowania od „istnienia" w sensie bytowania. Powyższa teza jest prawdziwa, gdy będziemy ją rozumieć w następujący sposób: to, co nie egzystuje, bytuje, to zaś, co egzystuje, nie bytuje. Nie wydaje się to takie niedorzeczne. Twierdzimy zatem, że:

(1) Istnieje coś, co nie istnieje (dokładniej: egzystuje coś, co nie bytuje, oraz bytuje coś, co nie egzystuje)

(2) nie istnieje coś, co istnieje (dokładniej: nie egzystuje coś, co bytuje, oraz nie bytuje coś, co egzystuje).

Światy bytów, które tylko bytują, i przedmiotów, które tylko egzystują, są zatem rozłączne i oba niepuste.

Wcześniejsze rozważania uzasadniają też następujące twierdzenie. Prawdziwość zdania o postaci „*x* jest *y*" przy pewnych znaczeniach słowa „jest" zakłada, a przy pewnych — nie, to, iż za *x* podstawiono nazwę niepustą, tzn. nazwę istniejącego (rzeczywistego) przedmiotu. Znaczy to, że bywają prawdziwe zdania o postaci „*x* jest *y*" dotyczące nieistniejących (rzeczywiście) przedmiotów. Przy pewnych znaczeniach słowa „jest" prawdziwe jest np. wyrażenie „Niebyt jest bytem".

Czasem sądzi się, że każde wyrażenie o postaci „*x* jest *x*" jest prawdziwe. Otóż jest tak tylko przy niektórych znaczeniach słowa „jest". Przy pewnych znaczeniach tego wyrazu prawdziwe jest np. wyrażenie „Niebyt jest niebytem". Przy innych znaczeniach tego wyrazu zdania tej postaci są fałszywe. Zatem wyrażenie postaci „*x* jest *x*" nie jest tautologią. Z podobnych względów nie jest tautologią wyrażenie o postaci „*x* jest identyczne z *x*", co, trzeba przyznać, jest chyba niepożądaną konsekwencją takiego rozumienia identyczności.

I ostatnia już uwaga. Nie próbujemy rozstrzygnąć problemu, co egzystuje, a co bytuje. Twierdzimy tylko, że czym innym jest bytowanie, a czym innym — egzystowanie. Twierdzimy też, że egzystują np. ludzie i zwierzęta, zaś zbiory, cechy i relacje — bytują. Co jeszcze istnieje (egzystuje), a co bytuje? Za Quinem powtarzamy: „Istnieje to, co istnieje" i parafrazując to powiedzenie twierdzimy też, że bytuje to, co bytuje.

Literatura cytowana

[1] K. Ajdukiewicz, „W sprawie pojęcia istnienia. Kilka uwag w związku z zagadnieniem idealizmu", [w:] *Język i poznanie*, t. 2, PWN, Warszawa 1968.

[2] J.J. Jadacki, „*Spiritus metaphysicae in corpore logicorum* czyli o dziedzinie przedmiotowej języka i starej zagadce bytu", *Studia Filozoficzne* 1980 nr 9, s. 111-140.

[3] T. Kotarbiński, „Zagadnienie istnienia przyszłości", *Przegląd Filozoficzny*, 1913, z. 1, s. 74-92.

[4] T. Kubiński, „Słów kilka o kilku znaczeniach słowa „istnieje"", *Ruch Filozoficzny*, tom XLII (1985), nr 3-4, s. 211-214.

[5] A. Mostowski, *Logika matematyczna*, Warszawa - Wrocław 1948.

[6] M. Omyła, *Zarys logiki niefregowskiej*, PWN, Warszawa 1986.

[7] Platon, *Sofista. Polityk*, PWN, Warszawa 1956.

[8] M. Przełęcki, „O tym, czego nie ma (na marginesie *Sofisty* Platona)", *Studia Filozoficzne* 1979, nr 10, s. 13-21.

[9] M. Przełęcki, „Nie ma tego, co nie istnieje", *Studia Filozoficzne*, 1980, nr 9, s. 141-148.

[10] W. v. O. Quine, „O tym, co istnieje", [w:] tenże, *Z punktu widzenia logiki. Eseje logiczno-filozoficzne*, PWN, Warszawa 1968.

[11] J. Salamucha, „Dowód *ex motu* na istnienie Boga. Analiza logiczna argumentacji św. Tomasza z Akwinu", *Collectanea Theologica*, 1934, s. 1, Lwów, s. 53-92.

[12] E. Żabski, „Cecha i istnienie. Formalizacja fragmentu ontologii", *Acta Universitatis Wratislaviensis (Logica 13)* 1988, s. 93-101.