Filozofia Nauki (*The Philosophy of Science*)
ISSN 1230-6894 e-ISSN 2657-5868
2020, vol. 28(3) [111]: 99-109
DOI: 10.14394/filnau.2020.0017

MIECZYSŁAW OMYŁA*

AKSJOMAT FREGEGO

Abstract

THE FREGEAN AXIOM

This paper discusses the semantic assumption that Roman Suszko called "the Fregean Axiom." According to the Fregean Axiom, a logical sentence is a name of its logical value, which means that all true sentences are names of one and the same object called "Truth," and — by analogy — all false sentences are names of one and the same object called "False." The Fregean Axiom is at odds with the common-sense intuition. Usually, we think that a sentence is not a name but an expression that states that a certain state of affairs occurs. The article analyzes the presuppositions underlying the axiom. The second part of the text discusses the consequences of either adoption or rejection of the axiom.

Keywords: Gottlob Frege, Fregean Axiom, truth-value, semantic correlate, identity connective

Gottlob Frege (1848-1925) jest uważany za największego logika po Arystotelesie. Jest tak między innymi dlatego, że skierował logikę na matematyczne tory, a w szczególności wprowadził do logiki pojęcie funkcji zdaniowej, kwantyfikatory oraz pojęcie wartości logicznej zdania. Jako pierwszy podał też aksjomatyczne ujęcie klasycznego rachunku zdań. Ponadto zerwał z tradycyjną analizą logiczną, zgodnie z którą zdanie składa się z podmiotu i orzeczenia, i zastąpił ją — aktualną do dzisiaj — analizą syntaktyczną polegającą na wyróżnianiu w zdaniu funktorów i ich argumentów.

W zakresie semantyki Frege odróżniał sens wyrażenia (*Sinn*) od jego denotacji (*Bedeutung*). Sensem wyrażenia jest sposób rozumienia tego wyrażenia, a denotacją wyrażenia jest to, do czego dane wyrażenie się odnosi. Frege uważał, że każde poprawnie zbudowane wyrażenie języka naturalnego ma

* Wydział Prawa i Administracji, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego, ul. Wóycickiego 1/3, 01-938 Warszawa, e-mail: m.omyla@uw.edu.pl, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4732-7601.

pewien wyznaczony przez język sens. Natomiast nie każde poprawnie zbudowane wyrażenie do czegoś się odnosi. Na przykład wyrażenia „kwiat paproci" i „największa liczba naturalna" mają sens, ale nie mają desygnatów.

W przypadku gdy wyrażeniem jest zdanie oznajmujące pewnego języka *J*, jego sensem jest myśl wyrażona w tym zdaniu. Natomiast nie każde zdanie oznajmujące ma odniesienie przedmiotowe, czyli denotację. W szczególności zdania, w których występują nazwy puste, według Fregego nie mają denotacji.

Frege uważał, że tylko te zdania mają denotację, które odnoszą się do rzeczywistości i są przez to prawdziwe bądź fałszywe, czyli są zdaniami w sensie logicznym. Można uznać, że jeżeli dowolne zdanie ma wartość logiczną, to w rzeczywistości jest coś, co czyni to zdanie prawdziwym lub fałszywym, i to coś będziemy za Bogusławem Wolniewiczem nazywać jego korelatem semantycznym. Zgodnie z ustaleniami tutaj poczynionymi terminów „odniesienie przedmiotowe zdania", „denotacja zdania" oraz „korelat semantyczny zdania" używamy zamiennie.

1. SEMANTYCZNA WERSJA AKSJOMATU FREGEGO

Aby ustalić związki między korelatem semantycznym zdania a jego wartością logiczną, przyjmujemy następujące notacje i oznaczenia:

J — dowolny ustalony język,

S — zbiór wszystkich zdań języka *J*.

Literami: φ, ξ, ψ, ζ, ..., Γ, Φ, Π, ... oznaczamy dowolne wyrażenia posiadające korelaty semantyczne, a literami: α, β, γ, ... oznaczamy dowolne zdania w sensie logicznym.

$\Gamma[\varphi/\psi]$ oznacza formułę powstałą przez zastąpienie w formule złożonej Γ wyrażenia φ przez ψ.

Symbole: $\neg$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ są klasycznymi spójnikami negacji, implikacji i równoważności, a $\forall$, $\exists$ to kwantyfikator ogólny i egzystencjalny.

Symbol: $X \vdash \alpha$ oznacza, że ze zbioru formuł X logicznie wyprowadzalna jest formuła α.

Niech *k* oznacza funkcję przyporządkowującą wyrażeniom ich korelaty semantyczne.

Oznaczenia i terminologia tutaj przyjęta należy do metajęzyka semantycznego *MJ* języka *J*.

W językach logicznie doskonałych oprócz wyrażeń o charakterze czysto syntaktycznym, takich jak przecinki, nawiasy i kropki, występują wyrażenia, które odgrywają ściśle określone role semantyczne i mają swoje korelaty semantyczne. Według Fregego język jest logicznie doskonały, gdy każde poprawnie zbudowane wyrażenie tego języka ma ściśle określony sens, który wyznacza jednoznacznie odniesienie przedmiotowe danego wyrażenia, czyli jego korelat semantyczny.

Korelatem semantycznym $k(\varphi)$ wyrażenia φ jest element sfery obiektywnej, który jest dany przez wyrażenie φ. Na przykład korelatem semantycznym nazwy indywiduowej jest jej desygnat, korelatem predykatu jednoargumentowego jest odpowiedni zbiór elementów, korelatem predykatu n-argumentowego jest n-argumentowa relacja.

Poglądy semantyczne Fregego ujmujemy w następujące zasady semantyczne:

> ZASADA DWUWARTOŚCIOWOŚCI LOGICZNEJ (Z2)
>
> Każde zdanie w sensie logicznym jest wyrażeniem prawdziwym lub fałszywym i tylko takie wyrażenia są zdaniami w sensie logicznym, co symbolicznie zapisujemy:

$$v : S \to \{0,1\}$$

Znaczy to, że v jest funkcją, która każdemu zdaniu prawdziwemu przyporządkowuje wartość 1, a każdemu zdaniu fałszywemu przypisuje wartość 0.

Znaki „0” i „1” traktujemy zwykle w logice jak rzeczowniki i „0” nazywamy fałszem, a „1” — prawdą. Tutaj oznaczenia „0” i „1” odgrywają jedynie pomocniczą rolę; nie postulujemy w tym miejscu istnienia takich bytów jak Prawda i Fałsz. Można uznać, że v jest funkcją charakterystyczną zbioru zdań prawdziwych języka J. Zasada Z2 dzieli zbiór zdań w sensie logicznym na dwa podzbiory: zbiór zdań prawdziwych i zbiór zdań fałszywych. Podział ten Suszko nazwał podziałem fundamentalnym (Suszko 1957).

> ZASADA KORELACJI DLA ZDAŃ (ZK)
>
> Każdemu zdaniu α w sensie logicznym odpowiada w rzeczywistości, do której język się odnosi, pewien korelat semantyczny $k(\alpha)$, który czyni to zdanie prawdziwym lub fałszywym.

Zakładamy tutaj, że język J jest tworem dobudowanym do pewnej rzeczywistości, czyli do pewnego fragmentu świata realnego i każdemu zdaniu rozważanego języka odpowiada pewien element, aspekt bądź fragment rzeczywistości, zwany jego korelatem semantycznym, dzięki któremu zdanie ma wartość logiczną.

W swojej semantyce Frege odwołuje się do Leibniza. Leibniz chciał bowiem myślenie zastąpić rachunkiem i w tym celu wprowadził pewne kryterium określające, kiedy dwa wyrażenia odnoszą się do tego samego obiektu. Kryterium to znane jest jako zasada identyczności nieodróżnialnych. Frege w pracy *Sens i znaczenie* przytacza słynne słowa Leibniza: „Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate” (Frege 1977b: 72), co parafrazujemy jako „identyczne korelaty mają te i tylko te wyrażenia, które można zastąpić jedno drugim bez zmiany prawdziwości”. Kryterium to łączy identyczność korelatów semantycznych wyrażeń z wartością logiczną kontekstów zdaniowych, w których te wyrażenia występują.

ZASADA LEIBNIZA (ZL)

Dowolne dwa wyrażenia: φ, ψ mają różne korelaty semantyczne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje kontekst zdaniowy γ, który różnicuje te wyrażenia pod względem wartości logicznej, co symbolicznie zapisujemy:

$$k(\varphi) \neq k(\psi) \leftrightarrow \exists\gamma(\upsilon(\gamma) \neq \upsilon(\gamma[\varphi/\psi])).$$

Możemy to w sposób równoważny zapisać:

$$k(\varphi) = k(\psi) \leftrightarrow \forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\varphi/\psi])).$$

Zasada Leibniza jest równoważnością, czyli koniunkcją dwóch implikacji, którymi są: zasada ekstensjonalności (ZE) i zasada zróżnicowania kontekstowego (ZZK):

ZASADA EKSTENSJONALNOŚCI (ZE)

Jeżeli w dowolnym zdaniu γ zastąpimy pewne wyrażenie składowe φ innym wyrażeniem ψ, ale o tym samym korelacie semantycznym, to wartość logiczna zdania się nie zmieni, co możemy symbolicznie zapisać:

$$k(\varphi) = k(\psi) \rightarrow \forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\varphi/\psi])).$$

ZASADA ZRÓŻNICOWANIA KONTEKSTOWEGO (ZZK)

Jeżeli dowolne wyrażenia: φ, ψ są wzajemnie zastępowalne w każdym zdaniu danego języka *J* bez zmiany wartości logicznej tego zdania, to wyrażenia te mają ten sam korelat semantyczny. Zapisujemy to za pomocą następującego wzoru:

$$\forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\varphi/\psi])) \rightarrow k(\varphi) = k(\psi).$$

Zasadę zróżnicowania kontekstowego przez transpozycję możemy zapisać:

$$k(\varphi) \neq k(\psi) \rightarrow \exists\gamma(\upsilon(\gamma) \neq \upsilon(\gamma[\varphi/\psi])).$$

Z zasad Z2, ZK, ZL wynika w szczególności następująca zasada:

ZASADA EKSTENSJONALNOŚCI FREGEGO

Jeżeli w dowolnym wyrażeniu złożonym Γ posiadającym korelat semantyczny zastąpimy pewne wyrażenie składowe φ innym wyrażeniem ψ, ale o tym samym korelacie semantycznym, to korelat wyrażenia Γ się nie zmieni, co symbolicznie zapisujemy:

$$k(\varphi) = k(\psi) \rightarrow \forall\Gamma(k(\Gamma) = k(\Gamma[\varphi/\psi])).$$

Dowód:

Załóżmy, że $k(\varphi) = k(\psi)$, oraz dla dowodu nie wprost załóżmy, że istnieje kontekst Γ, taki że $k(\Gamma) \neq k(\Gamma[\varphi/\psi])$. Zgodnie z zasadą zróżnicowania kontekstowego (ZZK) istnieje zdanie γ, takie że $v(\gamma(\Gamma)) \neq v(\gamma(\Gamma[\varphi/\psi]))$. Wyrażenie $\gamma(\Gamma[\varphi/\psi])$ powstaje z $\gamma(\Gamma)$ przez zastąpienie wyrażenia φ przez wyrażenie ψ. Z ZZK wynika, że wyrażenia φ oraz ψ mają różne korelaty semantyczne. Otrzymujemy więc sprzeczność z założeniem.

Z zasady ekstensjonalności (ZE) wynika:

ZASADA PODPORZĄDKOWANIA PODZIAŁOWI FUNDAMENTALNEMU (ZP)

Jeżeli dwa zdania α, β mają ten sam korelat semantyczny, to mają również tę samą wartość logiczną, co formalnie zapisujemy:

$$k(\alpha) = k(\beta) \rightarrow v(\alpha) = v(\beta),$$

co przez transpozycję zapisujemy:

$$v(\alpha) \neq v(\beta) \rightarrow k(\alpha) \neq k(\beta).$$

Z zasady podporządkowania (ZP) wynika, że korelatów semantycznych zdań jest nie mniej niż wartości logicznych. Znaczy to, że istnieją przynajmniej dwa korelaty semantyczne zdań.

Jeżeli przyjmiemy, że w języku *J* występują wyłącznie spójniki klasyczne, czyli prawdziwościowe, to dla dowolnych dwu zdań α, β języka *J* zachodzą następujące dwie implikacje:

$$v(\alpha) = v(\beta) \rightarrow \forall\gamma(v(\gamma) = v(\gamma[\alpha/\beta]))$$

$$\forall\gamma(v(\gamma) = v(\gamma[\alpha/\beta])) \rightarrow k(\alpha) = k(\beta),$$

z których wynika:

$$v(\alpha) = v(\beta) \rightarrow k(\alpha) = k(\beta).$$

Z formuły tej wraz z zasadą podporządkowania (ZP) wynika semantyczna wersja aksjomatu Fregego:

(AF) $\upsilon(\alpha) = \upsilon(\beta) \leftrightarrow k(\alpha) = k(\beta)$,

która stwierdza, że dwa zdania mają ten sam korelat semantyczny wtedy i tylko wtedy, gdy mają tę samą wartość logiczną. Możemy więc korelat semantyczny zdania utożsamiać z jego wartością logiczną. Frege w tej sprawie napisał m.in.:

> Każde zdanie oznajmujące, w którym istotną rolę gra znaczenie wyrazów, traktujemy więc jako nazwę, której znaczeniem — jeżeli takie istnieje — jest Prawda lub Fałsz. Te dwa przedmioty uznaje milcząco każdy, kto żywi jakieś przekonania i uznaje coś za prawdę, a więc i sceptyk (Frege 1977b: 70).

Powstaje pytanie, czym są przedmioty logiczne: Prawda i Fałsz. Łukasiewicz (1921: 190) interpretuje Prawdę jako byt, a Fałsz jako niebyt:

> Ontologicznie prawdzie odpowiada byt, fałszowi niebyt. Przedmioty, oznaczone przez zdania, nazywam *wartościami logicznymi*. Prawda jest dodatnią, fałsz ujemną wartością logiczną. Prawdę oznaczam przez 1, fałsz przez 0. Znaki te czytam także jako zdania: „prawda jest", „fałsz jest".

Z zasad semantycznych Z2, ZK oraz ZL łącznie wziętych i zastosowanych do języka, którego jedynymi spójnikami są spójniki klasyczne, wynika, że w tym języku obowiązuje aksjomat Fregego.

W ogólnym przypadku z zasad Z2, ZK i ZL nie wynika aksjomat Fregego (AF) (por. Omyła 1992). Gdy natomiast jedynymi spójnikami języka są spójniki klasyczne (prawdziwościowe), wtedy dla dowolnych zdań: α, β zachodzi

(ZE+) $\upsilon(\alpha) = \upsilon(\beta) \rightarrow \forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\alpha/\beta]))$.

Zasadę ZE+ nazywamy silną zasadą ekstensjonalności. Z zasad ZE+ oraz ZZK razem wziętych wynika aksjomat Fregego.

Dowód:

(1) $\upsilon(\alpha) = \upsilon(\beta)$, założenie twierdzenia

(2) $\forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\alpha/\beta]))$, z 1 i ZE+, przez regułę odrywania

(3) $k(\alpha) = k(\beta)$, z 2 i ZZK.

Z kolei z aksjomatu Fregego i zasady zróżnicowania kontekstowego (ZZK) wynika silna zasada ekstensjonalności.

Dowód:

(1) $\upsilon(\alpha) = \upsilon(\beta)$, założenie twierdzenia

(2) $k(\alpha) = k(\beta)$, z (1) i (AF)

(3) $\forall\gamma(\upsilon(\gamma) = \upsilon(\gamma[\alpha/\beta]))$

Zatem na gruncie zasad semantycznych: Z2, ZK i ZL razem wziętych aksjomat Fregego (AF) oraz silna zasada ekstensjonalności (ZE+) są równoważne.

2. LOGICZNA WERSJA AKSJOMATU FREGEGO

Aksjomat Fregego jest nie tylko metateoretyczną zasadą semantyczną odnoszącą się do zdań, lecz znajduje też odzwierciedlenie w klasycznym rachunku zdań. Jest tak dlatego, że zakładamy tutaj, iż zmienne zdaniowe nie są tylko schematycznymi literami reprezentującymi zdania pewnego języka, lecz również przyjmują wartości w zbiorze korelatów semantycznych zdań. Za zmienne zdaniowe podstawiamy dowolne zdania, a wartościami zmiennych są odpowiadające im stany rzeczy. Postępujemy podobnie jak w rachunku predykatów, gdzie za zmienne nazwowe podstawiamy dowolne nazwy indywiduowe, a wartościami zmiennych są przedmioty oznaczane przez nazwy.

Kierując się zasadą Leibniza identyczności nieodróżnialnych, Roman Suszko wprowadził do literatury logicznej ogólne pojęcie spójnika identyczności. Ogólność tego pojęcia polega na tym, że ma ono zastosowanie do dowolnego języka. Zamierzona interpretacja spójnika identyczności jest taka, że łączy on dwa zdania α, β danego języka w zdanie prawdziwe $\alpha\$\beta$ wtedy i tylko wtedy, gdy zdania te są wzajemnie wymienialne we wszystkich kontekstach zdaniowych tego języka bez zmiany wartości logicznej tych kontekstów, czyli gdy zdania te mają ten sam korelat semantyczny. Formalnie pojęcie spójnika identyczności precyzujemy za pomocą następującej definicji:

DEFINICJA 1. (Suszko 1971)

Spójnik dwuargumentowy „\$” jest spójnikiem identyczności języka *J* wtedy tylko wtedy, gdy w języku *J* obowiązują następujące reguły logiczne:

(r_1) $\vdash \alpha\$\alpha$

(r_2) $\alpha\$\beta, \alpha \vdash \beta$

(r_3) $\alpha\$\beta \vdash \Gamma[p/\alpha]\ \$\ \Gamma[p/\beta]$

Reguła r_1 stwierdza, że wszystkie równości typu $\alpha\$\alpha$ są twierdzeniami logicznymi. Reguła r_2 stwierdza, że jeśli równość $\alpha\$\beta$ jest twierdzeniem danej teorii w języku J oraz α jest twierdzeniem tej teorii, to również β jest twierdzeniem rozważanej teorii. Reguła r_3 jest regułą zastępowania zdań o tym samym korelacie semantycznym w dowolnym kontekście zdaniowym rozważanego języka.

Z definicji 1 wynika, że pojęcie spójnika identyczności jest zrelatywizowane do języka i obowiązujących w nim reguł logicznych. Niech *L* będzie językiem zdaniowym wraz z obowiązującą w nim logiką klasyczną.

TWIERDZENIE

Spójnik równoważności „$\leftrightarrow$" w klasycznym rachunku zdań jest zarazem spójnikiem identyczności.

Dowód:

Twierdzeniami klasycznego rachunku zdań są wszystkie formuły reprezentowane przez schematy:

(1) $\alpha \leftrightarrow \alpha$

(2) $(\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$,

a ponadto zbiór twierdzeń tego rachunku zdań jest domknięty ze względu na reguły: zastępowania

(3) $\alpha \leftrightarrow \beta \vdash \Gamma[p/\alpha] \leftrightarrow \Gamma[p/\beta]$

i odrywania: $\alpha, \alpha \rightarrow \beta \vdash \beta$.

Schematy 1, 2, 3 zapewniają, że dla spójnika „$\leftrightarrow$" spełnione są reguły r_1, r_2, r_3. Dzięki temu spójnik „$\leftrightarrow$" jest spójnikiem identyczności.

Wynik ten jest zgodny z poglądem Fregego (1977a: 29):

> Takim samym prawem jakim piszemy
> „$2^4 = 4 \cdot 4$",
> możemy również pisać
> „$(2^4 = 4^2) = (4 \cdot 4 = 4^2)$",
> „$(2^2 = 4) = (2 > 1)$".

Ze słów tych wynika, że Frege z jednej strony posługiwał się spójnikiem identyczności tak samo jak predykatem identyczności. Oba funktory oznaczał tym samym znakiem „=". Z drugiej strony, spójnik identyczności utożsamiał ze spójnikiem równoważności. Fakt arytmetyczny, który dzisiaj zapisujemy $(2^2 = 4) \leftrightarrow (2 > 1)$, Frege zapisywał jako równość $(2^2 = 4) = (2 > 1)$.

Ze względu na to, że spójnik „$\leftrightarrow$" jest spójnikiem identyczności klasycznego rachunku zdań, to twierdzenia tego rachunku:

(4) $\neg(p \leftrightarrow \neg p)$

(5) $(p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow r) \vee (q \leftrightarrow r)$

wyrażają fakt, że uniwersum zmiennych zdaniowych jest dwuelementowe. Formuła (4) stwierdza, że istnieją przynajmniej dwa korelaty dla zdań, a formuła (5) stwierdza, że uniwersum zmiennych zdaniowych jest co najwyżej dwuelementowe.

Według Suszki logika nie powinna nakładać żadnych warunków strukturalnych ani ilościowych na uniwersum zmiennych zdaniowych poza tym, że jest ono co najmniej dwuelementowe, ponieważ zdania prawdziwe mają inne korelaty niż zdania fałszywe. Analogicznie, logika predykatów nie nakłada na uniwersum zmiennych nazwowych żadnych warunków poza tym, że jest ono niepuste.

Aby uwolnić klasyczny rachunek zdań L od warunku ograniczającego uniwersum zmiennych zdaniowych pod względem ilościowym, Suszko (1971) wprowadził do języka klasycznego rachunku zdań L nieprawdziwościowy spójnik „≡”. Spójnik ten scharakteryzował za pomocą następujących aksjomatów i reguł:

(A1) $\alpha \equiv \alpha$

(A2) $(\alpha \equiv \beta) \to (\alpha \to \beta)$

(A3) $\alpha \equiv \beta \vdash \Gamma[p/\alpha] \equiv \Gamma[p/\beta]$

Tak określony spójnik „≡” jest spójnikiem identyczności, a otrzymany w ten sposób rachunek logiczny L^+ nazwał Suszko niefregowskim rachunkiem zdaniowym albo też skrótowo SCI (*Sentential Calculus with Identity*). W języku L^+ spójnik „↔” nie jest już spójnikiem identyczności, ponieważ reguła 3 nie jest regułą logiczną obowiązującą w L^+.

W języku logiki niefregowskiej aksjomat Fregego możemy zapisać:

(AF) $(p \leftrightarrow q) \to (p \equiv q)$

Aksjomat ten ma wiele równoważnych sformułowań, które stwierdzają, że uniwersum zmiennych zdaniowych jest dwuelementowe.

Innymi równoważnymi sformułowaniami aksjomatu Fregego są, jak wykazał Suszko (1975), następujące pozornie silniejsze formuły:

(6) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \equiv q)$

(7) $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \equiv q)$

(8) $(p \equiv q) \vee (p \equiv r) \vee (q \equiv r)$

(9) $\neg(p \equiv q) \equiv (p \equiv \neg q)$

Na gruncie niefregowskiej logiki zdaniowej aksjomat Fregego zgodnie z formułami 6, 7 stwierdza, że spójnik identyczności jest nieodróżnialny od spójnika równoważności. Z kolei formuła 8 stwierdza, że uniwersum zmiennych zdaniowych jest dwuelementowe. Żadna z formuł: AF, 6, 7, 8, 9 nie jest twierdzeniem logicznym niefregowskiego rachunku zdaniowego.

Z przeprowadzonych tutaj rozważań wynika, że aby sformułować w języku logiki aksjomat Fregego, potrzebne są zmienne zdaniowe, spójnik identyczności oraz niektóre spójniki prawdziwościowe. W języku, w którym nie występują zmienne zdaniowe oraz spójnik identyczności, nie możemy sformułować logicznej wersji aksjomatu Fregego, możemy jednak do takiego języka stosować semantyczną wersję aksjomatu Fregego.

We współczesnej literaturze logicznej aksjomat Fregego przejawia się między innymi w tym, że:

(i) zmienne zdaniowe w klasycznym rachunku logicznym przyjmują wartości w dwuelementowej algebrze Boole'a wartości logicznych,

(ii) w każdym modelu dla języka rachunku predykatów jedynymi wartościami semantycznymi zdań są ich wartości logiczne: prawda i fałsz,

(iii) w językach, w których formalizujemy wiedzę o świecie, występują wyłącznie zmienne nazwowe (niezdaniowe), które przyjmują wartości w uniwersum przedmiotów.

Niefregowska logika jest pewnym specjalnym uogólnieniem logiki klasycznej. Uogólnienie to polega na tym, że reguła zastępowania (3), która obowiązywała w klasycznej logice, nie obowiązuje w logice niefregowskiej.

Logika niefregowska ma między innymi następujące własności:

1. Wszystkie twierdzenia logiki klasycznej są twierdzeniami logiki niefregowskiej.
2. Logika niefregowska jest logicznie dwuwartościowa, co wyrażają tezy logiczne 4 i 5.
3. Jest logiką ekstensjonalną, tzn. korelat semantyczny dowolnego wyrażenia złożonego jest funkcją korelatów jego wyrażeń składowych.
4. Logika ta nie nakłada żadnych ograniczeń na uniwersum zmiennych nazwowych i zdaniowych poza tym, że uniwersum zmiennych nazwowych, czyli przedmiotów, jest niepuste, a uniwersum zmiennych zdaniowych, czyli sytuacji (stanów rzeczy), jest co najmniej dwuelementowe.

Ze względu na to, że język logiki niefregowskiej zawiera w sobie język logiki klasycznej, a ponadto nieprawdziwościowy spójnik identyczności oraz ewentualnie kwantyfikatory wiążące zmienne zdaniowe, to moc ekspresyjna języka logiki niefregowskiej jest znacznie większa niż moc języka logiki klasycznej (Omyła 2001, por. też Omyła 1976).

UWAGA

Jeżeli nie przyjmujemy zasady korelacji dla zdań (ZK), czyli gdy nie przyjmujemy, że zdaniu w sensie logicznym odpowiada pewien fragment rzeczywistości, to aksjomat Fregego w klasycznym rachunku zdań ujawnia się w dwóch równoważnych metalogicznych twierdzeniach:

(1) Dla każdej waluacji logicznej v zachodzi silna zasada ekstensjonalności:

(ZE+) $v(\alpha) = v(\beta) \rightarrow \forall\gamma(v(\gamma) = v(\gamma[\alpha/\beta]))$

(2) Spójnik równoważności „↔" jest zarazem spójnikiem identyczności, tzn. dowolna teoria w języku klasycznego rachunku zdań jest domknięta na regułę zastępowania dla równoważności:

$$\alpha \leftrightarrow \beta \vdash \Gamma[p/\alpha] \leftrightarrow \Gamma[p/\beta]$$

BIBLIOGRAFIA

Frege G. (1977a), *Funkcja i pojęcie* [w:] *Pisma semantyczne*, tłum. B. Wolniewicz, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 18-44.

Frege G. (1977b), *Sens i znaczenie* [w:] *Pisma semantyczne*, tłum. B. Wolniewicz, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 60-88.

Łukasiewicz J. (1921), *Logika dwuwartościowa*, „Przegląd Filozoficzny" 23, 189-205.

Omyła M. (1986), *Zarys logiki niefregowskiej*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Omyła M. (1992), *The Fregean and Wittgensteinian Principles*, „Journal of Symbolic Logic" (Abstracts) 57(1), 321-322.

Omyła M. (2001), *Wyrażalność tez ontologicznych w języku logiki niefregowskiej*, „Edukacja Filozoficzna" 32, 261-273.

Suszko R. (1957), *Formalna teoria wartości logicznych* I, „Studia Logica" 6, 144-236.

Suszko R. (1971), *Identity Connective and Modality*, „Studia Logica" 27, 7-39.

Suszko R. (1975), *Abolition of the Fregean Axiom*, „Lecture Notes in Mathematics" 453, 169-239.